Bruno Villar

Raciocínio Lógico *Facilitado*

4ª edição *revista, atualizada e ampliada*

COMPLETO, COM 7 TIPOS DE RACIOCÍNIOS LÓGICOS

800 questões de concursos, sendo 400 analisadas e comentadas

gen | EDITORA MÉTODO

Raciocínio Lógico

Facilitado

abdr
Respeite o direito autoral

O GEN | Grupo Editorial Nacional, a maior plataforma editorial no segmento CTP (científico, técnico e profissional), publica nas áreas de saúde, ciências exatas, jurídicas, sociais aplicadas, humanas e de concursos, além de prover serviços direcionados a educação, capacitação médica continuada e preparação para concursos. Conheça nosso catálogo, composto por mais de cinco mil obras e três mil e-books, em www.grupogen.com.br.

As editoras que integram o GEN, respeitadas no mercado editorial, construíram catálogos inigualáveis, com obras decisivas na formação acadêmica e no aperfeiçoamento de várias gerações de profissionais e de estudantes de Administração, Direito, Engenharia, Enfermagem, Fisioterapia, Medicina, Odontologia, Educação Física e muitas outras ciências, tendo se tornado sinônimo de seriedade e respeito.

Nossa missão é prover o melhor conteúdo científico e distribuí-lo de maneira flexível e conveniente, a preços justos, gerando benefícios e servindo a autores, docentes, livreiros, funcionários, colaboradores e acionistas.

Nosso comportamento ético incondicional e nossa responsabilidade social e ambiental são reforçados pela natureza educacional de nossa atividade, sem comprometer o crescimento contínuo e a rentabilidade do grupo.

Bruno Villar

Raciocínio Lógico
Facilitado

4ª edição *revista, atualizada e ampliada*

COMPLETO, COM 7 TIPOS DE RACIOCÍNIOS LÓGICOS

800 questões de concursos, sendo 400 analisadas e comentadas

gen | EDITORA MÉTODO

■ A EDITORA FORENSE se responsabiliza pelos vícios do produto no que concerne à sua edição (impressão e apresentação a fim de possibilitar ao consumidor bem manuseá-lo e lê-lo). Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoa ou bens, decorrentes do uso da presente obra.

Todos os direitos reservados. Nos termos da Lei que resguarda os direitos autorais, é proibida a reprodução total ou parcial de qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico ou mecânico, inclusive através de processos xerográficos, fotocópia e gravação, sem permissão por escrito do autor e do editor.

Impresso no Brasil – *Printed in Brazil*

■ Direitos exclusivos para o Brasil na língua portuguesa
Copyright © 2016 by
EDITORA FORENSE LTDA.
Uma editora integrante do GEN | Grupo Editorial Nacional
Rua Conselheiro Nébias, 1384, Campos Elísios – 01203-904 – São Paulo – SP
Tel.: (11) 5080-0770 / (21) 3543-0770 – Fax: (11) 5080-0714
metodo@grupogen.com.br | www.editorametodo.com.br

■ O titular cuja obra seja fraudulentamente reproduzida, divulgada ou de qualquer forma utilizada poderá requerer a apreensão dos exemplares reproduzidos ou a suspensão da divulgação, sem prejuízo da indenização cabível (art. 102 da Lei n. 9.610, de 19.02.1998).
Quem vender, expuser à venda, ocultar, adquirir, distribuir, tiver em depósito ou utilizar obra ou fonograma reproduzidos com fraude, com a finalidade de vender, obter ganho, vantagem, proveito, lucro direto ou indireto, para si ou para outrem, será solidariamente responsável com o contrafator, nos termos dos artigos precedentes, respondendo como contrafatores o importador e o distribuidor em caso de reprodução no exterior (art. 104 da Lei n. 9.610/98).

■ Esta obra passou a ser publicada pelo selo Método da Editora Forense a partir da 4.ª edição, sob o título *Raciocínio Lógico – Facilitado*.

■ Capa: Danilo Oliveira
Produção digital: Geethik

■ Fechamento desta edição: 12.11.2015

■ CIP – Brasil. Catalogação na fonte.
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ.

V771r

Villar, Bruno
Raciocínio lógico completo / Bruno Villar. – 4. ed. – Rio de Janeiro: Forense; São Paulo: MÉTODO: 2016. (Facilitado)

Inclui bibliografia
ISBN: 978-85-309-6838-0

1. Lógica simbólica e matemática. 2. Lógica simbólica e matemática – Problemas, questões, exercícios. 3. Serviço público – Brasil - Concursos. I. Título. II. Série.

15-24996

CDD: 511.3 CDU: 510.6

Lembre-se:

“Leva tempo para alguém ser bem-sucedido
porque o êxito não é mais do que a recompensa natural
pelo tempo gasto em fazer algo direito.”
JOSEPH ROSS

Queria agradecer a Deus, como bom baiano,
aos guias dessa boa terra e ao Senhor do Bonfim.

Dedico esta obra a todos aqueles me auxiliaram
com dicas e sugestões.

Algumas pessoas são necessárias citar pela dedicação
e carinho: Anne Karoline, Reinaldo (Rey), Antônio Luiz,
Agnaldo (do Grupo GEN), Oriene, Camila e equipe.

Agradeço aos meus queridos alunos e
à Editora Método, pelo carinho e pelo apoio,
pois sem vocês este projeto não passaria de um sonho.

APRESENTAÇÃO

Antes de falar da obra, temos de desmitificar algumas coisas sobre a Lógica.

Lógica é a arte do pensar. Lógica e Raciocínio Lógico são coisas distintas. O Raciocínio Lógico possui vários ramos; dependendo do objeto de estudo, temos Raciocínio Analítico, Raciocínio Quantitativo, Raciocínio Sequencial, Raciocínio Espacial e outros. Na Lógica, o que estudamos é parte proposicional e argumentação lógica. Lógica é, ainda, um ramo da Filosofia, que foi relacionada com propriedades matemáticas, criando, assim, a Lógica Matemática.

Esta obra tem como objetivo ser um manual para você, concursando, aprender Raciocínio Lógico e se sentir seguro na hora da prova. O material é resultado de minha vivência em sala de aula e de minha interação com meus queridos alunos; portanto, trará expressões como “Se liga!” e “Fique esperto!”. Estes termos são explicações das principais dúvidas e também de como o assunto é cobrado em prova; por isso, tive a preocupação de abordar os casos mais solicitados pelas bancas de concurso. Na verdade, este trabalho é, em grande parte, uma reprodução das minhas falas em sala de aula, por isso você vai perceber uma linguagem coloquial e uma abordagem totalmente objetiva; esse formato permitirá o entendimento da Lógica, a partir de analogias e métodos novos para a resolução de questões. Nesta 4ª edição, tive a preocupação de comentar mais questões e aumentar o conteúdo abordado, por isso, teremos vários novos capítulos, nos quais irei abordar novos tipos de Raciocínio Lógico (Matemático, Espacial e Crítico) e o tema Trigonometria.

O livro possui todos os tipos de Raciocínio Lógico exigidos pelas principais bancas examinadoras de concursos. Bons estudos e rumo ao sonho!

O Autor

Nota da Editora: o Acordo Ortográfico foi aplicado integralmente nesta obra.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – LÓGICA PROPOSICIONAL OU SENTENCIAL

1.1. Noções preliminares
1.1.1. Definição
1.2. Proposição Lógica
1.2.1. Definição
1.3. Proposição aberta ou sentença aberta
1.3.1. Definição
1.4. Treinamento comentado
1.5. Treinamento do concursando
1.6. Desafio
1.7. Princípios fundamentais da lógica
1.8. Princípio da identidade
1.8.1. Definição
1.9. Princípio da não contradição
1.9.1. Definição
1.10. Princípio do terceiro excluído
1.10.1. Definição
1.11. Treinamento comentado
1.12. Treinamento do concursando
1.13. Classificação das proposições lógicas
1.13.1. Proposição simples ou atômica
1.13.1.1. Definição
1.13.2. Proposição composta ou molecular
1.14. Treinamento comentado
1.15. Treinamento do concursando
1.16. Conectivos lógicos
1.16.1. Definição
1.17. Negação de uma proposição simples
1.17.1. Definição
1.18. Treinamento comentado
1.19. Treinamento do concursando
1.20. Operadores lógicos
1.21. Disjunção inclusiva ou disjunção
1.21.1. Definição
1.22. Propriedades da disjunção
1.23. Disjunção Exclusiva
1.23.1. Definição
1.24. Treinamento comentado
1.25. Conjunção
1.25.1. Propriedades da conjunção
1.26. Treinamento comentado
1.27. Propriedades da conjunção e da disjunção

1.28. Condicional
1.28.1. Definição
1.29. Treinamento comentado
1.30. Treinamento do concursando
1.31. Treinamento comentado
1.32. Proposições associadas a uma condicional
1.33. Bicondicional
1.34. Treinamento comentado
1.35. Treinamento do concursando
1.36. Tabela-verdade
1.36.1. Definição
1.36.2. Treinamento básico
1.37. Treinamento comentado
1.38. Treinamento do concursando
1.39. Construção da tabela-verdade
1.40. Treinamento do Concursando
1.41 Classificação das tabelas verdades
1.42. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 2 – NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA E EQUIVALÊNCIA LÓGICA
2.1. Negação de uma proposição composta
2.2. Negação da disjunção
2.3. Negação da conjunção
2.4. Negação da condicional
2.5. Negação da bicondicional
2.6. Negação da disjunção exclusiva
2.7. Treinamento comentado
2.8. Treinamento do concursando
2.9. Relações lógicas
2.10. Implicação lógica
2.11. Treinamento comentado
2.12. Equivalência lógica
2.13. Treinamento comentado
2.14. Equivalência da condicional
2.15. Equivalência da bicondicional
2.16. Equivalência da disjunção inclusiva
2.17. Equivalência da disjunção exclusiva
2.18. Treinamento comentado
2.19. Treinamento do concursando
2.20. Equivalência lógica
2.21. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 3 – QUANTIFICADORES
3.1. Quantificadores
3.1.1. Sentença aberta
3.2. Tipos de quantificadores
3.2.1. Quantificador universal (∀)
3.2.1.1. Aplicação do quantificador universal
3.2.2. Quantificador existencial (∀)

3.2.2.1. Aplicação do quantificador existencial
3.3. Treinamento comentado
3.4. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 4 – ARGUMENTAÇÃO LÓGICA
4.1. Introdução
4.2. Relação entre proposições e conjuntos
4.2.1. Tipos de proposições categóricas
4.3. Argumento
4.3.1. Definição
4.4. Silogismo
4.5. Treinamento comentado
4.6. Silogismo contendo quantificador
4.7. Treinamento do concursando
4.8. Treinamento comentado
4.9. Treinamento do concursando
4.10. Treinamento comentado
4.11. Treinamento do concursando
4.12. Treinamento comentado
4.13. Verificação de argumento a partir da definição
4.14. Treinamento comentado
4.15. Treinamento do concursando
4.16. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 5 – RACIOCÍNIO SEQUENCIAL
5.1. Introdução
5.2. Treinamento comentado
5.3. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 6 – RACIOCÍNIO ANALÍTICO
6.1. Introdução
6.2. Treinamento comentado
6.3. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 7 – CONJUNTOS
7.1. Introdução
7.1.1. Representação de um conjunto
7.1.1.1. Conjunto vazio
7.1.1.2. Conjunto unitário
7.2. Relação de pertinência
7.3. Relação de inclusão
7.4. Subconjunto
7.5. Operações entre conjuntos
7.5.1. União
7.5.2. Intersecção ou interseção
7.5.3. Diferença
7.5.4. Diferença simétrica – Definição

7.6. Reunião de elementos
7.7. Treinamento comentado
7.8. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 8 – ANÁLISE COMBINATÓRIA
8.1. Introdução
8.2. Princípio Fundamental de Contagem (PFC)
8.2.1. Definição
8.3. Treinamento comentado
8.4. Treinamento do concursando
8.5. Fatorial
8.5.1. Definição
8.6. Treinamento básico
8.7. Treinamento comentado
8.8. Combinação sem repetição
8.8.1. Definição
8.8.2. Problemas envolvendo combinação
8.9. Treinamento comentado
8.10. Treinamento do concursando
8.11. Combinação com repetição
8.12. Treinamento comentado
8.13. Treinamento do concursando
8.14. Permutação
8.14.1. Permutação sem repetição de elementos
8.14.2. Permutação com elementos repetidos
8.14.3. Permutação circular
8.15. Treinamento básico
8.16. Treinamento comentado
8.17. Treinamento comentado – Seção Desafio
8.18. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 9 – PROBABILIDADE
9.1. Introdução
9.2. Conceitos iniciais
9.2.1. Experimento aleatório
9.2.2. Espaço amostral (E) – Definição
9.2.3. Evento
9.2.3.1. Probabilidade de ocorrer um evento P (A).
9.3. Treinamento comentado
9.4. Probabilidade da união de dois eventos: regra da adição ou regra do “ou”
9.5. Treinamento comentado
9.6. Probabilidade de dois eventos sucessivos P (A ∩ B)
9.7. Treinamento comentado
9.8. Probabilidade condicional
9.9. Treinamento comentado
9.10. Treinamento do concursando
9.11. Distribuição binomial das probabilidades
9.12. Treinamento comentado
9.13. Treinamento do concursando

9.14. Treinamento comentado – Seção desafio
9.15. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 10 – RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E RACIOCÍNIO ESPACIAL
10.1. Treinamento comentado
10.2. Matemática financeira básica (razão, proporção, divisão proporcional, regra de três e porcentagem)
10.2.1. Razão e proporção
10.2.1.1. Razão – Definição
10.2.1.1.1. Razões especiais
10.2.1.2. Proporção
10.2.1.2.1. Divisão proporcional
10.2.1.2.2. Regra de três
10.2.1.2.2.1. Grandezas diretamente proporcionais
10.2.1.2.2.2. Grandezas inversamente proporcionais
10.2.1.2.3. Regra de três simples
10.2.1.2.4. Regra de três composta
10.2.1.2.5 Porcentagem
10.2.1.2.6. Operações comerciais
10.2.1.2.7. Fração
10.2.1.2.7.1. Operações de frações
10.2.1.2.8. Princípio da Regressão ou Reversão
10.3. Raciocínio espacial
10.4. Treinamento comentado
10.5. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 11 – GEOMETRIA
11.1. Introdução
11.1.1. Sistema métrico decimal
11.2. Quadro de unidades
11.3. Múltiplos e submúltiplos do grama
11.4. Múltiplos e submúltiplos do metro cúbico
11.5. Treinamento comentado
11.6. Treinamento do concursando
11.7. Problemas geométricos
11.7.1. Conceitos primitivos
11.7.2. Representação (notação)
11.7.3. Representação gráfica
11.8. Postulados ou axioma
11.9. Ângulos
11.9.1. Definição
11.9.2. Ângulo agudo
11.9.3. Ângulo obtuso
11.9.4. Ângulos formados por duas retas paralelas interceptadas por uma transversal
11.9.5. Ângulos colaterais
11.10. Treinamento
11.11. Triângulos
11.11.1. Lados
11.11.2. Classificação de acordo com os lados
11.11.3. Classificação de acordo com ângulos

11.11.4. Cálculo da área de um triângulo
11.11.5. Quadrado
11.11.6. Retângulo
11.11.7. Trapézio
11.11.8. Losango
11.11.9. Circunferência
11.11.9.1. Relação
11.11.10. Polígonos regulares
11.11.11. Cálculo da área de um polígono regular
11.11.12. Principais polígonos inscritos
11.11.13. Triângulo equilátero inscrito numa circunferência
11.11.14. Quadrado inscrito numa circunferência
11.11.15. Hexágono inscrito na circunferência
11.11.16. Principais polígonos circunscritos
11.11.17. Área e volume das principais figuras espaciais
11.11.17.1. Cubo
11.11.17.2. Paralelepípedo retângulo
11.11.17.3. Cilindro
11.11.17.4. Tetraedro
11.11.17.5. Cone
11.11.17.6. Esfera
11.12. Razões trigonométricas
11.12.1. Catetos e hipotenusa
11.13. Treinamento comentado
11.14. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 12 – ÁLGEBRA LINEAR
12.1. Matriz
12.1.1. Definição
12.1.2. Notação geral
12.2. Treinamento Comentado
12.3. Classificação das matrizes
12.3.1. Matriz linha – Definição
12.3.2. Matriz coluna – Definição
12.3.3. Matriz quadrada – Definição
12.3.4. Matriz nula – Definição
12.3.5. Matriz identidade – Definição
12.3.6. Matriz transposta – Definição
12.3.7. Matriz simétrica – Definição
12.3.8. Matriz antissimétrica – Definição
12.3.9. Matriz oposta – Definição
12.4. Igualdade de matrizes
12.5. Operações de matrizes
12.5.1. Adição de matrizes
12.5.2. Multiplicação de um número real por uma matriz
12.5.3. Multiplicação de matrizes
12.6. Treinamento comentado
12.7. Treinamento do concursando
12.8. Determinantes
12.8.1. Definição
12.8.2. Determinante de primeira ordem

12.8.3. Determinante de segunda ordem
12.9. Treinamento comentado
12.10. Propriedades dos determinantes
12.10.1. Matriz transposta
12.10.2. Fila nula
12.10.3. Multiplicação de uma fila por uma constante
12.10.4. Multiplicação de uma matriz por uma constante
12.10.5. Filas paralelas iguais
12.10.6. Filas paralelas proporcionais
12.10.7. Troca de filas paralelas
12.10.8. Produto de matrizes
12.10.9. Matriz triangular
12.11. Treinamento comentado
12.12. Treinamento do concursando
12.13. Matriz inversa (A^{-1})
12.13.1. Definição
12.14. Treinamento do concursando
12.15. Sistemas Lineares
12.15.1. Classificação de um sistema quanto ao número de soluções
12.15.2. Regra de Cramer
12.15.3. Discussão de um sistema linear
12.15.4. Sistema linear homogêneo
12.16. Treinamento comentado
12.17. Treinamento final do concursando
Gabarito

CAPÍTULO 13 – RACIOCÍNIO CRÍTICO
13.1. Conceito
13.2. Treinamento comentado
13.3. Treinamento do Concursando
Gabarito

CAPÍTULO 14 – TRIGONOMETRIA
14.1. Introdução
14.1.1. Resumo teórico
14.1.1.1. Razões trigonométricas – Catetos e hipotenusa
14.1.2. Seno, cosseno e tangente
14.1.3. Círculo trigonométrico
14.2. Redução para o primeiro quadrante
14.3. Relações importantes de funções trigonométricas
14.4. Treinamento comentado
Gabarito

CAPÍTULO 15 – QUESTÕES ESTILO CESPE COMENTADAS
15.1. Introdução
15.1.1. Tema: Lógica proposicional
15.1.2. Tema: Negação de uma proposição simples
15.1.3. Tema: Operadores lógicos
15.1.4. Tema: Tabela-verdade
15.1.5. Tema: Negação de uma proposição composta
15.1.6. Tema: Equivalência lógica

15.1.7. Tema: Quantificadores
15.1.8. Tema: Argumento lógico
15.1.9. Tema: Raciocínio analítico
15.1.10. Tema: Análise combinatória
15.1.11. Tema: Probabilidade
15.1.12. Tema: Conjuntos
Gabarito

CAPÍTULO 16 – QUESTÕES ESTILO FCC COMENTADAS
16.1. Introdução
16.1.1. Tema: Proposição lógica
16.1.2. Tema: Operadores lógicos
16.1.3. Tema: Negação de uma proposição composta e equivalência
16.1.4. Tema: Argumento lógico
16.1.5. Tema: Conjuntos
16.1.6. Tema: Raciocínio matemático
16.1.7. Tema: Sequências
16.1.8. Tema: Raciocínio espacial
16.1.9. Tema: Diversos
Gabarito

CAPÍTULO 17 – TEXTOS COMPLEMENTARES
17.1. Texto complementar I – Critérios de divisibilidade
17.1.1. Divisibilidade por 2
17.1.2. Divisibilidade por 3 (ou por 9)
17.1.3. Divisibilidade por 4
17.1.4. Divisibilidade por 5
17.1.5. Divisibilidade por 6
17.1.6. Divisibilidade por 10
17.2. Texto complementar II – Conjuntos numéricos
17.2.1. Números naturais
17.2.2. Números inteiros
17.2.3. Números racionais
17.2.4. Números irracionais (Q’)
17.2.5. Números reais
17.3. Texto complementar III – Formas de argumentos
17.4. Texto complementar IV – Classificação das tabelas-verdades
17.4.1. Tautologia
17.4.2. Contradição
17.4.3. Indeterminação ou contingência

BIBLIOGRAFIA

1 LÓGICA PROPOSICIONAL OU SENTENCIAL

Neste capítulo iremos estudar os seguintes tópicos: proposição, negação de uma proposição lógica, operadores lógicos – forma simbólica e tabela operacional, e concluiremos com o estudo das tabelas-verdade. É fundamental um estudo sem nenhum tipo de "preconceito", ou seja, nossa visão não é julgar o estudo lógico de acordo com a nossa forma de ver o mundo. Muitos alunos reclamam do estudo da Lógica por achar complicado ou confuso. Sinceramente, no dia que você aceitar a Lógica como sendo uma simples aplicação de regras e fórmulas, que precisam ser decoradas, pode ter certeza de que você vai ficar fera na disciplina. A minha bandeira da didática da Lógica sempre foi essa: "Lógica é apenas uma aplicação de regras e fórmulas."

Vamos juntos aprender e memorizar as regras vistas! Rumo ao mundo da Lógica!

1.1. NOÇÕES PRELIMINARES

Proposição lógica é o alicerce da construção do conhecimento na lógica proposicional. Para entendermos o conceito de proposição lógica é necessário ter uma noção básica de frases. Vamos relembrar?

1.1.1. Definição

Frase é qualquer enunciado, seja curto ou longo, que estabelece uma comunicação. De acordo com a gramática tradicional, as frases são dividas em cincos tipos:

- **Declarativa:** o enunciado é afirmativo ou negativo; termina em ponto final (.) ou reticências (...).

Exemplos:

– O sol é uma estrela. (Frase declarativa afirmativa)
– Alan não é paulista. (Frase declarativa negativa)

- **Interrogativa:** o enunciado apresenta um questionamento direto ou indireto; termina em ponto de interrogação (?) se a indagação for direta, ou em ponto final (.) se for indireta.

Exemplos:

– Qual o melhor livro de Raciocínio Lógico? (Minha resposta: "nosso livro"! Não podia perder a piada).

– Não sei onde ele pode estar.

Dica:

O exemplo acima é uma interrogativa indireta, pois é possível realizar uma pergunta direta com a frase “onde ele pode estar (?)”.

- **Exclamativa:** o enunciado exprime um sentimento e uma altissonância (produz um som alto ou intenso); termina em ponto de exclamação (!).

Exemplos:

– Que alegria!
– Meus pêsames!

- **Imperativa:** o enunciado apresenta um tom de ordem, de pedido, de súplica, de exortação, de advertência etc.; verbos no imperativo (afirmativo ou negativo) marcam tal tipo de frase; termina em ponto final, ponto de exclamação ou reticências.

Exemplos:

– Faça seu trabalho corretamente.
– Quando for a Salvador, visite o Pelourinho.

- **Optativa:** o enunciado exprime um desejo; termina em ponto final ou ponto de exclamação.

Exemplos:

– Sucesso, viu!
– Deus te ouça, meu amor!

1.2. PROPOSIÇÃO LÓGICA

Vamos começar o estudo de proposições?

Cuidado!

Proposição lógica e sentença lógica são expressões sinônimas.

Vou acreditar que temos um acordo sobre o “preconceito”, ok? Primeira observação importante é de que a noção de alguns termos na lógica é diferente da Gramática Normativa. Resumindo: é fundamental evitar comparar Lógica proposicional com Gramática. Vale salientar que em alguns casos teremos semelhança de conceitos sobre um determinado elemento lógico. Calma! Ao longo do livro iremos notar essas diferenças conceituas.

1.2.1. Definição

Proposição é toda sentença declarativa (com sujeito e predicado) à qual se pode atribuir, sem ambiguidade, apenas um valor lógico, escolhido entre o verdadeiro (V) ou falso (F).

As proposições lógicas se dividem em: “proposição fechada” (proposição lógica) e “proposição aberta” (“sentença aberta”).

A proposição lógica é chamada de proposição fechada, pois o valor do enunciado está definido.

Comentário:

O primeiro criador de um modelo lógico foi Aristóteles. Para ele, um enunciado é verdadeiro quando o enunciado e a realidade coincidem, e falso quando não coincidem. No âmbito filosófico, existem outros pensamentos sobre a noção da verdade, porém o caso aristotélico permite continuar a nossa caminhada rumo ao conhecimento lógico.

Exemplos:

– O sol é uma estrela. (proposição verdadeira, pois o conhecimento geográfico que possuímos informa que realmente o sol é uma estrela).
– A prática do racismo no Brasil é um crime afiançável. (proposição falsa, pois, de acordo com o artigo 5º, inciso XLII, da Constituição Federal, a prática do racismo constitui crime inafiançável).
– Todo homem é mortal. (proposição verdadeira, conhecimento da biologia).
Professor, preciso ter todo o conhecimento do mundo para julgar uma proposição? Calma! Nas provas de concursos o julgamento será realizado pelo conhecimento que consta no edital ou alguma noção básica de geografia e matemática, na maioria dos casos.

Agora, vamos iniciar o treinamento de reconhecimento de uma proposição lógica, ok? Vamos caminhando!

No reconhecimento de uma proposição lógica podemos utilizar o Método das Três Peneiras, que são três perguntas básicas pelas quais a proposição deve passar. Se a proposição passar por todas as perguntas, então o enunciado (frase) representa uma proposição.

- 1ª peneira: é uma frase declarativa?
- 2ª peneira: possui sujeito e predicado determinados?

Quando a frase não passar nessa peneira, então temos um possível caso de sentença aberta. Fique tranquilo, vamos estudar essa situação daqui a pouco.

Cuidado!

A noção de sujeito determinado não é a mesma da visão gramatical. Por exemplo, podemos ter uma proposição lógica formada por uma oração sem sujeito, na visão gramatical:
• Há vida no planeta Marte. (Na gramática, temos uma oração sem sujeito);
• Há vida no planeta Marte. (Na lógica, temos uma proposição).
Poxa, isso é confuso, professor! Calma, vamos estudar sem pensar na visão gramatical, ok?

Vamos caminhando, que o reconhecimento proposicional vai ficar bem tranquilo.

• 3ª peneira: a frase possui um pensamento completo?

Cuidado!

A frase não possui um pensamento completo quando representa um paradoxo.
Um paradoxo é uma declaração aparentemente verdadeira que leva a uma contradição lógica, ou a uma situação que contradiz a intuição comum. Em termos simples, um paradoxo é “o oposto do que alguém pensa ser a verdade”. O paradoxo representa a ausência de nexo ou lógica numa frase.

Exemplos:

– Eu sou mentiroso.
– Essa frase é falsa.

Comentário:

Toda vez que a frase se autodefine como falsa, temos um paradoxo. Ficou com dúvida do motivo? Então vamos pensar juntos! Uma pessoa que sempre diz a verdade pode dizer: “Eu sou mentiroso.” Se uma pessoa sempre diz a verdade, então ela não pode dizer essa frase. Como uma pessoa que sempre diz a verdade vai dizer que é mentirosa? Isso tem lógica? Não!

Bruno, temos outro caso! Se a pessoa sempre diz uma mentira, então como fica?

Uma pessoa mentirosa vai dizer que é mentiroso? Infelizmente não, pois nesse caso a pessoa estaria dizendo uma verdade, mas a natureza mentirosa impede de dizer a verdade. Novamente chegamos numa conclusão sem nexo, não acha?!

Caro leitor, poderíamos pensar em um tipo de pessoa intermediária que ora diz a verdade, ora mente? Não, pois nesse caso não teríamos uma qualidade definida (falar a verdade ou sempre mentir).

☑ *Dica:*

As frases que representam um paradoxo se autoafirmam falsas, no exemplo clássico de concursos públicos.

Entenderam direitinho o paradoxo? Posso confiar? Ótimo! Agora vamos treinar o Método das Três Peneiras!!!

Exemplos:

– O Brasil é um país do continente africano.

• 1ª: é uma frase declarativa? Sim.

• 2ª: possui sujeito e predicado determinados? Sim, estamos declarando algo sobre o Brasil e a qualidade informada sobre o sujeito não está em aberto.

• 3ª: possui um pensamento completo? Sim, a frase não é um paradoxo.

Logo, a frase é uma PROPOSIÇÃO LÓGICA.

Exemplos:

“O Brasil é um país do continente africano” é uma proposição *falsa*.

– Há vida no planeta Marte.

1ª: é uma frase declarativa? Sim.

2ª: possui sujeito e predicado determinados? Sim, estamos declarando que existe vida no planeta Marte.

3ª: possui um pensamento completo? Sim, a frase não é um paradoxo.

Logo, a frase é uma PROPOSIÇÃO LÓGICA.

1.3. PROPOSIÇÃO ABERTA OU SENTENÇA ABERTA

☑ *Dica:*

Nesse caso, a frase não passa pela segunda peneira do nosso Método das Três Peneiras.

1.3.1. Definição

Sentença aberta é uma sentença cujo resultado (falso ou verdadeiro) é desconhecido, por conter pelo menos um elemento indefinido.

Existem dois casos de sentença aberta:

Caso 1: Uso de um pronome

O pronome não especifica o sujeito, ou seja, não informa explicitamente o objeto estudado.

– Frei Leandro é gordo. (É uma proposição lógica, pois estamos falando especificamente sobre o Frei Leandro).

– Ele é gordo. (Sentença aberta).

O pronome “ele”, nesse caso, não especifica o sujeito. Por isso, é necessário perguntar: “Quem é ele?”.

A sentença aberta sempre vai resultar em uma pergunta para conhecer o objeto ao qual está se referindo. Vale reforçar que a sentença aberta não é uma proposição lógica.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Se Elton é conquistense, então ele é baiano. (Proposição, pois o pronome ele está se referindo ao objeto (pessoa) Elton. Se o pronome estiver fazendo referência a um sujeito anteriormente conhecido, então temos uma proposição).

Caso 2: Variável Matemática (letra substituindo um número)

→ O Brasil possui “x” municípios. (Sentença aberta)

Não conhecemos o valor do “x”, por isso não podemos julgar a sentença.

→ x + 4 = 7 (Sentença aberta)

Professor, o valor do x não seria igual a 3 (três)?

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Nesse caso não podemos resolver a questão! O enunciado apenas informou que um número x somado com o número quatro é igual a sete. Se x for igual a três, então temos uma proposição verdadeira, mas se x for diferente de três, temos uma proposição falsa. O valor do x está indefinido.
>
> Já sei, sempre que aparecer um x a frase será uma sentença aberta?
>
> Não! Vamos ver as exceções.

→ ∀ x, x + 4 = 7 (Proposição, pois a expressão “∀” representa o quantificador universal).

A sentença ∀ x, x + 4 = 7 é lida da seguinte forma: “para todo x, temos x + 4 = 7”.

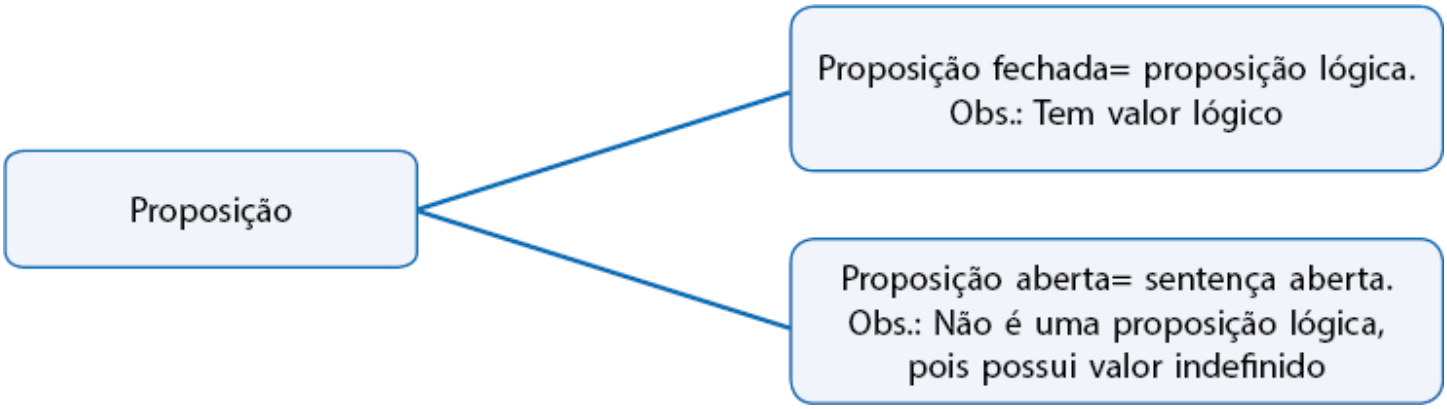
O enunciado está afirmando que qualquer valor para x teremos o resultado 7, e isso não é verdade, logo, podemos julgar.

→ ∃x, x + 4 = 7 (Proposição, pois a expressão “∃” representa o quantificador existencial).

A sentença ∃x, x + 4 = 7 é lida da seguinte forma: “Existe pelo menos um x, tal que x + 4 = 7”.

O enunciado está afirmando que existe pelo menos um valor para x que permite encontrar o resultado 7, e isso é verdade, logo, podemos julgar.

> ☑ ***Dica:***
>
> Se o enunciado apresentar uma variável matemática, sem um quantificador (universal ou existencial), então teremos uma sentença aberta. Se o enunciado tiver um quantificador, então teremos uma proposição lógica.



1.4. TREINAMENTO COMENTADO

1. (CESPE BB 2007) Há duas proposições no seguinte conjunto de sentenças:

(I) O BB foi criado em 1980.

(II) Faça seu trabalho corretamente.

(III) Manuela tem mais de 40 anos de idade.

Resolução:

Frase I: "O BB foi criado em 1980."

É uma frase declarativa? Sim!

Possui sujeito e predicado determinados? Sim!

Podemos julgar e tem sentido completo? Sim! Logo, a frase: "O BB foi criado em 1980" é uma proposição.

Frase II: "Faça seu trabalho corretamente."

É uma frase declarativa? Não! É uma frase imperativa (ordem). Logo, a frase "Faça seu trabalho corretamente" não é uma proposição.

Frase III: "Manuela tem mais de 40 anos de idade."

É uma frase declarativa? Sim!

Possui sujeito e predicado determinados? Sim!

Podemos julgar e tem sentido completo? Sim! Logo, a frase: "Manuela tem mais de 40 anos de idade" é uma proposição lógica.

Bruno, a expressão "tem mais de 40 anos de idade" não seria uma expressão indefinida?

Não, para ser indefinida a sentença precisa ter uma variável (x), sem quantificador, ok?

Conclusão final: temos duas proposições lógicas no conjunto de sentenças informado.

Resposta: item CERTO.

Obs.: em questões da banca CESPE o gabarito utilizado é C (item certo) ou E (item errado).

---

2. (CESPE BB 2007) Na lista de frases apresentadas a seguir, há exatamente três proposições.

(I) "A frase dentro destas aspas é uma mentira."

(II) "A expressão X + Y é positiva."

(III) "O valor de 4 + 3 = 7."

(IV) "Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira."

(V) "O que é isto?"

Resolução:

Frase I: "A frase dentro destas aspas é uma mentira."

É uma frase declarativa? Sim!

Possui sujeito e predicado determinados? Sim!

Podemos julgar e tem sentido completo? Não! A frase é um paradoxo!
Logo, a frase I não é uma proposição.

Frase II: “A expressão X + Y é positiva.”
É uma frase declarativa? Sim!
Possui sujeito e predicado determinados? Não! Qual o valor de x?
Logo, a frase II não é uma proposição.

Frase III: “O valor de 4 + 3 = 7.”
É uma frase declarativa? Sim!
Possui sujeito e predicado determinados? Sim!
Podemos julgar e tem sentido completo? Sim!
Logo, a frase III é uma proposição.

Frase IV: “Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.”
É uma frase declarativa? Sim!
Possui sujeito e predicado determinados? Sim!
Podemos julgar e tem sentido completo? Sim!
Logo, a frase IV é uma proposição.

Frase V: “O que é isto?”
É uma frase declarativa? Não! É uma frase interrogativa.
Logo, a frase V não é uma proposição.
Temos duas proposições lógicas. Questão errada, pois o enunciado afirma que são três proposições nesse conjunto de sentenças.

Resposta: item ERRADO.

---

3. (CESPE TRT-17ª Região 2009) Na sequência de frases abaixo, há três proposições.

(I) Quantos tribunais regionais do trabalho há na região Sudeste do Brasil?
(II) O TRT/ES lançou edital para preenchimento de 200 vagas.
(III) Se o candidato estudar muito, então ele será aprovado no concurso do TRT/ES.
(IV) Indivíduo com 50 anos de idade ou mais não poderá se inscrever no concurso do TRT/ES.

Resolução:

Frase I: “Quantos tribunais regionais do trabalho há na região Sudeste do Brasil?”
É uma frase declarativa? Não! É uma frase interrogativa.
Logo, a frase I não é uma proposição.

Frase II: “O TRT/ES lançou edital para preenchimento de 200 vagas”.
É uma frase declarativa? Sim!
Possui sujeito e predicado determinados? Sim!
Podemos julgar e tem sentido completo? Sim!
Logo, a frase II é uma proposição.

Frase III: “Se o candidato estudar muito, então ele será aprovado no concurso do TRT/ES”.
É uma frase declarativa? Sim!
Possui sujeito e predicado determinados? Sim!
Podemos julgar e tem sentido completo? Sim!
Logo, a frase III é uma proposição.

Frase IV: “Indivíduo com 50 anos de idade ou mais não poderá se inscrever no concurso do TRT/ES”.
É uma frase declarativa? Sim!

Possui sujeito e predicado determinados? Sim!

Podemos julgar e tem sentido completo? Sim!

Logo, a frase IV é uma proposição.

Nesse caso, temos uma proposição, pois é uma frase declarativa. Existem três proposições. Logo, a questão está correta.

Resposta: item CERTO.

Se liga!

Indivíduo com 50 anos de idade ou mais não poderá se inscrever no concurso do TRT/ES. Essa frase pode ser reescrita assim: “Todo indivíduo com 50 anos de idade ou mais não poderá se inscrever no concurso do TRT/ES”. Expressões: “indivíduo”, “pessoa”, “candidato” são expressões que especificam o sujeito.

4. (FCC TCE PB) Sabe-se que sentenças são orações com sujeito (o termo a respeito do qual se declara algo) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:

1. Três mais nove é igual a doze.
2. Pelé é brasileiro.
3. O jogador de futebol.
4. A idade de Maria.
5. A metade de um número.
6. O triplo de 15 é maior do que 10.

É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças apenas os itens de números:

(A) 1, 2 e 6.
(B) 2, 3 e 4.
(C) 3, 4 e 5.
(D) 1, 2, 5 e 6.
(E) 2, 3, 4 e 5.

Resolução:

1. “Três mais nove é igual a doze”. (É uma proposição lógica)
2. “Pelé é brasileiro”. (É uma proposição lógica)
3. “O jogador de futebol”. (Não é uma proposição lógica, pois falta o predicado)
4. “A idade de Maria”. (Não é uma proposição lógica, pois falta o predicado)
5. “A metade de um número”. (Não é uma proposição lógica, pois falta o predicado)
6. “O triplo de 15 é maior do que 10”. (É uma proposição lógica)

Reposta: letra A.

5. (CESPE – PM Adaptada) Considere as seguintes sentenças:

(I) O Acre é um estado da Região Nordeste.
(II) Você viu o cometa Halley?
(III) Há vida no planeta Marte.
(IV) Se x < 2, então x + 3 > 1.

Nesse caso, entre essas 4 sentenças, apenas duas são proposições.

Resolução:

I – “O Acre é um estado da Região Nordeste.”

Essa frase é uma proposição lógica.

II – “Você viu o cometa Halley?”

Frase interrogativa não representa uma proposição lógica.

III – “Há vida no planeta Marte.”

Essa frase é uma proposição lógica.

☑ ***Dica:***

O objeto de estudo é a “vida”. Lembre-se, no estudo lógico não seguimos fielmente a noção de sujeito determinado da nossa gramática.

IV – “Se x < 2, então x + 3 > 1” Essa frase é uma proposição lógica. Observe que o valor de x foi fornecido, por isso não é uma sentença aberta.

Temos exatamente três proposições.

Resposta: item ERRADO.

---

6. (FCC TCE-GO 2009) Uma proposição de uma linguagem é uma expressão de tal linguagem que pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Com base nessa definição, analise as seguintes expressões:

I. 3 + 8 < 13

II. Que horas são?

III. Existe um número inteiro x tal que 2x > -5.

IV. Os tigres são mamíferos.

V. 36 é divisível por 7.

VI. x + y = 5.

É correto afirmar que são proposições APENAS as expressões:

(A) I e IV.

(B) I e V.

(C) II, IV e VI.

(D) III, IV e V.

(E) I, III, IV e V.

Resolução:

I. “3 + 8 < 13”

É uma proposição lógica.

II. “Que horas são?”

Frase interrogativa não representa uma proposição lógica.

III. “Existe um número inteiro x tal que 2x > – 5.”

A frase é uma proposição, pois foi utilizado um quantificador (“existe”).

☑ ***Dica:***

Existe um valor inteiro tal que 2x > – 5? Sim! Se pudermos julgar, logo, a frase representa uma proposição.

2x > -5 (sentença aberta).

Obs.: a função do quantificador é tornar uma sentença aberta em uma proposição lógica.

IV. “Os tigres são mamíferos.”

É uma proposição lógica.

V. “36 é divisível por 7.”

É uma proposição lógica.

VI. “x + y = 5”

É uma sentença aberta, logo, não representa uma proposição.

Proposições: I, III, IV e V.

Resposta: letra E.

7. (FUNIVERSA SAPEJUS-GO – 2015) Considerando que uma proposição corresponde a uma sentença bem definida, isto é, que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, excluindo-se qualquer outro julgamento, assinale a alternativa em que a sentença apresentada corresponde a uma proposição.

(A) Ele foi detido sem ter cometido crime algum?
(B) Aquela penitenciária não oferece segurança para o trabalho dos agentes prisionais.
(C) Os agentes prisionais da penitenciária de Goiânia foram muito bem treinados.
(D) Fique alerta a qualquer movimentação estranha no pátio do presídio.
(E) Houve fuga de presidiários, que tragédia!

Resolução:

(A) “Ele foi detido sem ter cometido crime algum?”

Não é uma proposição, pois nesse caso temos uma sentença aberta. A frase utilizou o pronome ele sem nenhuma referência anterior.

(B) “Aquela penitenciária não oferece segurança para o trabalho dos agentes prisionais.”

Não é uma proposição, pois nesse caso temos uma sentença aberta. A frase utilizou o pronome aquela sem nenhuma referência anterior.

(C) “Os agentes prisionais da penitenciária de Goiânia foram muito bem treinados.”

É uma proposição lógica.

(D) “Fique alerta a qualquer movimentação estranha no pátio do presídio.”

Não é uma proposição, pois é uma frase imperativa.

(E) “Houve fuga de presidiários, que tragédia!”

Não é uma proposição, pois é uma frase exclamativa.

Resposta: letra A.

1.5. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

Para as questões 8 a 13 devemos julgar as afirmações (questões estilo CESPE).

8. (CESPE TCE/AC) Na lista de frases a seguir, há exatamente 2 proposições.

(I) Esta frase é falsa.
(II) O TCE/AC tem como função fiscalizar o orçamento do estado do Acre.
(III) Quantos são os conselheiros do TCE/AC?

( ) Certo ( ) Errado

9. (CESPE SEGER) Na lista de afirmações abaixo, há exatamente 3 proposições.

(I) Mariana mora em Piúma.
(II) Em Vila Velha, visite o Convento da Penha.
(III) A expressão algébrica x + y é positiva.
(IV) Se Joana é economista, então ela não entende de políticas públicas.
(V) A SEGER oferece 220 vagas em concurso público.

( ) Certo ( ) Errado

10. (CESPE MRE) Considere a seguinte lista de sentenças:

(I) Qual é o nome pelo qual é conhecido o Ministério das Relações Exteriores?
(II) O Palácio Itamaraty em Brasília é uma bela construção do século XIX.
(III) As quantidades de embaixadas e consulados gerais que o Itamaraty possui são, respectivamente, x e y.

(IV) O barão do Rio Branco foi um diplomata notável.

Nessa situação, é correto afirmar que entre as sentenças acima, apenas uma delas não é uma proposição.

( ) Certo ( ) Errado

---

11. (CESPE) Entre as frases apresentadas a seguir, identificadas por letras de A a E, apenas duas são proposições.

(A) Pedro é marceneiro e Francisco, pedreiro.

(B) Adriana, você vai para o exterior nessas férias?

(C) Que jogador fenomenal!

(D) Todos os presidentes foram homens honrados.

(E) Não deixe de resolver a prova com a devida atenção.

( ) Certo ( ) Errado

---

12. (CESPE MPE/TO) Na lista abaixo, há exatamente três proposições.

(1) Faça suas tarefas.

(2) Ele é um procurador de justiça muito competente.

(3) Celina não terminou seu trabalho.

(4) Esta proposição é falsa.

(5) O número 1.024 é uma potência de 2.

( ) Certo ( ) Errado

---

13. (CESPE SEGER) É correto concluir que as três frases seguintes são proposições.

(I) No ano de 2002, os brasileiros usuários da Internet gastavam, mensalmente, em média, 10 horas e 11 minutos navegando na rede.

(II) Em quantos anos a média mensal de tempo de uso da Internet no Brasil saltou de 8 horas para 21 horas e 40 minutos?

(III) Se, em 2006, o tempo médio mensal *on-line* dos brasileiros era de 21 horas e 20 minutos, então essa média aumentou em mais de 20 minutos em 2007.

( ) Certo ( ) Errado

---

14. (Quadrix CRN – 3ª Região 2014) Das afirmativas a seguir, assinale a única que apresenta uma proposição lógica.

(A) Uma alimentação saudável é um dos princípios básicos para uma vida saudável.

(B) Reflita sobre sua saúde!

(C) Já pensou como vai sua saúde?

(D) Seja qual for seu ritmo de vida, aprenda a se exercitar sempre.

(E) 31 de março: dia da saúde e nutrição.

---

15. (FCC) Sabe-se que sentenças são orações com sujeito (o termo a respeito do qual se declara algo) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:

1. A terça parte de um número.

2. Jasão é elegante.

3. Mente sã em corpo são.

4. Dois mais dois são 5.

5. Evite o fumo.

6. Trinta e dois centésimos.

É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças APENAS os itens de números:

(A) 1, 4 e 6.

(B) 2, 4 e 5.

(C) 2, 3 e 5.

(D) 3 e 5.

(E) 2 e 4.

16. (IBFC – HU – PI – 2012 – Assistente) Considere as sentenças a seguir:

I. Faça a prova ou vá para casa!

II. Se a taxa de juros sobe, então o poder de compra diminui.

III. Qual a tua idade?

É CORRETO afirmar que:

(A) apenas II não é uma proposição.

(B) apenas I e III não são proposições.

(C) apenas I e III são proposições

(D) I, II e III não são proposições.

(E) I, II e III são proposições.

1.6. DESAFIO

Texto para as questões 17 a 19

Uma proposição é uma sentença afirmativa ou negativa que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não como ambas. Nesse sentido, considere o seguinte diálogo:

(1) Você sabe dividir? – perguntou Ana.

(2) Claro que sei! – respondeu Mauro.

(3) Então, qual é o resto da divisão de onze milhares, onze centenas e onze por três? – perguntou Ana.

(4) O resto é dois. – respondeu Mauro, após fazer a conta.

(5) Está errado! Você não sabe dividir. – respondeu Ana.

A partir das informações e do diálogo acima, julgue os itens que se seguem.

17. A frase indicada por (3) não é uma proposição.

( ) Certo ( ) Errado

18. A sentença (5) é F.

( ) Certo ( ) Errado

19. A frase (2) é uma proposição.

( ) Certo ( ) Errado

Se liga!

O comentário desse desafio estará disponível no meu canal no Youtube (meu canal é Bruno Villar) com o título *Desafio do Livro*.

1.7. PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA LÓGICA

Os princípios fundamentais da lógica ou regras do pensamento são regras norteadoras de um determinado modelo lógico. Na Lógica Matemática, por exemplo, utilizamos apenas dois princípios: “Não Contradição” e “Terceiro Excluído”, por isso ela é chamada de lógica bivalente.

Na banca CESPE, até o presente momento, é informado apenas os dois princípios da Lógica Matemática.

Professor, preciso memorizar os princípios?

Sim, inclusive eles foram cobrados em prova recente da banca VUNESP.

Vamos estudar as regras do pensamento? Avante!

1.8. PRINCÍPIO DA IDENTIDADE

1.8.1. Definição

Todo objeto é idêntico a si mesmo, isto é, uma proposição verdadeira é sempre verdadeira e uma proposição falsa é sempre falsa.

Comentário:

Eu chamo esse princípio de “Princípio do RG”, pois o objeto mantém a sua essência desde o nascimento, ou seja, se algo é verdadeiro hoje então amanhã vai continuar sendo verdadeiro. Alguns modelos lógicos descartam esse princípio, pois ele transmite uma ideia de verdade absoluta, conceito polêmico.

1.9. PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO

1.9.1. Definição

Uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.

Comentário:

É o princípio do amigo mentiroso, que hoje conta uma coisa e amanhã conta a mesma situação de forma totalmente diferente. Esse princípio é utilizado em investigações policiais para verificar se o suspeito está mentindo, ou seja, se contradizendo.

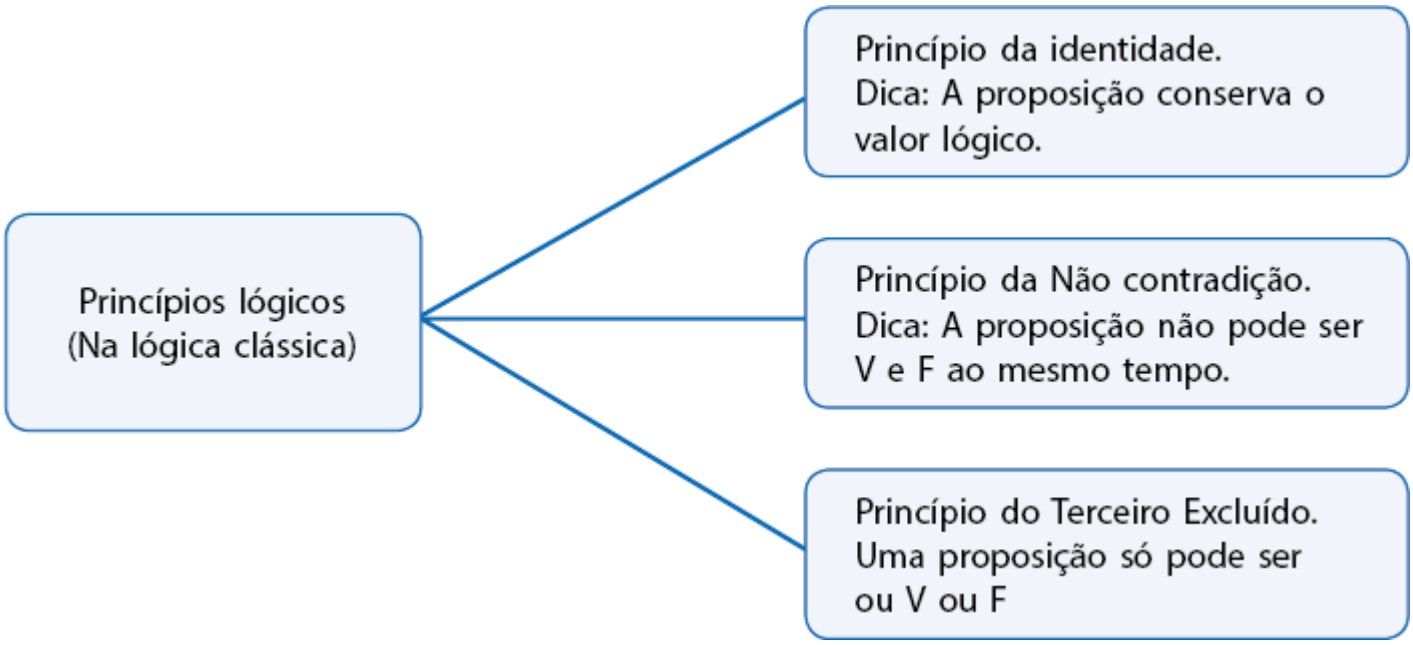
1.10. PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO

1.10.1. Definição

Toda proposição ou é só verdadeira ou é só falsa, nunca ocorrendo um terceiro caso.

Comentário:

Uma proposição lógica ou assume um valor verdadeiro ou assume um valor falso. Não existe outra opção.


Princípios lógicos
(Na lógica clássica)
Princípio da identidade.
Dica: A proposição conserva o valor lógico.
Princípio da Não contradição.
Dica: A proposição não pode ser V e F ao mesmo tempo.
Princípio do Terceiro Excluído.
Uma proposição só pode ser ou V ou F

1.11. TREINAMENTO COMENTADO

20. (CESPE) Segundo os princípios da não contradição e do terceiro excluído, a uma proposição pode ser atribuído um e somente um valor lógico.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Uma proposição lógica pode assumir apenas um valor lógico (resumo dos princípios fundamentais da lógica).

Resposta: item CERTO.

1.12. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

21. (CESPE) Toda proposição lógica pode assumir no mínimo dois valores lógicos.

( ) Certo ( ) Errado

22. (VUNESP PC-SP 2014) A lógica clássica possui princípios fundamentais que servem de base para a produção de raciocínios válidos. Esses princípios foram inicialmente postulados por Aristóteles (384 a 322 a.C.) e até hoje dão suporte a sistemas lógicos. Tais princípios são os:

(A) da inferência, da não contradição e do terceiro incluído.
(B) da diversidade, da dedução e do terceiro incluído.
(C) da identidade, da inferência e da não contradição.
(D) da identidade, da não contradição e do terceiro excluído.
(E) da diversidade, da indução e da não contradição.

1.13. CLASSIFICAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES LÓGICAS

As proposições lógicas se classificam em simples ou compostas.

1.13.1. Proposição simples ou atômica

1.13.1.1. Definição

É uma frase declarativa que expressa um pensamento completo acerca de um objeto, isto é, possui um único objeto de estudo. Indicaremos tais proposições por letras minúsculas do nosso alfabeto.

Exemplos:

p: O México fica na América do Norte.
q: o número 25 é quadrado perfeito.
r: João é menino de rua.

Comentário:

As bancas de concursos não têm respeitado o critério de letras minúsculas para proposições simples, por isso o leitor pode ficar tranquilo em relação a essa exigência. Quaisquer mudanças desse entendimento estarão sendo informadas no meu canal no YouTube (Bruno Villar) ou nas minhas redes sociais, ok? Vamos continuar!

1.13.2. Proposição composta ou molecular

É formada por duas ou mais proposições relacionadas pelos conectivos lógicos. Serão indicadas por letras maiúsculas do nosso alfabeto. Notação: P (p, q, r...) indica que a proposição composta P é formada pelas proposições simples p, q, r, ...

Exemplos:

P: João é alto e André e baixo.
Q: Se Joana é economista, então ela não entende de políticas públicas.

Se liga!

A banca de cursos CESPE (UNB), nos concursos do SEBRAE e do STF, ano de 2008, considerou proposições simples as frases:
Pedro e Paulo são analistas do SEBRAE.
O orgulho e a vaidade são as portas de entrada da ruína do homem.

Fique esperto!

A banca CESPE, quando a frase tem dois sujeitos e o mesmo predicado, a considera como sendo uma proposição simples, até a presente data.

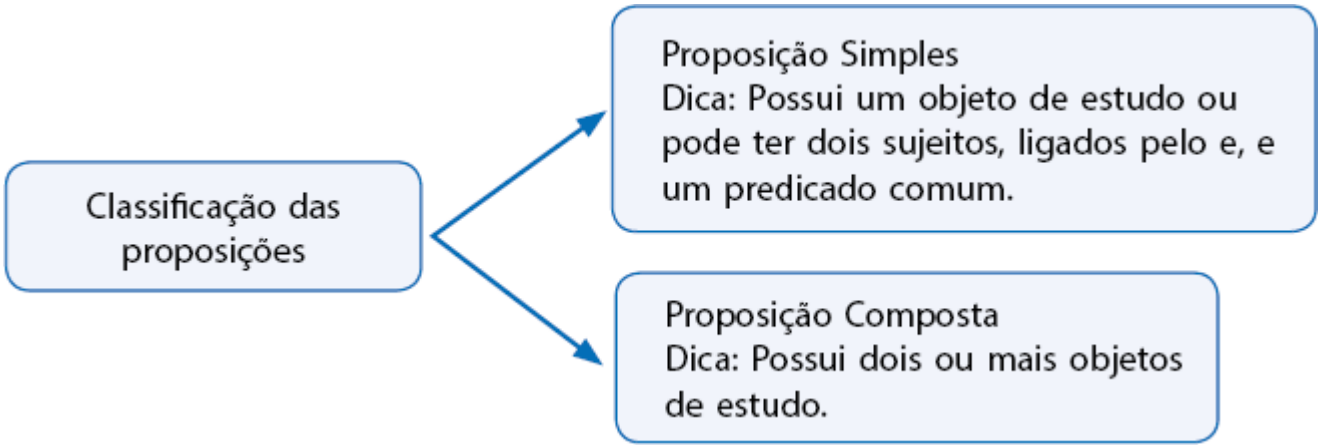
Comentário:

Confesso que demorei em compreender o motivo que permitia a estimada examinadora considerar que a proposição "Pedro e Paulo são analistas do SEBRAE" é um exemplo de proposição simples. No livro Órganon, de Aristóteles, temos uma definição de proposição simples da seguinte forma:

"As proposições simples são as que indicam um fato singular (uno) ou que são singulares (unas) em virtude de uma conjunção. Proposições múltiplas ou compostas são as que indicam não unidade, mas multiplicidade, ou que apresentam suas partes sem conjunção." (p. 85).

Se liga!

"O sistema judiciário igualitário e imparcial promove o amplo direito de defesa do réu ao mesmo tempo em que assegura uma atuação investigativa completa por parte da promotoria" é uma proposição simples. Como uma proposição simples? A frase possui dois verbos, mas há uma relação singular, ou seja, existe uma relação de complementação da ideia de amplo direito de defesa.


Classificação das proposições
Proposição Simples
Dica: Possui um objeto de estudo ou pode ter dois sujeitos, ligados pelo e, e um predicado comum.
Proposição Composta
Dica: Possui dois ou mais objetos de estudo.

1.14. TREINAMENTO COMENTADO

23. (CESPE TJ-SE 2014) Julgue o item que se segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "O reitor declarou estar contente com as políticas relacionadas à educação superior adotadas pelo governo de seu país e com os rumos atuais do movimento estudantil" é uma proposição lógica simples.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Item errado, pois temos dois predicados distintos.

1ª proposição: o reitor declarou estar contente com as políticas relacionadas à educação superior adotadas pelo governo de seu país.

2ª proposição: o reitor declarou estar contente com os rumos atuais do movimento estudantil.

Comentário:

Temos um sujeito comum, porém temos dois predicados distintos, logo, podemos dizer que não temos uma relação de unicidade (predicado comum).

Resposta: item ERRADO.

---

24. (CESPE MTE 2013) A sentença "O crescimento do mercado informal, com empregados sem carteira assinada, é uma consequência do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos" pode ser corretamente representada, como uma proposição composta, na forma P → Q, em que P e Q sejam proposições simples convenientemente escolhidas.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição "O crescimento do mercado informal, com empregados sem carteira assinada, é uma consequência do número excessivo de impostos incidentes sobre a folha de pagamentos" é simples. A pegadinha da questão era considerar a palavra consequência como representante do conectivo condicional (→).

Resposta: item ERRADO.

1.15. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

25. (CESPE TJ-SE 2014) Julgue o item que se segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "O sistema judiciário igualitário e imparcial promove o amplo direito de defesa do réu ao mesmo tempo que assegura uma atuação investigativa completa por parte da promotoria" é uma proposição lógica composta.

( ) Certo ( ) Errado

---

26. (CESPE TJ-SE 2014) Julgue o item que se segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "A crença em uma justiça divina, imparcial, incorruptível e infalível é lenitivo para muitos que desconhecem os caminhos para a busca de seus direitos, assegurados na Constituição" é uma proposição lógica simples.

( ) Certo ( ) Errado

---

27. (CESPE 2013) Julgue os itens seguintes, relativos à lógica proposicional.

A sentença "um ensino dedicado à formação de técnicos negligencia a formação de cientistas" constitui uma proposição simples.

( ) Certo ( ) Errado

---

28. (CESPE 2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A sentença "Os candidatos aprovados e nomeados estarão subordinados ao Regime Jurídico Único dos Servidores Civis da União, das Autarquias e das Fundações Públicas Federais" é uma proposição lógica composta.

( ) Certo ( ) Errado

1.16. CONECTIVOS LÓGICOS

1.16.1. Definição

Conectivos lógicos (ou operadores lógicos) são palavras ou expressões que usamos para formar novas proposições, a partir de outras proposições. Os conectivos lógicos são:

* não (~).

Comentário:

Não há uma ideia consolidada sobre o "não" representar um conectivo lógico. Essa confusão se dá devido à quantidade de modelos lógicos que temos, por exemplo: Lógica Matemática, Lógica Filosófica etc.

Se liga!

O CESPE utiliza o seguinte símbolo ¬(cantoneira) para representar a negação.
* e (∧).
*ou (∨).
*ou... ou (⊻).
* se... então ...(→).
* ... se e somente se ...(↔).

1.17. NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO SIMPLES

1.17.1. Definição

A negação de uma proposição é mudança do valor lógico, sem perder o sentido.

Bruno, o que seria perder o sentido?

Quando negamos uma proposição devemos apresentar todas as possibilidades que representam uma situação contraditória a nossa afirmação.

Exemplo:

"O quadro é branco." Não posso dizer que a proposição "O quadro é preto" é uma negação da frase "O quadro é branco", pois todas as cores que não são brancas representam uma situação contraditória. Logo, a negação da frase "O quadro é branco" é "O quadro não é branco".

Se liga!

Proposições contraditórias: são proposições que apresentam valores lógicos diferentes, ou seja, se uma for falsa então a outra proposição será verdadeira.

Exemplo:

As proposições "Todo x é y" e "algum x não é y" são contraditórias.

Dica:

A proposição contraditória representa a negação de uma proposição.

Proposições contrárias: não podem ser ao mesmo tempo verdadeiras.

Exemplo:

As proposições “Todo x é y” e “Nenhum x é y” são contrárias.

Proposições subcontrárias: não podem ser falsas ao mesmo tempo.

Exemplo:

As proposições “Algum x é y” e “Algum x não é y” são subcontrárias.

A forma simbólica da negação é ~ p.

p	~p
V	F
F	V

O CESPE utiliza o símbolo ¬ (cantoneira) para representar a negação.

Vamos estudar a negação de uma proposição simples em cinco casos, sendo os dois primeiros denominados simples, e os três últimos, casos especiais.

Caso 1:

A frase não possui o advérbio não, logo, colocamos o advérbio antes do verbo de ligação.

p: Aristóteles foi um filósofo grego.

¬ p: Aristóteles não foi um filósofo grego.

Outras formas de negar essa mesma proposição é:

Não é verdade que Aristóteles foi um filósofo grego.

É falso que Aristóteles foi um filósofo grego.

Dica:

As expressões “Não é verdade que” e “É falso que” representam a ideia de “A negação de ...”.

Caso 2:

A frase possui o advérbio não; nesse caso, é só retirar o advérbio não.

q: O Brasil *não* é um país do continente africano.

¬ q: O Brasil é um país do continente africano.

Outras formas de negar essa mesma proposição são:

Não é verdade que o Brasil *não* é um país do continente africano.

É falso que o Brasil *não* é um país do continente africano.

Nesse caso, utilizamos a dupla negação. Na visão lógica, a dupla negação é uma afirmação.

Em nosso cotidiano, presenciamos várias situações com essa dupla negação.

Quando a mãe diz ao filho: “você não vai sair não”, do ponto de vista lógico, ela está afirmando que ele vai sair. Uma dica para você, *leitora*: quando quiser dar um “não” ao colega, conte a quantidade. Pois se você disser: “não e não”, você estará dizendo sim do ponto de vista lógico...

Se liga!

Embora a dupla negação seja utilizada com certa frequência na língua portuguesa como um reforço da negação, do ponto de vista puramente lógico, ela equivale a uma afirmação.

Exemplos (de frases com dupla negação):

Não vou não = vou.
Hoje não compro nada = compro algo.
O avesso do avesso de uma blusa preta = blusa preta.
Obs.: o avesso transmite uma ideia de contrário.
O tema dupla negação é um tipo de equivalência lógica.

Se liga!

Não e não = sim (uma quantidade par de negações sempre será uma afirmação).
Não, não e não = não (uma quantidade ímpar de negações sempre será uma negação).

Caso 3 (utilização de antônimos):

p: Mário é alto.

¬ p: Mário não é alto.

¬ p: Mário é baixo.

Podemos utilizar o antônimo desde que a relação seja equivalente. A expressão “não é alto” corresponde à proposição “é baixo”.

Cuidado!

Q: A seleção brasileira de futebol ganhou o jogo contra o Chile.
¬ : Q: A seleção brasileira de futebol não ganhou o jogo contra o Chile. (Forma simples)
Bruno, seria possível utilizar a frase “Q: A seleção brasileira de futebol perdeu o jogo contra o Chile” como uma possibilidade de negação?
Não é possível, pois quando não ganhamos um jogo de futebol então perdemos ou empatamos (a negação tem que representar todas as possibilidades contrárias à minha afirmação).

Caso 4: Negação dos símbolos matemáticos

Os símbolos matemáticos possuem a seguinte relação de negação:

P	¬ p
=	≠
≥	<
≤	>
>	≤
<	≥

p: 2 + 3 = 5

¬ p: 2 + 3 ≠ 5

Q: Maria tem mais de 20 anos trabalhando no INSS.

¬ q: Maria não tem mais de 20 anos trabalhando no INSS. (Forma simples, porém pouco utilizada)

¬ q: Maria tem mais de 20 anos ou menos trabalhando no INSS. (Forma mais cobrada em prova)

Caso 5: Negação de proposições contendo quantificador ou segunda Lei de Morgan

• No capítulo 3 iniciaremos o estudo dos quantificadores, porém, por questões didáticas, fiz a opção de iniciar o estudo da negação nesse capítulo.

Futuro funcionário público, esse é o tópico de negação mais cobrado em prova.

• 1ª situação: Quantificador Universal Afirmativo (Todo)

Para negar a expressão "Todo" é necessário encontrar uma situação contraditória à nossa afirmação, por isso NÃO negamos o todo utilizamos a palavra NENHUM (Todo + não). A regra da negação é utilizar o algum (pelo menos um ou existe) mais a negação da frase.

p: Todo homem é mortal.

~p: Algum um homem não é mortal.

Outras opções:

~p: Pelo menos um homem que não é mortal.

~p: Existe um homem que não é mortal.

~p: Nem todo homem é mortal (nem = algum + não).

⚠ ***Cuidado!***

Q: Os alunos do Curso Bruno Villar são estudiosos.

A proposição "Os alunos do Curso Bruno Villar são estudiosos" possui uma ideia universal, isto é, pode ser lida da seguinte forma: "Todos os alunos do Curso Bruno Villar são estudiosos". A expressão Todo está implícita na frase, por isso é obrigatório utilizar o quantificador existencial no momento da negação da sentença.

~q: Algum aluno do Curso Bruno Villar não é estudioso.

~q: Alguns alunos do Curso Bruno Villar não são estudiosos.

Muita calma nessa hora!

Temos duas opções de negação para o exemplo acima:

~q: Algum aluno do Curso Bruno Villar não é estudioso. (singular)

~q: Alguns alunos do Curso Bruno Villar não são estudiosos. (plural)

Porém, se na sua prova você visualizar uma alternativa no singular e outra no plural, então marque a alternativa que contém a resposta no singular, pois a forma singular tem prioridade, ou seja, é a mais correta. Essa pegadinha está sendo cobrada nas últimas provas de concurso.

⚠ ***Cuidado*!**

Qual a negação da proposição "Os três réus foram condenados?".

A negação é "Pelo menos um réu não foi condenado.".

Comentário:

Para negar a sentença é necessário que apenas um não seja condenado, por isso é necessário utilizar o quantificador existencial.

• 2ª situação: Quantificador Existencial (algum = existe = pelo menos um)

A regra da negação do quantificador existencial é mudar para o quantificador universal e negar a sentença.

p: Existem homens que são sábios.

~p: Todos os homens não são sábios.

~P: Nenhum homem é sábio.

A proposição “Todos os homens não são sábios” pode ser escrita na forma “Nenhum homem é sábio”. As duas opções representam possibilidades para negar o quantificador existencial.

Já sei: Professor, qual a opção mais correta?

Nesse caso, as duas formas têm o mesmo peso.

☑ *Dica:*

Para negar o quantificador existe (algum) temos duas opções:
1ª) Trocar pelo quantificador “todo” e escrever a negação da sentença.
2ª) Porém, se utilizarmos o quantificador “nenhum”, a sentença deverá ser mantida.
Obs.: essa sentença, que estou tentando explicar, é frase sem o quantificador. Acredito que ficou clara a ideia de sentença, nesse caso.

Exemplo:

Algum A é B, a sentença é “A é B”.
p: Algum A é B.
¬ p: Todo A não é B (utilizando o “todo”, a sentença deve ser negada).
¬ p: Nenhum A é B (utilizando o “nenhum”, a sentença deve ser mantida).

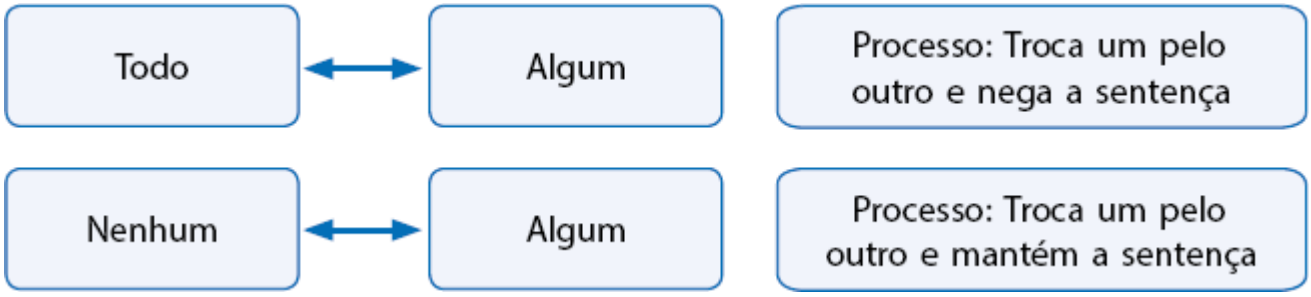
• 3ª situação: Quantificador Universal Negativo (Nenhum)

⚠ *Cuidado*!

No caso de negar o quantificador “nenhum” ou “ninguém” o único quantificador utilizado é o “existe” (“algum” ou “alguém”).
p: Nenhum A é B.
~p: Algum A é B.

☑ *Dica:*

Realizamos apenas a troca do nenhum pelo algum.



Comentários finais sobre a negação de proposições simples:

A negação de uma proposição tem como objetivo mudar o valor lógico, sem perder o sentido.

Exemplo:

"O sol é uma estrela" é uma proposição verdadeira, não pode ser negada da forma: "o sol é um satélite natural", uma proposição falsa. Por que isso não é possível? Pois o fato de não ser uma estrela não significa que é um satélite natural.

Agora, temos "o céu é azul"; a negação dessa proposição é "o céu não é azul". Logo, não poderíamos negar dizendo que o céu é verde, pois não existe uma relação de antônimo.

Por fim uma dúvida comum dos concursandos. **Negar não é tornar uma sentença falsa, ok? Negar é mudar o valor lógico,** isto é, se ela for verdadeira, quando negar, passará a ser falsa, e, se for falsa, passará a ser verdadeira.

1.18. TREINAMENTO COMENTADO

29. (FCC) Em um trecho da letra da música "Sampa", Caetano Veloso se refere à cidade de São Paulo dizendo que ela é "o avesso, do avesso, do avesso, do avesso". Admitindo que uma cidade represente algo bom e que o seu avesso represente algo ruim, do ponto de vista lógico, o trecho da música de Caetano Veloso afirma que São Paulo é uma cidade:

(A) equivalente a seu avesso.
(B) similar a seu avesso.
(C) ruim e boa.
(D) ruim.
(E) boa.

Resolução:

Avesso – Avesso – Avesso – Avesso. A palavra *avesso* repetiu-se quatro vezes, logo, representa uma afirmação.

Nessa questão, temos a dupla negação; isso é muito cobrado em prova.

Resposta: letra E.

---

30. (FCC) Em uma declaração ao tribunal, o acusado de um crime diz:
"No dia do crime, não fui a lugar nenhum. Quando ouvi a campainha e percebi que era o vendedor, eu disse a ele: – hoje não compro nada. Isso posto, não tenho nada a declarar sobre o crime."
Embora a dupla negação seja utilizada com certa frequência na língua portuguesa como um reforço da negação, do ponto de vista puramente lógico, ela equivale a uma afirmação. Então, do ponto de vista lógico, o acusado afirmou, em relação ao dia do crime, que:

(A) não foi a lugar algum, não comprou coisa alguma do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.
(B) não foi a lugar algum, comprou alguma coisa do vendedor e tem coisas a declarar sobre o crime.
(C) foi a algum lugar, comprou alguma coisa do vendedor e tem coisas a declarar sobre o crime.
(D) foi a algum lugar, não comprou coisa alguma do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.
(E) foi a algum lugar, comprou alguma coisa do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.

Resolução:

A frase "não fui a lugar nenhum" significa "fui a algum lugar".

Cuidado!

"Fui a lugar nenhum" está afirmando que você não saiu, quando você negar, você estará afirmando que você foi a algum lugar.

A frase "hoje não compro nada" significa "hoje compro algo".

A frase "não tenho nada a declarar sobre o crime" significa dizer "tenho algo a declarar sobre o crime".

Resposta: letra C.

31. (CESPE) Os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques.
Assinale a opção correspondente à negação da frase acima.

(A) Nenhum jogador do Estrela Futebol Clube é craque.
(B) Quase todos os jogadores do Estrela Futebol Clube não são craques.
(C) Existe algum jogador do Estrela Futebol Clube que não é craque.
(D) Apenas alguns jogadores do Estrela Futebol Clube são craques.

Resolução:

A proposição "Os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques" pode ser compreendida da seguinte forma: "Todos os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques".

Não se esqueça! Toda frase com relação universal deve ser negada da seguinte forma:

Quantificador existencial ("algum" ou "existe" ou "pelo menos") + negação da "sentença".

A negação da proposição "Todos os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques" é "Existe algum jogador do Estrela Futebol Clube que não é craque".

Resposta: letra C.

32. (FCC BB 2011) Um jornal publicou a seguinte manchete:
"Toda Agência do Banco do Brasil tem déficit de funcionários."
Diante de tal inverdade, o jornal se viu obrigado a retratar-se, publicando uma negação de tal manchete.
Das sentenças seguintes, aquela que expressaria de maneira correta a negação da manchete publicada é:

(A) Qualquer Agência do Banco do Brasil não têm déficit de funcionários.
(B) Nenhuma Agência do Banco do Brasil tem déficit de funcionários.
(C) Alguma Agência do Banco do Brasil não tem déficit de funcionários.
(D) Existem Agências com déficit de funcionários que não pertencem ao Banco do Brasil.
(E) O quadro de funcionários do Banco do Brasil está completo.

Resolução:

A negação de "Toda Agência do Banco do Brasil tem déficit de funcionários" é "alguma agência do Banco do Brasil não tem déficit de funcionários".

Resposta: letra C.

33. (CESPE 2014) Julgue o item seguinte, acerca da proposição P: Quando acreditar que estou certo, não me importarei com a opinião dos outros.
Uma negação correta da proposição "Acredito que estou certo" seria "Acredito que não estou certo".

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição "Acredito que estou certo" possui dois verbos, por isso devemos ficar atentos. O advérbio "não" deve ser colocado no primeiro verbo da sentença informada. A negação correta da proposição "Acredito que estou certo" é "Não acredito que estou certo".

Resposta: item ERRADO.

1.19. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

34. (CESPE EMBASA 2009) A negação da afirmação "Todas as famílias da rua B são preferenciais" é "Nenhuma família da rua B é preferencial".

( ) Certo ( ) Errado

35. (ESAF) A negação de "À noite, todos os gatos são pardos" é:

(A) De dia, todos os gatos são pardos.
(B) De dia, nenhum gato é pardo.
(C) De dia, existe pelo menos um gato que não é pardo.
(D) À noite, existe pelo menos um gato que não é pardo.
(E) À noite, nenhum gato é pardo.

---

36. (CESPE) A negação da proposição "Ninguém aqui é brasiliense" é a proposição "Todos aqui são brasilienses".

( ) Certo ( ) Errado

---

37. (FGV 2013) Em uma reunião de senhoras em um clube, Maria disse: "– Todas as pessoas casadas são felizes". Em seguida, Lucia retrucou: "– Isso não é verdade". Considerando que Lucia tem razão, conclui-se logicamente que:

(A) pelo menos uma pessoa casada não é feliz.
(B) nenhuma pessoa casada é feliz.
(C) todas as pessoas felizes são casadas.
(D) todas as pessoas felizes não são casadas.
(E) uma pessoa ou é casada ou é feliz.

---

38. (FUNCAB) Marque a alternativa que contém a negação da proposição "Todo cachorro é amigo do homem".

(A) Pelo menos um cachorro não é amigo do homem.
(B) Algum cachorro é amigo do homem.
(C) Pelo menos um cachorro é amigo do homem.
(D) Nenhum cachorro não é amigo do homem.
(E) Todo homem não é amigo dos cachorros.

---

39. (CESPE) Se a proposição "Algum banco lucra mais no Brasil que nos EUA" tiver valor lógico V, a proposição "Se todos os bancos lucram mais nos EUA que no Brasil, então os correntistas têm melhores serviços lá do que aqui" será F.

---

40. (FCC 2012) O diretor comercial de uma companhia, preocupado com as numerosas reclamações de clientes sobre a falta de produtos do catálogo nas lojas da empresa, deu a seguinte ordem a todos os gerentes:
"Pelo menos uma de nossas lojas deve ter em seu estoque todos os produtos de nosso catálogo."
Dois meses depois, o diretor constatou que sua ordem não estava sendo cumprida. Com essas informações, conclui-se que, necessariamente,

(A) nenhum produto do catálogo estava disponível no estoque de todas as lojas da empresa.
(B) no estoque de apenas uma loja da empresa não havia produtos do catálogo em falta.
(C) alguma loja da empresa não tinha em seu estoque qualquer produto do catálogo.
(D) algum produto do catálogo estava em falta no estoque de todas as lojas da empresa.
(E) no estoque de cada loja da empresa faltava pelo menos um produto do catálogo.

---

41. (CESGRANRIO PETROBRAS 2012) A negação da proposição "Todo professor de matemática usa óculos" é:

(A) Nenhum professor de matemática usa óculos.
(B) Ninguém que usa óculos é professor de matemática.
(C) Todos os professores de Matemática não usam óculos.
(D) Existe alguma pessoa que usa óculos e não é professor de matemática.
(E) Existe algum professor de matemática que não usa óculos.

---

42. (CESGRANRIO) Qual é a negação de "Todos os candidatos desse concurso têm mais de 18 anos"?

(A) Todos os candidatos desse concurso têm menos de 18 anos.
(B) Pelo menos um candidato desse concurso tem menos de 18 anos.
(C) Pelo menos um candidato desse concurso tem 18 anos ou menos.
(D) Nenhum candidato desse concurso tem menos de 18 anos.
(E) Nenhum candidato tem exatamente 18 anos.

43. (CESPE) A negação da proposição "algum promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais" é "nem todo promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais".

( ) Certo ( ) Errado

1.20. OPERADORES LÓGICOS

Operadores lógicos ou conectivos lógicos são termos que unem duas ou mais proposições.

A função do operador lógico é fornecer um valor lógico para essa junção de conectivos.

Se liga!

A memorização da forma simbólica do operador e sua tabela verdade são fundamentais para realização das questões sobre o tema.

1.21. DISJUNÇÃO INCLUSIVA OU DISJUNÇÃO

1.21.1. Definição

Dadas duas proposições p e q, chama-se "disjunção de p e q" a proposição "$p \vee q$" (lê-se: p ou q). A disjunção $p \vee q$ será verdadeira se pelo menos uma das proposições (p ou q) for verdadeira e será falsa apenas no caso em que as duas (p e q) forem falsas.

Fique esperto!

Em concurso público, são cobradas duas partes do operador lógico: a linguagem escrita e a tabela verdade. Por isso, vamos começar o estudo pela linguagem escrita da disjunção.

Exemplos:

1) p: O sol é uma estrela.
q: O céu é azul.
$p \vee q$: O sol é uma estrela ou céu é azul.

2) r: Catarina é ocupante de cargo em comissão Cj3.
s: Catarina é ocupante de cargo em comissão Cj4.
$r \vee s$: Catarina é ocupante de cargo em comissão Cj3 ou Catarina é ocupante de cargo em comissão Cj4.

Se liga!

Nesse caso, como as duas frases possuem o mesmo sujeito (Catarina) e uma parte do predicado (ocupante de cargo em comissão) comum, podemos fazer uma junção dos termos comuns, sem causar prejuízo à proposição.

r ∨ s: Catarina é ocupante de cargo em comissão Cj3 ou Cj4. (Proposição composta)

Formas filosóficas são maneiras de escrever um conectivo lógico, permitidas pela filosofia

Fique esperto!

Seguem abaixo outras formas filosóficas de escrever a forma p ∨ q.

p ∨ q: p ou q

P ou q ou ambos

P e/ou q (documentos legais).

Comentário sobre a disjunção

Amigo leitor, a expressão "ou" tem função de inclusão, enquanto a expressão "ou... ou" tem uma função de exclusão. Mas essa relação é do ponto de vista lógico – deixemos isso bem claro! Vale salientar que na nossa gramática, a visão é um pouco diferente, mas vamos retornar ao estudo lógico, ok?

Vamos entender melhor a diferença dessas expressões, do ponto de vista lógico.

Suponha que está na época de natal e você decide levar seu filho, sobrinho ou afilhado ao *shopping* para ele escolher o presente dele. Se você, meu amigo (a), cair na besteira de perguntar: "você quer a bola **ou** a bicicleta?", você acabou de fornecer três possibilidades de escolha para o menino, pois, do ponto de vista lógico, ele pode escolher:

Somente a bola,

Somente a bicicleta, ou

Os dois presentes.

Em nossa sugestão, ele deveria escolher os dois! Afinal, você se expressou errado... Lembre-se: o "ou" tem essa função de inclusão, por isso, ele pode escolher uma coisa ou as duas coisas.

Agora, se você disser: "Você quer **ou** a bola **ou** a bicicleta", nesse caso, o menino poderá escolher apenas um presente, pois a função do "ou... ou" é de exclusão; somente uma coisa pode acontecer.

Espero que essa analogia tenha ajudado na diferença dessas expressões! Lembrando:

"ou" é uma disjunção inclusiva;

"ou... ou" é uma disjunção exclusiva.

Se liga!

O CESPE não faz distinção entre "ou" e "ou... ou"; em provas antigas.

p ∨ q – disjunção inclusiva.

p $\veebar$ q – disjunção exclusiva.

O CESPE considera certo, até o ano de 2013, a forma p ∨ q escrita na forma "ou p ou q".

Fique esperto!

Se o texto explicativo da questão do CESPE não mencionar sobre a diferença das disjunções então a expressão p ∨ q pode ser escrita nas formas "p ou q" ou "ou p ou q".

Agora, esse entendimento tem sido diferente em provas recentes (referência ano de 2013). A banca CESPE tem entendido o "ou... ou" como sendo uma disjunção exclusiva. Infelizmente, iremos notar em provas antigas a opção "ou" e "ou... ou" como representação escrita da disjunção inclusiva, mas não estranhe, ok? "Coisas do CESPE"!!!

Agora vamos estudar a tabela da disjunção e sua aplicação.

• Tabela da Disjunção

p	q	p ∨ q

V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Dica (de memorização):

No “ou”, se pelo menos uma proposição for verdadeira, o resultado é verdadeiro.

Aplicação da tabela: qual o valor lógico da proposição “4 + 3 = 9 ou 2 + 5 = 7”?

• 1ª etapa: determinar o valor lógico de 4 + 3 = 9

Valor lógico: (F)

• 2ª etapa: determinar o valor lógico de 2 + 5 = 7

Valor lógico: (V)

• 3ª etapa: montar a dupla

FV = V, na disjunção inclusiva.

Vamos aprofundar o conceito de tabela-verdade da disjunção!

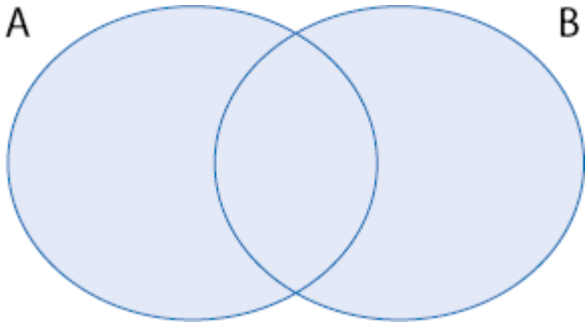
A tabela-verdade dos operadores lógicos são relações fornecidas pelas operações entre conjuntos.

A disjunção é uma relação de união de conjuntos. Veja e compare:

$A \cup B = \{x/x \in A$ **ou** $x \in B\}$

$p \vee q =$ p **ou** q

Na verdade, a disjunção utiliza a propriedade de união de conjuntos pois, para um elemento pertencer à união ($A \cup B$), é necessário pertencer a pelo menos um dos conjuntos. Por isso, na disjunção, se uma proposição for verdadeira, o resultado será verdadeiro.



Vamos relembrar os bons tempos de colégio e associar a tabela-verdade com a relação de conjuntos. Vamos juntos!

Exemplo:

Considere o conjunto A {1, 2, 3} e o conjunto B {3, 4, 5}. Determine o conjunto $A \cup B$.

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

• Explicação da tabela.

Vamos agora aplicar esse conceito de união na tabela-verdade, porém, em vez de usarmos V e F, vamos usar os símbolos $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence).

A	B	$A \cup B$
$\in$	$\in$	V
$\in$	$\notin$	V

∉	∈	V
∉	∉	F

• 1ª linha:

Se um elemento pertencer ao conjunto A e ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∪ B (V).

> ***Exemplo:***
>
> O elemento 3 pertence aos dois conjuntos.

• 2ª linha:

Se um elemento pertencer ao conjunto A e não pertencer ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∪ B (V).

> ***Exemplo:***
>
> O elemento 1 pertence ao conjunto A e não pertence ao conjunto B, mas pelo fato de pertencer a um dos conjuntos, então ele pertence ao conjunto A ∪ B.

• 3ª linha:

Se um elemento não pertencer ao conjunto A e pertencer ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∪ B (V).

> ***Exemplo:***
>
> O elemento 4 pertence ao conjunto B e não pertence ao conjunto A, mas pelo fato de pertencer a um dos conjuntos, então ele pertence ao conjunto A ∪ B.

• 4ª linha:

Se um elemento não pertencer ao conjunto A e não pertencer ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∪ B (F).

> ***Exemplo:***
>
> O elemento 7 não pertence ao conjunto A nem pertence ao conjunto B, logo, ele não pertence ao conjunto A ∪ B.

1.22. PROPRIEDADES DA DISJUNÇÃO

• Idempotente

p ∨ p ⇔ p

> ***Dica:***
>
> O símbolo ⇔ significa uma equivalência lógica, que grosso modo, pode ser compreendida como igualdade.

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições p ∨ p e p.

A proposição “Anne é sergipana ou Anne é sergipana” é equivalente à proposição “Anne é sergipana”.

A finalidade dessa propriedade é dizer que a expressão “p ou p” = p.

• Comutativa

p ∨ q ⇔ q ∨ p

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições p ∨ q e q ∨ p.

A proposição “p ou q” é igual a “q ou p”.

Exemplo:

A proposição “O quadro é branco ou o céu é azul” é igual a “O céu é azul ou o quadro é branco”. Mudamos a posição das proposições, mas não mudamos o sentido.

• Associativa

$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições $(p \vee q) \vee r$ e $p \vee (q \vee r)$.

Essa propriedade será utilizada quando tivermos três proposições unidas pela disjunção inclusiva.

Exemplo:

Qual o valor lógico da proposição “4 = 1 ou 2 + 7 = 9 ou 3 + 7 = 10”?
• 1ª hipótese: “4 = 1 ou 2 + 7 = 9 ou 3 + 7 = 10”.

Dica:

A propriedade associativa permite uma liberdade de escolha para a primeira e a segunda proposições, por isso teremos duas opções (hipóteses).

Exemplo:

• 1ª proposição: “4 = 1 ou 2 + 7 = 9” (FV = V, na disjunção).
• 2ª proposição “3 + 7 = 10” (V).
VV = V (disjunção).
• 2ª hipótese: “4 = 1 ou 2 + 7 = 9 ou 3 + 7 = 10”.
1ª proposição: 4 = 1 (F).
2ª proposição “2 + 7 = 9 ou 3 + 7 = 10” (VV = V, na disjunção).
FV = V, na disjunção.

É possível afirmar que, independentemente da escolha da primeira proposição ou segunda proposição, o resultado final será igual, pois as proposições $(p \vee q) \vee r$ e $p \vee (q \vee r)$ são equivalentes.

1.23. DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

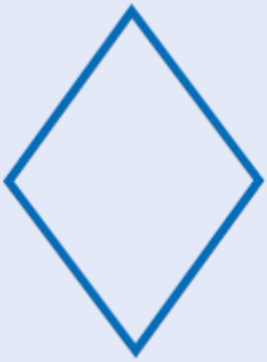
1.23.1. Definição

Dadas duas proposições *p* e *q*, chama-se “disjunção de *p* e *q*” a proposição “$p \veebar q$” (lê-se: ou p ou q).

Transmite uma ideia de exclusão, isto é, conjuntos disjuntos (sem elementos comuns).

Se liga!

Outras formas simbólicas da disjunção exclusivas são:



Exemplo:

Ou Bruno é baiano ou Bruno é paraibano.

p	q	P ⊻ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Dica:

Com símbolos diferentes (VF ou FV), o resultado é V.

• Comutativa

p ⊻ q ⇔ q ⊻ p

A propriedade comutativa permite concluir que não existe relação de ordem na disjunção exclusiva. A forma “ou p ou q” é equivalente à forma “ou q ou p”.

• Associativa

(p ⊻ q) ∨ r ⇔ p ⊻ (q ⊻ r)

A propriedade associativa permite concluir que existe uma liberdade de escolha da primeira e da segunda proposição.

Caso 1: (p ⊻ q) ⊻ r

1ª proposição: (p ⊻ q)

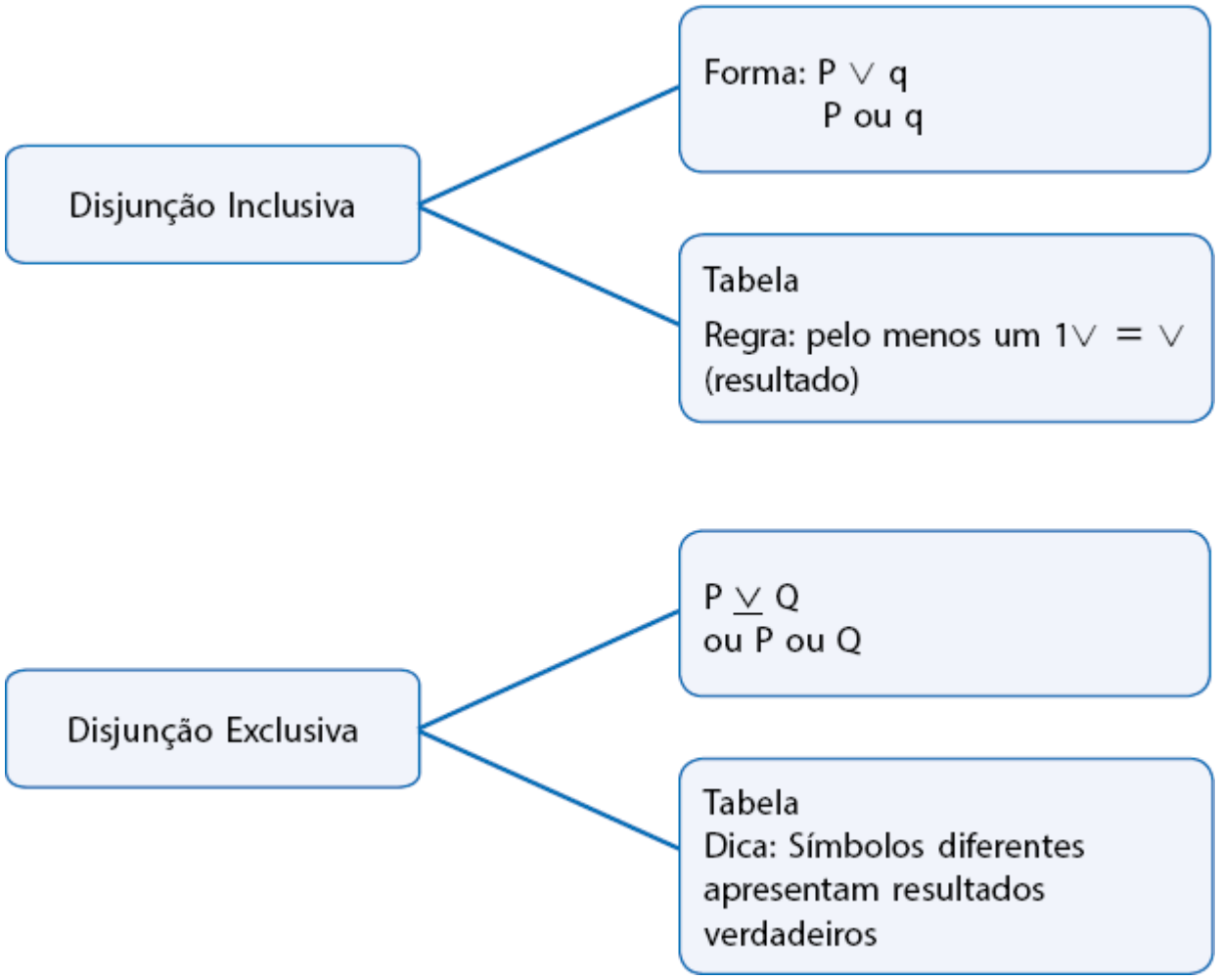
2ª proposição: r

Caso 2: p ⊻ (q ⊻ r)

1ª proposição: p

2ª proposição: (q ⊻ r)

As proposições (p ⊻ q) ⊻ r e p ⊻ (q ⊻ r) são equivalentes, por isso a liberdade de escolha dos termos.



1.24. TREINAMENTO COMENTADO

44. (CESPE) Julgue os itens seguintes.
Considere as proposições abaixo:
p: 4 é um número par;
q: A PETROBRAS é a maior exportadora de café do Brasil.
Nesse caso, é possível concluir que a proposição p ∨ q é verdadeira.
( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

p: a proposição é verdadeira.
q: a proposição é falsa.
Logo, temos: p ∨ q: VF = V.

Resposta: item CERTO.

---

45. (CESPE) Considere que a proposição "Sílvia ama Joaquim ou Sílvia ama Tadeu" seja verdadeira. Então, pode-se garantir que a proposição "Sílvia ama Tadeu" é verdadeira.
( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição: "Sílvia ama Joaquim ou Sílvia ama Tadeu" é V. No conectivo "ou", temos três formas de possibilidades de V.
VV = V.
VF = V.
FV =V.

Logo, não podemos garantir que a proposição “Sílvia ama Tadeu” é verdadeira, pois ela pode amar Tadeu ou não.

Resposta: item ERRADO.

---

46. (CESPE – PM) Considere as seguintes proposições:

A) 3 + 4 = 7 ou 7 - 4 = 3.
B) 3 + 4 = 7 ou 3 + 4 > 8.
C) $3^2 = -1$ ou $3^2 = 9$.
D) $3^2 = -1$ ou $3^2 = 1$.
Nesse caso, entre essas 4 proposições, apenas duas são V.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A: 3 + 4 = 7 ou 7 - 4 = 3.

V ou V = V (na disjunção “ou” VV = V).

B: 3 + 4 = 7 ou 3 + 4 > 8.

V ou F (na disjunção “ou” VF = V).

C: $3^2 = -1$ ou $3^2 = 9$.

F ou V = V (na disjunção “ou” FV = V).

D: $3^2 = -1$ ou $3^2 = 1$.

F ou F = F (na disjunção FF = F).

Temos exatamente três proposições V.

Resposta: item ERRADO.

---

47. (CESPE) A proposição “Esta prova não está difícil ou eu estudei bastante” pode ser corretamente representada por ~P ∨ Q

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Essa questão é clássica em provas da banca CESPE.

O objetivo é montar a possível forma simbólica para a proposição informada. Vamos estudar juntos passo a passo.

1º passo: escolher uma letra aleatória para a primeira sentença. Vamos escolher a letra “p”.

2º passo: colocar o conectivo lógico utilizado. O operador lógico é a disjunção inclusiva (∨)

3º passo: observar a relação da segunda frase em função da primeira.

Comentário:

você deve estar se perguntando: Como? É simples, observe as perguntas abaixo!

1ª pergunta: a proposição “eu estudei bastante” é a igual à primeira proposição (Esta prova não está difícil)? Não!

2ª pergunta: a proposição “eu estudei bastante” é a igual à negação da primeira proposição (Esta prova não está difícil)? Não!

3ª pergunta: a proposição “eu estudei bastante” é diferente da primeira proposição (Esta prova não está difícil)? Sim! Logo, devemos utilizar uma letra diferente da escolhida para a primeira proposição.

Letra escolhida para a segunda proposição: q.

Uma forma simbólica possível para a proposição “Esta prova não está difícil ou eu estudei bastante” é “p ∨ q” ou “~p ∨ q” ou “p ∨ ~q” ou “~p ∨ ~q”. Todas as formas são possibilidades de representar a proposição. Mas, professor, vou memorizar tudo isso? Não! Apenas realizei a contagem! A frase “Esta prova não está difícil ou eu estudei bastante” é formada por duas

proposições distintas ligadas pela disjunção. Esse monte de possibilidades é possível, pois não foi informado quem seria realmente a proposição “p” nem a proposição “q”.

Resposta: item CERTO.

Bruno, apresenta outro caso, por favor!

Como ficaria a possível forma simbólica da frase: Vou à praia ou não vou à praia?

A forma simbólica seria p ∨ ~p.

A frase “Não vou à praia” é a negação da frase “Vou à praia”.

1.25. CONJUNÇÃO

Dadas duas proposições p e q, chama-se “conjunção de p e q” a proposição “p ∧ q” (lê-se: p e q). A conjunção $p \wedge q$ será verdadeira quando p e q forem ambas verdadeiras; e será falsa nos outros casos.

Vamos iniciar a linguagem escrita da conjunção.

Exemplo:

1) p: O sol é uma estrela.
   q: A lua é um satélite.
   p ∧ q: O sol é uma estrela **e** a lua é um satélite.
2) r: Pedro é analista do SEBRAE.
   s: Sócrates é grego.
   r ∧ s: Pedro é analista do SEBRAE e Sócrates é grego.

Fique esperto!

A expressão p ∧ q também pode ser escrita nas seguintes formas:
p e q
p, mas q
p, porém q
Tanto p como q
p, apesar de q
Em provas de concurso, já foram cobradas as seguintes formas:
p e q
p, mas q
Tanto p como q

A expressão “O sol é uma estrela **e** a lua é um satélite” pode ser escrita também nas seguintes formas, do ponto de vista lógico:

O sol é uma estrela, mas a lua é um satélite.

Tanto o sol é uma estrela como a lua é um satélite.

O sol é uma estrela, embora a lua seja um satélite.

O sol é uma estrela, apesar de a lua ser um satélite.

Se liga!

A sentença “Não sou traficante, sou usuário” é uma conjunção. Existe uma relação de “mas” implícita na frase, por isso podemos afirmar que se trata de uma proposição composta ligada pelo conectivo da conjunção.

Comentário sobre a conjunção:

A expressão “e”, do ponto de vista lógico, representa uma simultaneidade de acontecimento. Por isso, quando você diz: “Hoje vou à praia e ao cinema”, significa que você irá à praia e também ao cinema, ou seja, essas duas coisas irão acontecer. Por isso, a conjunção somente será verdadeira quando as duas proposições simples que formam a conjunção forem verdadeiras.

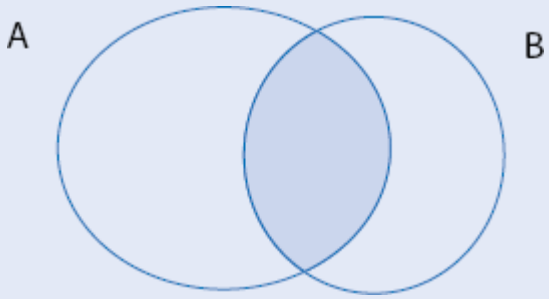
Vamos agora aprender tabela e aplicação da conjunção.

• Tabela da Conjunção

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Dica:

No “e”, se pelo menos uma proposição for falsa, o resultado é F.



A conjunção representa uma intersecção de conjuntos. Por isso, na conjunção, a proposição só será verdadeira se ambas as expressões forem verdadeiras.

Comparando a operação de intersecção de conjuntos com a conjunção lógica, temos:

$A \cap B = \{x/x \in A$ **e** $x \in B\}$

$p \wedge q = p$ **e** q

Exemplo:

Considere o conjunto A = {1, 2, 3} e o conjunto B = {3, 4, 5}. Determine o conjunto A ∩ B.

A ∩ B = {3}

• Explicação da tabela.

A	B	A ∩ B
∈	∈	V
∈	∉	F
∉	∈	F
∉	∉	F

• 1ª linha:

Se um elemento pertencer ao conjunto A e ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∩ B. (V)

Exemplo:

O elemento 3 pertence aos dois conjuntos.

• 2ª linha:

Se um elemento pertencer ao conjunto A e não pertencer ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∩ B. (F)

Exemplo:

O elemento 1 pertence ao conjunto A e não pertence ao conjunto B e por isso não pertence ao conjunto A ∩ B.

• 3ª linha:

Se um elemento não pertence ao conjunto A e pertence ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∩ B. (F)

Exemplo:

O elemento 4 pertence ao conjunto B e não pertence ao conjunto A, por isso não pertence ao conjunto A ∩ B.

• 4ª linha:

Se um elemento não pertence ao conjunto A e não pertence ao conjunto B, então ele pertence ao conjunto A ∩ B. (F)

Exemplo:

O elemento 7 não pertence ao conjunto A nem pertence ao conjunto B, por isso não pertence ao conjunto A ∩ B.

• Aplicação

p: Salvador é a capital da Bahia e a lua é uma estrela. (VF = F)

Logo, a proposição é falsa, pois, no conectivo "e", VF = F.

q: Salvador é a capital do estado da Bahia e João Pessoa é a capital do estado da Paraíba. (VV = V).

Logo, a proposição é verdadeira, pois, no conectivo "e", VV = V.

1.25.1. Propriedades da conjunção

• Idempotente

p ∧ p ⇔ p

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições p ∧ p e p.

A proposição "Bruno é baiano e Bruno é baiano" é equivalente à proposição "Bruno é baiano".

Parece um pouco louco, né? A finalidade dessa propriedade é dizer que a expressão "p e p" = p.

• Comutativa

p ∧ q ⇔ q ∧ p

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições p ∧ q e q ∧ p.

A proposição "p e q" é igual a "q e p".

Exemplo:

A proposição "O quadro é branco e o céu é azul" é igual a "O céu é azul e o quadro é branco". Mudamos a posição das proposições, mas não mudamos o sentido.

• Associativa

$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Conclusão: são idênticas as tabelas-verdade das proposições $(p \wedge q) \wedge r$ e $p \wedge (q \wedge r)$.

Essa propriedade será utilizada quando tivermos três proposições unidas pela conjunção.

Exemplo:

Qual o valor lógico da proposição "4 = 3 e 2 + 7 = 9 e 3 + 7 = 10"?
1ª hipótese: "4 = 3 e 2 + 7 = 9 e 3 + 7 = 10".

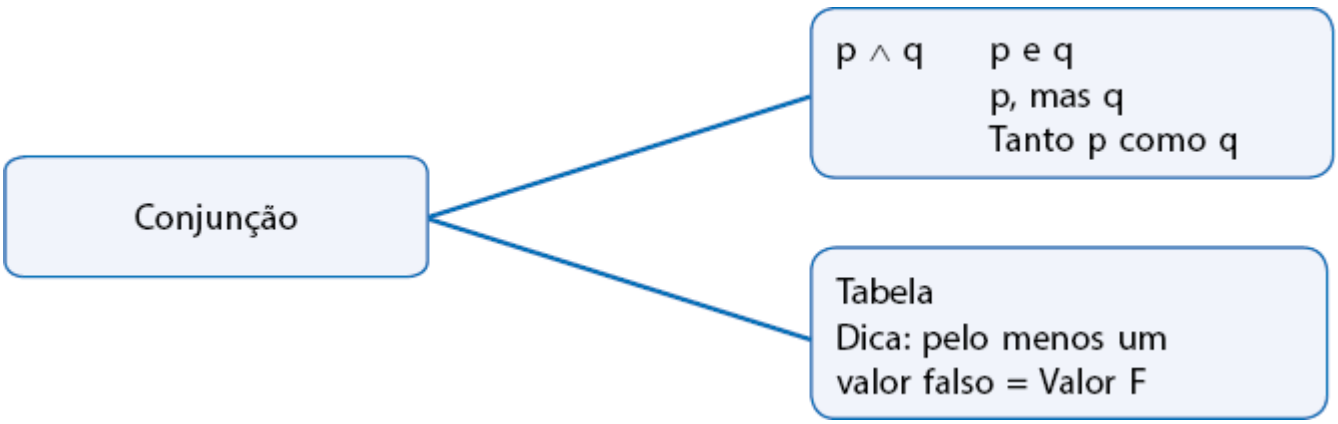
Dica:

A propriedade associativa permite uma liberdade de escolha para a primeira e a segunda proposições, por isso teremos duas opções (hipóteses).

Exemplo:

1ª proposição: "4 = 3 e 2 + 7 = 9" (FV = F, na conjunção).
2ª proposição "3 + 7 = 10" (V).
FV = F (na conjunção)
2ª hipótese: "4 = 3 e 2 + 7 = 9 e 3 + 7 = 10".
1ª proposição: 4 = 3 (F).
2ª proposição "2 + 7 = 9 e 3 + 7 = 10" (VV = V, na conjunção).
FV = F, na conjunção.

É possível observar que, independentemente da ordem da primeira e da segunda proposição, elas $(p \wedge q) \wedge r$ e $p \wedge (q \wedge r)$ são equivalentes.



1.26. TREINAMENTO COMENTADO

48. (CESPE) A proposição "João viajou para Paris e Roberto viajou para Roma" é um exemplo de proposição formada por duas proposições simples relacionadas por um conectivo de conjunção.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição "João viajou para Paris e Roberto viajou para Roma" é composta e formada por duas proposições simples ligadas pelo "e" (conjunção).

Resposta: item CERTO.

49. (CESPE) Considerando a proposição P: “Mário pratica natação e judô”, julgue o item seguinte: Simbolizando a proposição P por A ∧ B, então a proposição Q: “Mário pratica natação, mas não pratica judô” é corretamente simbolizada por A∨(¬B).

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição P: “Mário pratica natação e judô” é simbolizada pela expressão A ∧ B.

Conclusão: A: Mário pratica natação. B: Mário pratica judô.

A proposição Q: “Mário pratica natação, mas não pratica judô” é simbolizada pela expressão: A ∧ ¬B.

Não esqueça: a conjunção (∧) pode ser escrita pelas expressões: “e”, “mas” e “tanto... como”.

A forma simbólica fornecida é diferente da forma A ∧ ¬B.

Resposta: item ERRADO.

1.27. PROPRIEDADES DA CONJUNÇÃO E DA DISJUNÇÃO

• Distributivas

(i) p ∧ (q ∨ r) ⇔ (p ∧ q) ∨ (p ∧ r)

(ii) p ∨ (q ∧ r) ⇔ (p ∨ q) ∧ (p ∨ r)

Aplicação da propriedade!

Considere as seguintes proposições:

P: João é alto.

Q: Mário é baixo.

R: Alan é gordo.

p ∧ (q ∨ r): João é alto e Mário é baixo ou Alan é gordo.

(p ∧ q) ∨ (p ∧ r): João é alto e Mário é baixo ou João é alto e Alan é gordo.

As proposições “João é alto e Mário é baixo ou Alan é gordo” e “João é alto e Mário é baixo ou João é alto e Alan é gordo” são equivalentes.

1.28. CONDICIONAL

1.28.1. Definição

Dadas duas proposições *p* e *q*, a proposição **se *p*, então *q***, que será indicada por “$p \rightarrow q$”, é chamada de **condicional**. A proposição condicional $p \rightarrow q$ será falsa quando *p* for verdadeira e *q* falsa; e será verdadeira nos outros casos.

p → q (lê-se: se p, então q).

Dica:

Causa (p) → q (efeito).

Obs.: algumas bancas chamam a condicional de implicação.

Comentário sobre a condicional:

A condicional tem uma relação de causa e efeito ou de causa e consequência.

Exemplo:

Na frase: “Se corro, então canso.” “Se você correr, então você irá cansar.” Pois correr é a causa para cansar. Porém,

não é possível realizar a seguinte conclusão: “Se canso, é porque corro”; isto é errado do ponto de vista lógico.

Dica:

Lembre-se: a causa tem como resultado o efeito, mas o efeito não tem como resultado a causa.

Vamos treinar a linguagem simbólica!

Exemplo:

1) p: Estou em paz.
q: Sou feliz.
p → q: Se estou em paz então sou feliz.
Se estou em paz, sou feliz.
Quando estou em paz, sou feliz.
Sempre que estou em paz, sou feliz.
Estou em paz, consequentemente, sou feliz.

1.29. TREINAMENTO COMENTADO

50. (CESPE TRT BA 2008) Considere as proposições seguintes:
Q: “Se o Estrela Futebol Clube vencer ou perder, cairá para a segunda divisão”;
A: “O Estrela Futebol Clube vence”;
B: “O Estrela Futebol Clube perde”;
C: “O Estrela Futebol Clube cairá para a segunda divisão”.
Nesse caso, a proposição Q pode ser expressa, simbolicamente, por (A ∧ B) → C.
( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Se o Estrela Futebol Clube vencer ou perder, cairá para a segunda divisão.

Dica:

A proposição começa com a palavra “se”, logo, o operador principal é a condicional.
Toda vez que a proposição começar com o “se” ou “quando”, então o operador principal da relação será a condicional.
Existe uma relação de precedência dos operadores, que será abordada no tópico de tabelas-verdade.

O operador principal é o operador final, após a redução da proposição em duas expressões.
1ª proposição: O Estrela Futebol Clube vencer ou perder
2ª proposição: Cairá para a segunda divisão.
Operador principal: condicional.
Causa: Estrela Futebol Clube vencer ou perder (forma simbólica: A ∨ B).
Efeito: cairá para a segunda divisão (forma simbólica: C)
Causa → Efeito
Logo, a forma simbólica correta é: (A ∨ B) → C.

Resposta: item ERRADO.

51. (CESPE TRT BA 2008) Considere as proposições a seguir:

R: “Ou o Saturno Futebol Clube vence ou, se perder, cairá para a segunda divisão”;
A: “O Saturno Futebol Clube vence”;
B: “O Saturno Futebol Clube perde”;
C: “O Saturno Futebol Clube cairá para a segunda divisão”.
Nesse caso, a proposição R pode ser expressa, simbolicamente, por $A \vee (B \rightarrow C)$.
( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Ou o Saturno Futebol Clube vence ou, **se perder, cairá para a segunda divisão**.

A B C

Forma simbólica dessa frase é: $A \vee (B \rightarrow C)$.

Cuidado!

O uso do parêntese é obrigatório para evitar a ambiguidade. A frase não começou com o “se”, logo, a condicional não é o operador principal.
A causa da condicional é somente a expressão “perder” e o efeito é a expressão “cairá para a segunda divisão”.

Se liga!

A frase só começa com parênteses se a frase iniciar com o “se” e tivermos duas ou mais proposições na CAUSA. Esse caso já foi visto no exemplo anterior.
Se “causa” então “efeito”.
A banca CESPE aceitava, nessa época, a forma simbólica $P \vee Q$ escrita das seguintes formas: “p ou q” ou “ou p ou q”.

Resposta: item CERTO.

Fique esperto!

As outras formas filosóficas de escrever a condicional são:
• Se p, então q.
• p implica q.
• p é suficiente para q.
• q é necessário para p.
• p consequentemente q.
• Quando p, q.
• No caso de p, q.
• q, contanto p.
• q, se p.
• q, no caso de p.
• Todo p é q.
• Já foram cobradas as formas: **p implica q; p é suficiente para q; q é necessário para p; p consequentemente q; q, se p e todo p é q**.

Vamos juntos em algumas outras formas de escrever a condicional.

Na expressão: **Se corro, então canso.**

Temos “**corro” sendo a causa** e **“canso” sendo o efeito**.

Dica 1:

A causa é condição suficiente para o efeito (p é suficiente para q).
Por isso podemos escrever a expressão da seguinte forma:
“Corro” é condição suficiente para “canso”.
Lembrem-se: quando utilizarem a expressão “suficiente”, está na ordem direta causa-efeito.

Cuidado!

A forma simbólica p → q (causa → efeito) não muda a posição.

Dica 2:

O efeito é condição necessária para a causa.
Logo, podemos escrever a expressão da seguinte forma:
“Canso” é condição necessária para “corro”.

Se liga!

Causa – suficiente – efeito
Efeito – necessária – causa.

---

52. (CESPE) A proposição “Se as reservas internacionais em moeda forte aumentam, então o país fica protegido de ataques especulativos” pode também ser corretamente expressa por “O país ficar protegido de ataques especulativos é condição necessária para que as reservas internacionais em moeda forte aumentem”.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Podemos observar que a frase: “Se as reservas internacionais em moeda forte aumentam, então o país fica protegido de ataques especulativos” é uma proposição condicional.

1º passo: encontrar a “causa” e o “efeito”.

Causa: “as reservas internacionais em moeda forte aumentam”.

Efeito: “o país fica protegido de ataques especulativos”.

2º passo: montar as opções.

1ª opção: a causa é condição suficiente para o efeito.

2ª opção: o efeito é condição necessária para a causa.

A proposição “O país ficar protegido de ataques especulativos é condição necessária para que as reservas internacionais em moeda forte aumentem” tem a forma “efeito – necessária – causa”.

Resposta: item CERTO.

---

53. (ESAF MPOG 2009) Considere que: “se o dia está bonito, então não chove”. Desse modo:

(A) não chover é condição necessária para o dia estar bonito.
(B) não chover é condição suficiente para o dia estar bonito.
(C) chover é condição necessária para o dia estar bonito.
(D) o dia estar bonito é condição necessária e suficiente para chover.
(E) chover é condição necessária para o dia não estar bonito.

Resolução:

A proposição “se o dia está bonito, então não chove” é uma proposição composta, que utiliza o operador da condicional (se... então).

Não pode esquecer!

Se p então q = se “causa” então “efeito”.

Fazendo uma análise da proposição “se o dia está bonito, então não chove” podemos concluir que:

A causa é “o dia está bonito” e o efeito é “não chove”.

Se “causa” então “efeito” pode ser escrita das seguintes formas:

1. A “causa” é condição suficiente para o “efeito”.

2. O “efeito” é condição necessária para a “causa”.

Logo, a proposição “se o dia está bonito, então não chove” pode ser escrita das seguintes formas:

1. O dia estar bonito é condição suficiente para não chover.

2. Não chover é condição necessária para o dia estar bonito.

Resposta: letra A.

---

54. (CESPE MRE) Considerando que A e B simbolizem, respectivamente, as proposições “A publicação usa e cita documentos do Itamaraty” e “O autor envia duas cópias de sua publicação de pesquisa para a Biblioteca do Itamaraty”, então a proposição B → A é uma simbolização correta para a proposição “Uma condição necessária para que o autor envie duas cópias de sua publicação de pesquisa para a Biblioteca do Itamaraty é que a publicação use e cite documentos do Itamaraty”.

( ) Certo ( ) Errado

---

55. A proposição P: “Ser honesto é condição necessária para um cidadão ser admitido no serviço público” é corretamente simbolizada na forma A → B, em que A representa “ser honesto” e B representa “para um cidadão ser admitido no serviço público”.

( ) Certo ( ) Errado

---

56. Se você se esforçar, então irá vencer. Assim sendo:

(A) seu esforço é condição suficiente para vencer.
(B) seu esforço é condição necessária para vencer.
(C) se você não se esforçar, então não irá vencer.
(D) você só vencerá se se esforçar.
(E) mesmo que se esforce, você não vencerá.

---

57. (FCC) O manual de garantia da qualidade de uma empresa diz que, se um cliente faz uma reclamação formal, então é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado. De acordo com essa afirmação é correto concluir que:

(A) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição necessária para que o departamento de qualidade seja acionado.
(B) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado.
(C) a abertura de um processo interno é uma condição necessária e suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado.
(D) se um processo interno foi aberto, então um cliente fez uma reclamação formal.
(E) não existindo qualquer reclamação formal feita por um cliente, nenhum processo interno poderá ser aberto.

Aplicação da condicional no tópico: sequência lógica correta

1. Se corro, então canso.

Corro.

Logo, canso.

Sequência lógica correta.

> ☑ ***Dica:***
>
> A causa tem como consequência o efeito, mas o efeito não tem como consequência a causa.

2. Se corro, então canso.

Canso.

Logo, corro.

Sequência lógica incorreta.

Lembre-se: o efeito não tem como consequência a causa.

3. Se João foi aprovado no concurso do BNB, então João foi aprovado em um concurso.

João foi aprovado no concurso do BNB.

Logo, João foi aprovado em um concurso.

Sequência lógica correta.

Comentário:

Esse método é conhecido como Modus Ponens!

$p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$.

Se p então q (premissa).

p (premissa).

Consequentemente, q (conclusão).

Se chover, então fico em casa.

Chove.

Então fico em casa.

1.30. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

58. (FCC) Leia atentamente as proposições P e Q:

P: João foi aprovado no concurso do tribunal.

Q: João foi aprovado em um concurso.

Do ponto de vista lógico, uma proposição condicional correta em relação a P e Q é:

(A) Se não Q, então P.

(B) Se não P, então não Q.

(C) Se P, então Q.

(D) Se Q, então P.

(E) Se P, então não Q.

---

59. (CESPE) Considere a seguinte sequência de proposições:

(1) Se o crime foi perfeito, então o criminoso não foi preso.

(2) O criminoso não foi preso.

(3) Portanto, o crime foi perfeito.

Se (1) e (2) são premissas verdadeiras, então a proposição (3), a conclusão, é verdadeira, e a sequência é uma dedução lógica correta.

( ) Certo ( ) Errado

---

60. (CESPE) É correto o raciocínio lógico dado pela sequência de proposições seguintes:

Se Célia tiver um bom currículo, então ela conseguirá um emprego.
Ela conseguiu um emprego.
Portanto, Célia tem um bom currículo.
( ) Certo ( ) Errado

---

61. (CESPE – adaptada) É correto o raciocínio lógico dado pela sequência de proposições seguintes:
Se Maria é alta, então José será aprovado no concurso.
Maria é alta.
Portanto, José será aprovado no concurso.
( ) Certo ( ) Errado

Fique esperto!

Essa parte vista até agora sobre a condicional é muita cobrada em concursos públicos.

Vamos estudar agora a tabela da condicional.

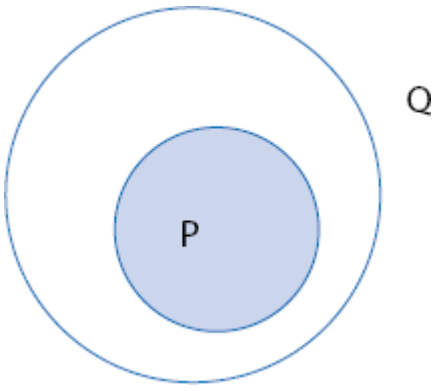
• Tabela da condicional

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Dica:

Na condicional, é falso quando for VF, nessa ordem. (VF) é falso.
Meus alunos decoram a tabela assim: Vera Fischer é falso e o restante é V.

• Explicação da tabela da condicional



O operador da condicional está relacionado em conjuntos com a relação de subconjunto. Por isso temos:
P ⊂ Q: p → q.

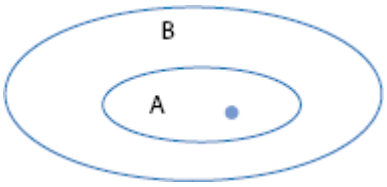
• Explicação da tabela

A	B	A ⊂ B
∈	∈	V
∈	∉	F

$\notin$	$\in$	V
$\notin$	$\notin$	V

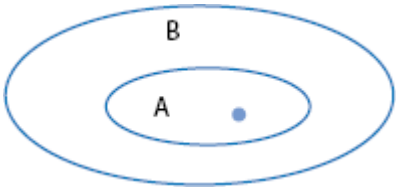
• 1ª linha:

Considere que o conjunto A está contido em B. Se o elemento pertencer ao conjunto A, então ele pertence ao conjunto B. (V).



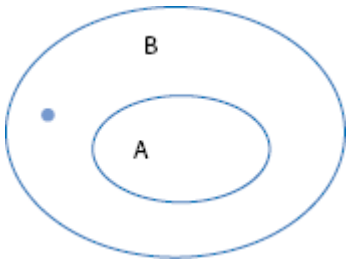
• 2ª linha:

Considere que o conjunto A está contido em B. Se o elemento pertencer ao conjunto A, então ele **pode** não pertencer ao conjunto B. (F).



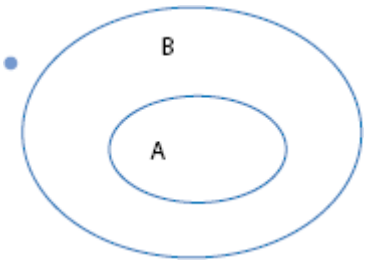
• 3ª linha:

Considere que o conjunto A está contido em B. Se um elemento não pertencer ao conjunto A, então ele **pode** pertencer ao conjunto B. (V).

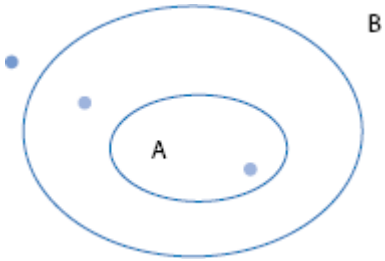


• 4ª linha:

Considere que o conjunto A está contido em B. Se um elemento não pertencer ao conjunto A, então ele **pode** não pertencer ao conjunto B. (V).



• Resumo



☑ *Dica final:*

Na condicional, sempre que a primeira proposição for falsa, a expressão será verdadeira.
Vamos ver um caso!

1.31. TREINAMENTO COMENTADO

62. (CESPE Adaptada) Considere que sejam verdadeiras as proposições:

(I) Todos os advogados ingressam no tribunal por concurso público;

(II) José ingressou no tribunal por concurso público;

(III) João não é advogado ou João não ingressou no tribunal por concurso público.

Nesse caso, também é verdadeira a proposição.

(A) José é advogado.
(B) João não é advogado.
(C) Se José não ingressou no tribunal por concurso público, então José é advogado.
(D) João não ingressou no tribunal por concurso público.
(E) José ingressou no tribunal por concurso público e João é advogado.

Resolução:

Sabemos que as três proposições são verdadeiras. Vamos tirar as conclusões de cada proposição.

"Todos os advogados ingressam no tribunal por concurso público." Nessa frase, a única conclusão que temos é que os advogados ingressam no tribunal por concurso público. Não ajudou muito...

"José ingressou no tribunal por concurso público." Nessa frase, há certeza de que José ingressou no tribunal por concurso público, porém não significa que José é advogado.

"João não é advogado ou João não ingressou no tribunal por concurso público." Essa frase é a bastante conhecida *frase solta*; no conectivo "ou", sendo verdadeira, permite três possibilidades de conclusão.

Vamos juntos analisar as respostas!

(A) José é advogado.

Não podemos garantir.

(B) João não é advogado.

Não podemos afirmar.

(C) Se José não ingressou no tribunal por concurso público, então José é advogado.

Vamos olhar com atenção essa proposição composta, ligada pela condicional.

A primeira expressão, "José não ingressou no tribunal por concurso público", é falsa.

Quanto à segunda expressão, "José é advogado", não temos certeza; logo, pode ser verdadeira ou falsa.

Construindo a tabela dos possíveis resultados, temos:

p	q	$p \rightarrow q$
F	V	FV = V
F	F	FF = V

Independentemente de a segunda proposição ser V ou F, o resultado final será verdadeiro.

Resposta: letra C.

1.32. PROPOSIÇÕES ASSOCIADAS A UMA CONDICIONAL

Proposição recíproca de $p \rightarrow q \Leftrightarrow q \rightarrow p$.

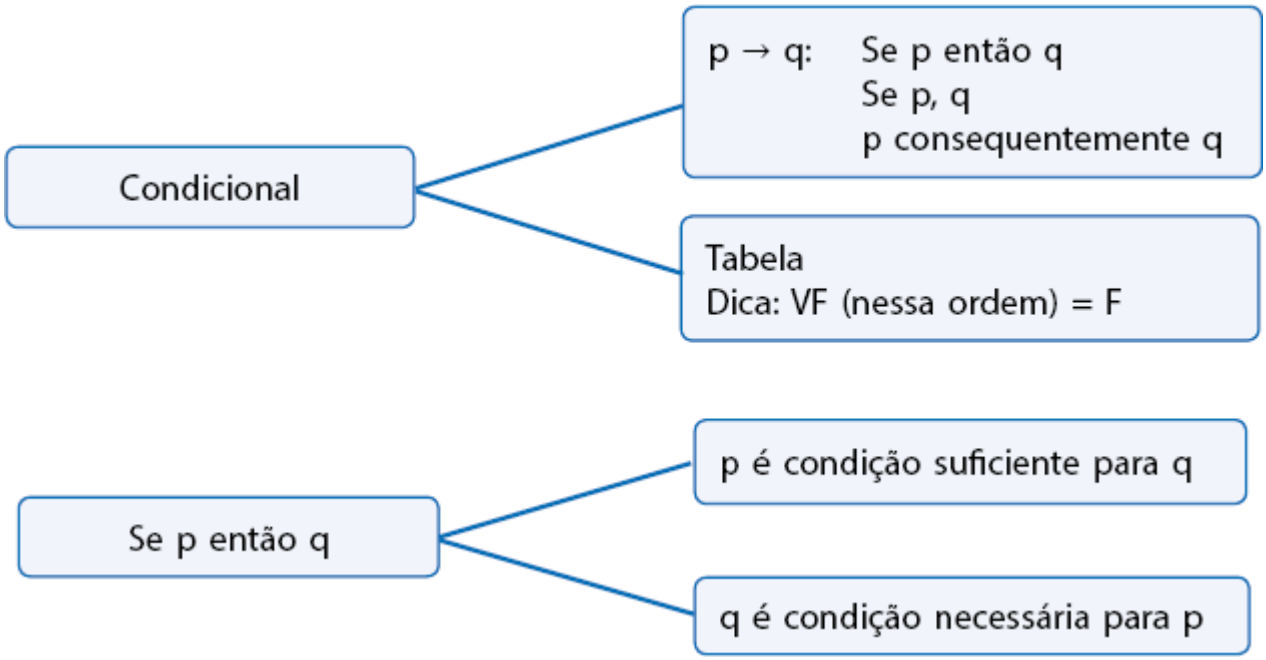
Proposição contrária (inversa) de $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \rightarrow \sim q$.

Proposição contrapositiva de $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$.

A condicional não possui as propriedades idempotente, comutativa e associativa, pois as tabelas-verdade referentes não são equivalentes.

Dica:

A proposição contrapositiva é uma proposição equivalente a condicional, porém, só iremos estudar isso no capítulo 3.


Condicional
p → q: Se p então q
Se p, q
p consequentemente q
Tabela
Dica: VF (nessa ordem) = F
Se p então q
p é condição suficiente para q
q é condição necessária para p

1.33. BICONDICIONAL

Dadas duas proposições *p* e *q*, a proposição "*p* se, e somente se, *q*", que será indicada por "$p \leftrightarrow q$", é chamada de **bicondicional**. A proposição bicondicional $p \leftrightarrow q$ será verdadeira quando *p* e *q* forem ambas verdadeiras ou ambas falsas; e será falsa nos demais casos.

$p \leftrightarrow q$ (lê-se: p se e somente se q).

Exemplo:

1) p: Perereca se transforma em sapo.
q: Sapo se transforma em perereca.
$p \leftrightarrow q$: Perereca se transforma em sapo se, e somente se, o sapo se transforma em perereca.
Perereca se transformar em sapo é condição suficiente e necessária para o sapo se transformar em perereca.
Sapo se transformar em perereca é condição suficiente e necessária para perereca se transformar em sapo.

A bicondicional pode ser escrita nas seguintes formas:

p se, e somente se, q.

p é condição suficiente e necessária para q.

q é condição suficiente e necessária para p.

Comentário sobre a bicondicional:

A expressão “se e somente se” tem a função de igualdade, do ponto de vista lógico. A bicondicional representa as frases condicionais que permitem a inversão da frase sem causar prejuízo para a relação.

Será que a frase “se João passou no concurso do tribunal, então João passou em um concurso” pode ser reescrita da forma: “se João passou no concurso, então João passou em um concurso do tribunal”?

Se você passou no concurso do tribunal, logo, passou em um concurso; mas passar em um concurso não significa que foi do tribunal; pode ter sido da Receita Federal, de banco etc.

A bicondicional representa toda condicional que permita inverter sem causar prejuízo em seu significado: $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

1.34. TREINAMENTO COMENTADO

63. (FCC TRF-1ª Região 2006) Se todos os nossos atos têm causa, então não há atos livres. Se não há atos livres, então todos os nossos atos têm causa. Logo,

(A) todos os nossos atos não têm causa se e somente se não há atos livres;
(B) alguns atos são livres se e somente se todos os nossos atos têm causa;
(C) alguns atos não têm causa se não há atos livres;
(D) todos os nossos atos têm causa se e somente se há atos livres;
(E) todos os nossos atos têm causa se e somente se não há atos livres.

Resolução:

A frase “se todos os nossos atos têm causa, então não há atos livres” pode ser invertida sem causar prejuízo, isto é, dúvida de interpretação. Se podemos trocar a posição da causa e do efeito, logo podemos escrever na bicondicional.

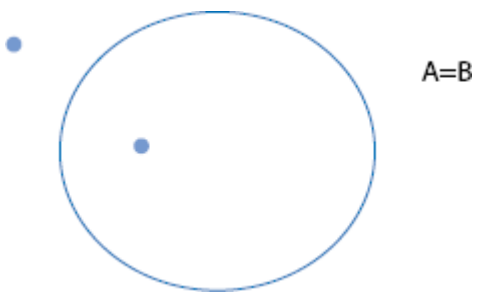
Resposta: letra E.

• Tabela da bicondicional

A bicondicional representa uma igualdade de conjuntos. Por isso a expressão $p \leftrightarrow q$ está relacionada com $p = q$.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Explicação da tabela:



A	B	A = B
∈	∈	V
∈	∉	F
∉	∈	F
∉	∉	V

• 1ª linha:

Considere que o conjunto A é igual ao conjunto B. Se um elemento pertencer ao conjunto A, então ele pode pertencer ao conjunto B. (V)

• 2ª linha:

Considere que o conjunto A é igual ao conjunto B. Se um elemento pertencer ao conjunto A, então ele pode não pertencer ao conjunto B. (F)

• 3ª linha:

Considere que o conjunto A é igual ao conjunto B. Se o elemento não pertencer ao conjunto A, então ele pode pertencer ao conjunto B. (F)

• 4ª linha:

Considere que o conjunto A é igual ao conjunto B. Se um elemento não pertencer ao conjunto A, então ele pode não pertencer ao conjunto B. (V)

• Resumo – forma simbólica e escrita

CONECTIVO	SÍMBOLO	FORMA SIMBÓLICA	SENTIDO
Disjunção inclusiva	$\vee$	$p \vee q$	Ocorre p ou ocorre q ou ambos
Disjunção exclusiva	$\veebar$	$p \veebar q$	Ocorre p ou ocorre q, mas não ocorrem ambos
Conjunção	$\wedge$	$p \wedge q$	Ocorrem p e q
Condicional	$\rightarrow$	$p \rightarrow q$	Se ocorre p, então q também ocorre
Bicondicional	$\leftrightarrow$	$p \leftrightarrow q$	Ou ocorrem p e q, ou não ocorrem p e q

• Resumo – tabela de valoração

CONECTIVO	FORMA SIMBÓLICA	DICA
Disjunção inclusiva	$p \vee q$	1 V = V
Disjunção exclusiva	$p \veebar q$	Símbolos diferentes (VF ou FV) = V
Conjunção	$p \wedge q$	1 F = F
Condicional	$p \rightarrow q$	VF = F
Bicondicional	$p \leftrightarrow q$	Símbolos iguais (VV ou FF) = V

64. (CESPE) Na análise de um argumento, podem-se evitar considerações subjetivas, por meio da reescrita das proposições envolvidas na linguagem da lógica formal. Considere que P, Q, R e S sejam proposições e que "$\wedge$", "$\vee$", "~" e "$\rightarrow$" sejam os conectores lógicos que representam, respectivamente, "e", "ou", "negação" e o "conector condicional". Considere também a proposição a seguir.

***Quando Paulo vai ao trabalho de ônibus ou de metrô, ele sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro trocado*.**

Assinale a opção que expressa corretamente a proposição acima em linguagem da lógica formal, assumindo que:

P = “Quando Paulo vai ao trabalho de ônibus”, Q = “Quando Paulo vai ao trabalho de metrô”, R = “ele sempre leva um guarda-chuva” e S = “ele sempre leva dinheiro trocado”.

(A) $P \rightarrow (Q \vee R)$.
(B) $(P \rightarrow Q) \vee R$.
(C) $(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$.
(D) $P \vee (Q \rightarrow (R \wedge S))$.

Resolução:

Podemos observar que a frase: “Quando Paulo vai ao trabalho de ônibus ou de metrô, ele sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro trocado” é formada pelas quatro proposições simples (*p*, *q*, *r* e *s*), por isso podemos excluir as letras A e B, mas ficaremos na dúvida entre C e D.

Se prestarmos atenção, temos duas proposições simples formando a causa (*Paulo vai ao trabalho de ônibus* e *Paulo vai ai trabalho de metrô*), por isso devemos colocar a expressão $(p \vee q)$ entre parênteses para informar que existem duas proposições simples na causa. No efeito, também encontramos duas proposições simples (*ele sempre leva um guarda-chuva* e *ele sempre leva dinheiro trocado*); novamente, colocar entre parênteses $(r \wedge s)$.

> ***Fique esperto*!**
>
> Quando a causa ou o efeito possuir duas proposições ou mais, elas devem ser colocadas entre parênteses.

Obs.: a forma $p \vee (q \rightarrow r) \wedge s$ pode ser lida assim: *Paulo vai ao trabalho de ônibus ou se Paulo vai de metrô, ele sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro trocado.* **Concursando: você percebeu o porquê da importância do uso dos parênteses?**

O uso do parêntese evita situações de ambuiguidade.

Resposta: letra C.

---

65. (CESPE) Supondo que A simboliza a proposição “Alice perseguiu o Coelho Branco” e B simboliza a proposição “O Coelho Branco olhou o relógio”, julgue o item a seguir.

A proposição “Se o Coelho Branco não olhou o relógio, então Alice não perseguiu o Coelho Branco” pode ser simbolizada por $(\neg B) \rightarrow (\neg A)$.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição “Se o Coelho Branco não olhou o relógio, então Alice não perseguiu o Coelho Branco” está na forma condicional (se... então).

A proposição “o Coelho Branco não olhou o relógio” representa a negação da proposição B, por isso a sua forma simbólica é $\neg B$.

A proposição “Alice não perseguiu o Coelho Branco” representa a negação da proposição A, por isso a sua forma simbólica é $\neg A$.

Logo, a questão está correta, pois o conectivo lógico é a condicional ($\rightarrow$).

Resposta: item CERTO.

Texto para os itens 66 e 67.

(CESPE) Considere as seguintes proposições lógicas representadas pelas letras P, Q, R e S:

P: Nesse país o direito é respeitado.

Q: O país é próspero.

R: O cidadão se sente seguro.
S: Todos os trabalhadores têm emprego.
Considere também que os símbolos "∨", "∧", "→" e "¬" representem os conectivos lógicos "ou", "e", "se... então" e "não", respectivamente.
Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

66. A proposição "Nesse país o direito é respeitado, mas o cidadão não se sente seguro" pode ser representada simbolicamente por P ∧ (¬R).

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Podemos notar que a frase é uma proposição composta formada por duas proposições simples ligadas pelo conectivo mas (que representa a conjunção).

A primeira proposição é representada pela letra *p*.

A segunda proposição é negação da proposição r "o cidadão não se sente seguro".

As proposições são ligadas pela conjunção (∧).

Resposta: item CERTO.

---

67. A proposição "Se o país é próspero, então todos os trabalhadores têm emprego" pode ser representada simbolicamente por Q → S.

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

A proposição composta inicia com o "se", logo, temos uma proposição composta, formada por duas proposições simples ligadas pelo conectivo da condicional:

"o país é próspero" é representada pela letra *q*;

"todos os trabalhadores têm emprego" é representada pela letra *s* e elas são ligadas pela condicional.

Resposta: item CERTO.

---

68. (CESPE) A proposição "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro, se Alberto é francês" poderia ser representada por uma expressão do tipo P → [(¬Q) ∧ (¬R)].

( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

Podemos concluir que a proposição "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro, se Alberto é francês" possui três proposições simples. Atentemos, porém, ao deslocamento de posição na escrita da proposição, pois o termo que vem depois do "se" representa a causa. Por isso, "Alberto é francês" é a causa e a frase "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro" representa o efeito. Lembre-se: a expressão "tanto... como" representa uma conjunção (e). Por isso a questão está certa.

Pode-se gerar uma dúvida: como sabemos que as proposições q e r estão sendo negadas? Não podemos afirmar; por isso, o CESPE escreveu "poderia", no sentido de uma possibilidade. A questão tem como objetivo reconhecer a quantidade de proposições e os conectivos utilizados.

Resposta: item CERTO.

---

69. (CESPE 2008) Considere as proposições abaixo.
T: "João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos".
A: "João será aprovado no concurso do TRT".

B: “João será aprovado no concurso do TSE”.
Nesse caso, a proposição T estará corretamente simbolizada por
(A ∨ B) ∧ [¬(A ∧ B)].
( ) Certo ( ) Errado

Resolução:

“João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos”.
Na frase, temos que ter cuidado.
Primeira coisa: observar o operador lógico principal!

João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos.
O operador principal será o “mas”, a conjunção, pois está depois da vírgula.
A primeira expressão será: João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE.
A segunda expressão será: não em ambos.
A expressão “ambos” o que significa?
A expressão “ambos” transmite uma ideia de simultaneidade de dois elementos, logo, uma conjunção (∧).
Vamos agora atribuir a linguagem simbólica!
João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE = A ∨ B.
Não em ambos (negação da conjunção) = ¬(A ∧ B).
Operador principal (mas) = ∧.
A forma simbólica da frase é (A ∨ B) ∧ [¬(A ∧ B)].

Resposta: item CERTO.

---

70. (ESAF MPOG 2009) Entre as opções abaixo, a única com valor lógico verdadeiro é:

(A) Se Roma é a capital da Itália, Londres é a capital da França.
(B) Se Londres é a capital da Inglaterra, Paris não é a capital da França.
(C) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França.
(D) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra.
(E) Roma é a capital da Itália e Londres não é a capital da Inglaterra.

Resolução:

Assunto: tabela-verdade dos operadores lógicos.
Devemos analisar as proposições e o operador lógico.
(A) Se Roma é a capital da Itália, Londres é a capital da França.
A proposição “Roma é a capital da Itália” é verdadeira e a proposição “Londres é a capital da França” é falsa.
Na condicional (se... então) VF = F. Item errado.

(B) Se Londres é a capital da Inglaterra, Paris não é a capital da França.
A proposição “Londres é a capital da Inglaterra” é verdadeira e a proposição “Paris não é a capital da França” é falsa.
Na condicional (se... então) VF = F. Item errado.

(C) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França.
A proposição “Roma é a capital da Itália” é verdadeira, a proposição “Londres é a capital da França” é falsa, e a proposição “Paris é a capital da França” é verdadeira.

A primeira proposição é “Roma é a capital da Itália” e a segunda proposição é “Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França”.

Vamos analisar as proposições!

A proposição “Roma é a capital da Itália” é verdadeira.

A proposição “Londres é a capital da França ou Paris é capital da França” é verdadeira, pois na disjunção (ou) FV = V.

Agora, o resultado da proposição “Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França”.

Observe que o operador central é o “e”.

A primeira proposição é verdadeira e a segunda proposição é verdadeira.

Na conjunção (E) VV = V. Item correto.

> ☑ ***Dica:***
>
> Não importa sua escolha para primeira e segunda proposição, pois os conectivos “ou” e “e” não possuem relação de ordem. Logo, o concursando pode trabalhar com as seguintes hipóteses:

Base: Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França.

• 1ª hipótese: primeira proposição “Roma é a capital da Itália” e a segunda proposição “Londres é a capital da França ou Paris é a capital da França”, sendo o operador principal o “e”.

• 2ª hipótese: primeira proposição “Roma é capital da Itália e Londres é a capital da França” e a segunda proposição “Paris é a capital da França”, sendo o operador principal o “ou”.

Independentemente da escolha, o resultado final, nesse caso, será o mesmo.

(D) Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra.

Vamos separar as proposições.

Primeira proposição é “Roma é a capital da Itália” e a segunda proposição é “Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra”.

Agora vamos julgar as proposições:

A proposição “Roma é a capital da Itália” é verdadeira.

A proposição “Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra” é falsa, pois na disjunção (ou) FF = F.

O resultado final da proposição “Roma é a capital da Itália e Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra” é falso, pois na conjunção (E) FF = F.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> A primeira proposição é “Roma é a capital da Itália” e a segunda proposição é “Londres é a capital da França ou Paris é a capital da Inglaterra”, sendo o “e” o operador principal.

> ☑ ***Dica:***
>
> Não esqueça, nesse caso, que não importa a escolha da primeira e da segunda proposições.

(E) Roma é a capital da Itália e Londres não é a capital da Inglaterra.

A proposição VF = F (conjunção).

Resposta: letra C.

---

71. (FCC TRT SP 2008) Dadas as proposições simples p e q, tais que p é verdadeira e q é falsa, considere as seguintes proposições compostas:

(1) $p \wedge q$

(2) $\sim p \rightarrow q$

(3) $\sim (p \vee q)$

(4) $\sim (p \leftrightarrow q)$

Quantas dessas proposições compostas são verdadeiras?

(A) Nenhuma.
(B) Apenas uma.
(C) Apenas duas.
(D) Apenas três.
(E) Quatro.

Resolução:

A questão informou que a proposição p é verdadeira e proposição q é falsa.

(1) p ∧ q.

VF = F (conjunção).

(2) ~p → q.

Obs.: ~p = falso.

FF = V (condicional).

(3) ~(p ∨ q).

Comentário:

O parêntese tem prioridade.

~(p ∨ q).

~(VF = V, na disjunção).

O símbolo da negação fora do parêntese obriga a negação do valor encontrado dentro do parêntese, ou seja, devemos mudar o valor encontrado dentro do parêntese.

~(V) = F.

(4) ~ (p ↔ q).

~ (VF = F, na bicondicional).

~(F) = V.

Temos duas proposições verdadeiras.

Resposta: letra C.

1.35. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

72. (CESPE)

Filho meu, ouve minhas palavras e atenta para meu conselho.
A resposta branda acalma o coração irado.
O orgulho e a vaidade são as portas de entrada da ruína do homem.
Se o filho é honesto, então o pai é exemplo de integridade.
Tendo como referência as quatro frases acima, julgue os itens seguintes.

1) A primeira frase é composta por duas proposições lógicas simples unidas pelo conectivo de conjunção.
2) A segunda frase é uma proposição lógica simples.
3) A terceira frase é uma proposição lógica composta.
4) A quarta frase é uma proposição lógica em que aparecem dois conectivos lógicos.

---

73. (CESPE) Considere as sentenças abaixo.

I – Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam.
II – Fumar não deve ser proibido e fumar faz bem à saúde.
III – Se fumar não faz bem à saúde, deve ser proibido.
IV – Se fumar não faz bem à saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido.
V – Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como é falso que fumar deve ser proibido; consequentemente, muitos europeus fumam.

P	Fumar deve ser proibido.
Q	Fumar deve ser encorajado.
R	Fumar não faz bem à saúde.
T	Muitos europeus fumam.

Considere também que P, Q, R e T representem as sentenças listadas na tabela a seguir.
Com base nas informações acima e considerando a notação introduzida no texto, julgue os itens seguintes.

1) A sentença I pode ser corretamente representada por $P \wedge (\neg T)$.
2) A sentença II pode ser corretamente representada por $(\neg P) \wedge (\neg R)$.
3) A sentença III pode ser corretamente representada por $R \rightarrow P$.
4) A sentença IV pode ser corretamente representada por $(R \wedge (\neg T)) \rightarrow P$.
5) A sentença V pode ser corretamente representada por $T \rightarrow ((\neg R) \wedge (\neg P))$.

---

74. (VUNESP 2014) Os conectivos ou operadores lógicos são palavras (da linguagem comum) ou símbolos (da linguagem formal) utilizados para conectar proposições de acordo com regras formais preestabelecidas. Assinale a alternativa que apresenta exemplos de conjunção, negação e implicação, respectivamente.

(A) $\neg p, p \vee q, p \wedge q$.
(B) $p \wedge q, \neg p, p \rightarrow q$.
(C) $p \rightarrow q, p \vee q, \neg p$.
(D) $p \vee p, p \rightarrow q, \neg q$.
(E) $p \vee q, \neg q, p \vee q$.

---

75. (CESPE ANS 2013) A proposição "A escola não prepara com eficácia o jovem para a vida, pois o ensino profissionalizante não faz parte do currículo da grande maioria dos centros de ensino" estaria corretamente representada por $P \rightarrow Q$, em que P e Q fossem proposições lógicas convenientemente escolhidas.

---

76. (IBFC PC-SE 2014) Se o valor lógico de uma proposição é verdade e o valor lógico de outra proposição é falso, então é correto afirmar que o valor lógico:

(A) do bicondicional entre elas é falso.
(B) do condicional entre elas é verdade.
(C) da disjunção entre elas é falso.
(D) da conjunção entre elas é verdade.

---

77. (QUADRIX CRN-GO 2014) Sejam dadas as proposições p e q:
p: Juliana precisa ingerir menos carboidratos.
q: Juliana precisa emagrecer.
Assinale a alternativa que contém a tradução para a LINGUAGEM CORRENTE, considerando-se uma proposição com conectivo do tipo conjunção ($p \wedge q$).

(A) Juliana precisa ingerir menos carboidratos ou Juliana precisa emagrecer.
(B) Juliana precisa ingerir menos carboidratos e Juliana precisa emagrecer.
(C) Juliana precisa ingerir menos carboidratos se, e somente se, Juliana precisa emagrecer.
(D) Juliana precisa ingerir menos carboidratos se, e somente se, Juliana não precisa emagrecer.
(E) Juliana precisa ingerir menos carboidratos, então Juliana precisa emagrecer.

---

78. (CESPE) Com relação à lógica formal, julgue os itens subsequentes.

1) A frase "Pedro e Paulo são analistas do SEBRAE" é uma proposição simples.
2) Toda proposição lógica pode assumir no mínimo dois valores lógicos.
3) A negação da proposição "2 + 5 = 9" é a proposição "2 + 5 = 7".

4) A proposição “Ninguém ensina a ninguém” é um exemplo de sentença aberta.

---

79. (CESPE ANS 2013) Com relação às proposições lógicas, julgue o próximo item.

A expressão “Viva Mandela, viva Mandela! gritava a multidão entusiasmada” estará corretamente representada na forma P ∨ Q, em que P e Q sejam proposições lógicas adequadamente escolhidas.

---

80. (VUNESP 2014) Sabese que o valor lógico da afirmação “Se Márcia faz aniversário hoje, então Dario fará aniversário amanhã” é falsidade. Dessa forma, é verdade que:

(A) Dario fará aniversário amanhã.
(B) Márcia não faz aniversário hoje.
(D) Márcia não faz aniversário hoje e Dario não fará aniversário amanhã.
(D) Dario fará aniversário amanhã ou Márcia não faz aniversário hoje.
(E) Se Dario não fará aniversário amanhã, então Márcia faz aniversário hoje.

---

81. (FCC 2013) Considere as proposições abaixo:

p: Afrânio estuda.; q: Bernadete vai ao cinema.; r: Carol não estuda.

Admitindo que essas três proposições são verdadeiras, qual das seguintes afirmações é FALSA?

(A) Afrânio não estuda ou Carol não estuda.
(B) Se Afrânio não estuda, então Bernadete vai ao cinema.
(C) Bernadete vai ao cinema e Carol não estuda.
(D) Se Bernadete vai ao cinema, então Afrânio estuda ou Carol estuda.
(E) Se Carol não estuda, então Afrânio estuda e Bernadete não vai ao cinema.

---

82. (QUADRIX CRN-GO 2014) Sejam dadas as proposições a e b:

a: O paciente está com sobrepeso.

b: O paciente precisa fazer dieta.

Assinale a alternativa que contém a tradução, para a LINGUAGEM SIMBÓLICA, da seguinte proposição:

“O paciente está com sobrepeso, então o paciente precisa fazer dieta”.

(A) a ↔ b.
(B) a → b.
(C) a ⊻ b.
(D) a ∨ b.
(E) a ∧ b.

---

83. (IBFC SEPLAG MG 2013) Se o valor lógico de uma proposição P é verdadeiro e o valor lógico de uma proposição Q é falso, então é correto afirmar que:

(A) o condicional entre P e Q, nessa ordem, é verdade.
(B) a disjunção entre P e Q é verdade.
(C) a conjunção entre P e Q, nessa ordem, é verdade.
(D) o bicondicional entre P e Q, nessa ordem, é verdade.

---

84. (CONSUPLAN TSE 2012) Observe as proposições lógicas simples P, Q e R.

P: Hoje é dia de Natal.

Q: Eu vou ganhar presente.

R: A família está feliz.

As proposições ~P, ~Q, ~R são, respectivamente, as negações das proposições P, Q e R. O conectivo “e” é representado pelo símbolo ∧, enquanto o conectivo “ou” é representado por ∨. A implicação é representada por →.

A proposição composta (~P ∧ R) → Q corresponde a:

(A) Hoje é dia de Natal e a família está feliz e eu vou ganhar presente.
(B) Hoje não é dia de Natal e a família está feliz ou eu vou ganhar presente.
(C) Se hoje não é dia de Natal e a família está feliz então eu vou ganhar presente.
(D) Se hoje é dia de Natal ou a família está feliz então eu vou ganhar presente.

1.36. TABELA-VERDADE

1.36.1. Definição

É uma maneira prática de organizar os valores lógicos de uma proposição simples ou composta.

O número de linhas de uma tabela-verdade é fornecido pela expressão 2^n, onde *n* é o número de proposições simples (distintas) componentes e 2 representa o número de valores lógicos possíveis (V ou F).

Dica:

A fórmula 2n será usada para descobrir o total de linhas ou saber a quantidade de valorações de uma proposição lógica.

Exemplos:

p: $2^1 = 2$ linhas.

p
V
F

A 1ª coluna é calculada da seguinte forma: $\frac{total\ \ de\ \ linhas}{2}$. O resultado obtido fornecerá a sequência da valoração, isto é a ordem de V e F das linhas da tabela.

No exemplo acima, ficou a sequência V-F, pois o resultado foi 1.

Da 2ª coluna em diante, a forma é: $\frac{o\ \ resultado\ \ da\ \ coluna\ \ anterior}{2}$. Esse processo será repetido até chegar à última coluna, que terá como resultado 1.

1.36.2. Treinamento básico

1. Vamos construir a tabela-verdade das proposições abaixo.

a) p, q: $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ linhas.

Processo:

• 1º passo: contar a quantidade de proposições distintas.

p, q: Duas proposições distintas.

• 2º passo: aplicar a fórmula: 2^n.

p, q: $2^2 = 2 \cdot 2 =$ quatro linhas.

• 3º passo: construir a valoração das colunas.

p	q
V	V

V	F
F	V
F	F

• 1ª coluna: $\frac{4}{2}$ = 2 (VV depois FF).

• 2ª coluna $\frac{2}{2}$ = 1 (V depois F).

(b) P, q, r.

• 1º passo: contar a quantidade de proposições distintas.

p, q, r: três proposições distintas.

• 2º passo: aplicar a fórmula: 2^n.

p, q: $2^3 = 2 . 2 . 2$ = oito linhas.

• 3º passo: construir a valoração das colunas bases, isto é, das proposições simples p, q, r.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

• 1ª coluna: $\frac{8}{2}$ = 4 (VVVV depois FFFF).

• 2ª coluna: $\frac{4}{2}$ = 2 (VV depois FF).

• 3ª coluna: $\frac{2}{2}$ = 1 (V-F).

• **Resumo**

Divida o total de linhas por 2 e repita o mesmo processo com o resultado obtido da coluna anterior, até chegar à última coluna. O resultado de cada divisão será a repetição da valoração (**V** e **F**), começando pelo V e iniciando pela primeira linha.

Dica:

As colunas bases não seguem a ordem das proposições e sim a ordem do alfabeto.

Exemplo:

B → A, a primeira coluna dessa proposição será a letra A e a segunda coluna será a letra B.

1.37. TREINAMENTO COMENTADO

85. (CESPE) Se A, B, C e D forem proposições simples e distintas, então o número de linhas da tabela-verdade da proposição (A → B) ↔ (C → D) será superior a 15.

Resolução:

A expressão possui quatro proposições distintas. Aplicando a fórmula 2^n, temos $2^4 = 2 . 2 . 2 . 2 = 16$ linhas ou valorações.

Resposta: item CERTO.

---

86. (CESPE) Existem exatamente oito combinações de valorações das proposições simples A, B e C para as quais a proposição composta (A ∨ B) ∧ (¬C) pode ser avaliada, assumindo valoração V ou F.

Resolução:

A questão é quantidade de valorações ou número de linhas de uma tabela-verdade.
Nesse caso, usamos a fórmula: 2^n, sendo "n" o número de proposições distintas.
Na proposição: (A ∨ B) ∧ (¬C), temos e proposições distintas.
$2^3 = 2 . 2 . 2$ = oito linhas.

Resposta: item CERTO.

1.38. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

87. (CESGRANRIO 2010) Uma tabela-verdade de proposições é construída a partir do número de seus componentes. Quantas combinações possíveis terá a tabela-verdade da proposição composta "O dia está bonito então vou passear se e somente se o pneu do carro estiver cheio"?

(A) 1.
(B) 3.
(C) 6.
(D) 8.
(E) 12.

---

88. (SEGER-ES CESPE 2013) Um provérbio chinês diz que:

P1: Se o seu problema não tem solução, então não é preciso se preocupar com ele, pois nada que você fizer o resolverá.
P2: Se o seu problema tem solução, então não é preciso se preocupar com ele, pois ele logo se resolverá.
O número de linhas da tabela-verdade correspondente à proposição P2 do texto apresentado é igual a:

(A) 24.
(B) 4.
(C) 8.
(D) 12.
(E) 16.

1.39. CONSTRUÇÃO DA TABELA-VERDADE

Agora, iremos aprender a construir a tabela-verdade de proposições compostas e seus possíveis resultados.

Se liga!

Esse tópico é muito cobrado e também de fundamental importância em equivalência lógica.

1. Construa a tabela-verdade das proposições abaixo:

(A) $p \rightarrow \neg q$.

Vamos juntos!

Primeiro passo: contar a quantidade de proposições simples distintas; nesse caso, temos p e q, logo, aplicando a fórmula 2^n, temos $2^2 = 2 \cdot 2 =$ quatro linhas.

A primeira coluna será p, a segunda coluna q e a terceira a negação de q. Mesmo que na forma simbólica não apresente a expressão q, devemos construir a sua coluna.

p	q	¬q	p → ¬q

• 1ª coluna

p	q	¬q	p → ¬q
V			
V			
F			
F			

$\frac{4}{2}$ = 2 (VV depois FF).

• 2ª coluna

p	q	¬q	p → ¬q
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

O resultado da coluna anterior foi 2, por isso $\frac{2}{2}$ = 1 (V depois F).

• 3ª coluna

A terceira coluna é negação de q, por isso toda linha da coluna ¬ q será o valor oposto da linha da segunda coluna.

p	q	¬q	p → ¬q
V	V	F	
V	F	V	
F	V	F	
F	F	V	

• 4ª coluna

Na quarta coluna, copiamos a valoração da primeira coluna e da terceira colunas para formar a dupla de valores.

p	q	¬q	p → ¬q
V	V	F	V F = F
V	F	V	V V = V

F	V	F	F F = V
F	F	V	F V = V

Depois de formar a dupla, devemos observar o conectivo; nesse caso, o conectivo é o condicional. Lembre-se: o condicional só é falso quando for VF; nos outros casos, temos como resultado V.

(b) (p ∧ q) → ¬ p

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Temos apenas duas proposições distintas p e q. Por isso nossa tabela terá quatro linhas ($2^2 = 2 \cdot 2 = 4$).
> Precisamos construir a negação de p, depois (p ∧ q) e a última coluna será o resultado da quarta coluna com a terceira coluna (negação de p).

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p

• 1ª coluna

Vamos juntos! A primeira coluna é coluna base (proposição simples).

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V				
V				
F				
F				

$\frac{4}{2}$ = 2 (VV depois FF).

• 2ª coluna

A segunda coluna também é coluna base (proposição simples).

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

O resultado da coluna anterior foi 2, por isso $\frac{2}{2}$ = 1 (V depois F).

• 3ª coluna

Na terceira coluna, temos a negação de p, por isso valores opostos da coluna do p, isto é, quando a linha da primeira coluna for verdadeira, a respectiva linha da terceira coluna será falsa.

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V	F		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

• 4ª coluna

Na quarta coluna temos uma proposição composta p ∧ q, por isso devemos formar a dupla de valores, seguindo a ordem simbólica.

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V	F	V V	
V	F	F	V F	
F	V	V	F V	
F	F	V	F F	

Depois de formar a dupla de valoração, devemos observar o conectivo; nesse caso, a conjunção. Lembre-se: na conjunção, há pelo menos um F e o resultado será F.

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V	F	V V = V	
V	F	F	V F = F	
F	V	V	F V = F	
F	F	V	F F = F	

• 5ª coluna

A construção da última coluna (p ∧ q) → ¬ p será uma dupla de valoração formada pelo resultado da quarta coluna com o resultado da terceira coluna.

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V	F	V V = V	V F
V	F	F	V F = F	F F
F	V	V	F V = F	F V
F	F	V	F F = F	F V

O conectivo utilizado na proposição é o condicional. Lembre-se: condicional só é falso quando for VF.

p	q	¬ p	(p ∧ q)	(p ∧ q) → ¬ p
V	V	F	V V = V	V F = F
V	F	F	V F = F	F F = V
F	V	V	F V = F	F V = V
F	F	V	F F = F	F V = V

(C) (p ∧ q) ∨ r

Nesse caso, temos três proposições simples distintas, aplicando a fórmula 2^n, temos $2^3 = 2 . 2 . 2$ = oito linhas.

Processo da arrumação das colunas:

• 1ª coluna: p, 2ª coluna: q, 3ª coluna: r, 4ª coluna: (p ∧ q), 5ª coluna: o resultado de (p ∧ q) com r.

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r

• Construção da 1ª coluna – coluna base

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V				
V				
V				
V				
F				
F				
F				
F				

$\frac{8}{2}$ = 4 (VVVV depois FFFF).

• Construção da 2ª coluna – coluna base

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V	V			
V	V			
V	F			
V	F			
F	V			
F	V			
F	F			
F	F			

$\frac{4}{2}$ = 2 (VV depois FF).

• Construção da 3ª coluna – coluna base

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

$\frac{2}{2}$ = 1 (V depois F).

• Construção da 4ª coluna

Temos uma proposição composta p ∧ q. Vamos juntos formar a dupla de valoração. Primeiro, pegamos a valoração da primeira coluna (p) e depois a da segunda coluna (q).

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V	V	V	V V	
V	V	F	V V	
V	F	V	V F	
V	F	F	V F	
F	V	V	F V	
F	V	F	F V	
F	F	V	F F	
F	F	F	F F	

Formada a dupla de valoração, agora observar o conectivo. Nesse caso, temos a conjunção (e). Lembre-se: pelo menos um F o resultado é F.

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V	V	V	V V = V	
V	V	F	V V = V	
V	F	V	V F = F	
V	F	F	V F = F	
F	V	V	F V = F	
F	V	F	F V = F	
F	F	V	F F = F	
F	F	F	F F = F	

• Construção da 5ª coluna

Agora, devemos pegar o resultado da quarta coluna com o resultado da terceira coluna.

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r
V	V	V	V V = V	V V
V	V	F	V V = V	V F
V	F	V	V F = F	F V
V	F	F	V F = F	F F
F	V	V	F V = F	F V
F	V	F	F V = F	F F
F	F	V	F F = F	F V
F	F	F	F F = F	F F

Vamos lá! Falta pouco!

Observar o conectivo, que é a disjunção (ou). Lembre-se: na disjunção, há pelo menos um V e o resultado será V.

p	q	r	(p ∧ q)	(p ∧ q) ∨ r

V	V	V	V V = V	V V = V
V	V	F	V V = V	V F = V
V	F	V	V F = F	F V = V
V	F	F	V F = F	F F = F
F	V	V	F V = F	F V = V
F	V	F	F V = F	F F = F
F	F	V	F F = F	F V = V
F	F	F	F F = F	F F = F

• Ordem de precedência dos conectivos:

(1) ~

(2) ∧ e ∨

(3) →

(4) ↔

O conectivo mais fraco é a negação (~) e o mais forte é a bicondicional (↔).

Exemplo 1:

p → q ↔ s ∧ r é uma bicondicional, pois o operador da bicondicional tem precedência entre os demais.
Como não tem parêntese na proposição, então deve ser lida da seguinte forma:
(p → q) ↔ (s ∧ r)
1ª proposição: (p → q).
2ª proposição: (s ∧ r).
Operador principal: ↔

Cuidado!

p → (q ↔ s ∧ r) é uma condicional, pois o uso do parêntese formou uma condicional.
A regra da ordem de precedência só deve ser usada quando a proposição não tem parêntese.

Exemplo 2:

p ∧ r → q.
A expressão não possui parêntese, por isso é necessário usar a regra da precedência.
O elemento de maior importância, nesse caso, é a condicional. Logo, a fórmula simbólica dessa expressão é (p ∧ r) → q.
Lembrem-se da dica: quando a frase inicia como o se, então o operador principal será uma condicional? Essa dica só é válida quando não temos o operador da condicional.

Dica de montagem da tabela:

1º passo: montar as colunas bases (proposições simples).
2º Passo: montar a negação das proposições simples, se necessário.
3º passo: montar as proposições compostas.
4º passo: montar a negação das proposições compostas, se necessário.
5º passo: desenvolver as proposições até encontrar a última dupla, ou seja, o operador lógico principal.

Exemplo:

(p ∧ q) ∨ r
A primeira proposição é (p ∧ q) = A (letra escolhida de forma aleatória)
A segunda proposição é r
Proposição principal A ∨ r (resultado final)

Vamos fazer uma questão de concurso! Vamos juntos!

89. (CESPE) Considere que P, Q e R sejam proposições lógicas e que os símbolos "∨", "∧", "→" e "¬" representem, respectivamente, os conectivos "ou", "e", "implica" e "negação". As proposições são julgadas como verdadeiras – V – ou como falsas – F. Com base nessas informações, julgue o item seguinte relacionado à lógica proposicional.

A última coluna da tabela-verdade abaixo corresponde à proposição
(P ∧ R) → Q.

P	Q	R	P ∧ R	
V	V	V		V
V	V	F		V
V	F	V		F
V	F	F		V
F	V	V		F
F	V	F		V
F	F	V		F
F	F	F		V

Resolução:

Devemos desenvolver a tabela para conferir nosso resultado com o resultado da questão. A questão foi legal conosco e já forneceu as colunas bases. Vamos lá!

Começando pela quarta coluna, temos a proposição P ∧ R, por isso pegaremos os valores da coluna P e da coluna R.

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
P	Q	R	P ∧ R	(P ∧ R) → Q
V	V	V	V V	
V	V	F	V F	
V	F	V	V V	
V	F	F	V F	
F	V	V	F V	
F	V	F	F F	
F	F	V	F V	
F	F	F	F F	

O conectivo da quarta coluna é a conjunção, então há pelo menos um F e o resultado é F.

P	Q	.	R	P ∧ R	(P ∧ R) → Q

V	V		V	V V = **V**	
V	V		F	V F = **F**	
V	F		V	V V = **V**	
V	F		F	V F = **F**	
F	V		V	F V = **F**	
F	V		F	F F = **F**	
F	F		V	F V = **F**	
F	F		F	F F = **F**	

Agora, a última coluna, da qual copiaremos o resultado da quarta coluna e depois pegaremos o valor da coluna q.

P	Q	R	P ∧ R	(P ∧ R) → Q
V	V	V	V V = **V**	V V = V
V	V	F	V F = **F**	F V = V
V	F	V	V V = **V**	V F =F
V	F	F	V F = **F**	F F = V
F	V	V	F V = **F**	F V = V
F	V	F	F F = **F**	F V = V
F	F	V	F V = **F**	F F =V
F	F	F	F F = **F**	F F = V

Formada a dupla de valores, vamos olhar o conectivo, que é a condicional. Nesse caso, VF = F.
Na quinta linha, já temos resultados diferentes; poderíamos parar por aí.

Resposta: item ERRADO.

☑ ***Dica:***

Observe que nas quatro últimas linhas o valor da proposição P é falso, logo, a expressão (P ∧ R) possui as quatro últimas linhas falsas! Agora vem o método do concursando: a expressão (P ∧ R) → Q nas últimas quatro linhas será verdadeira, logo, a questão esta errada!

(P ∧ R) → Q
F = V
F = V
F = V
F = V

Na condicional, quando a primeira expressão é falsa, independente da valoração da segunda proposição, então a proposição condicional é verdadeira. Nesse caso, a primeira expressão da condicional é a expressão (P ∧ R).

90. (CESPE) Considere que as proposições B e A → (¬B) sejam V. Nesse caso, o único valor lógico possível para A é V.

Resolução:

Nessa questão, já temos o resultado da proposição B e o resultado da proposição A → (¬B). Por isso, não é necessário construir a tabela-verdade completa.

Lembre-se: a proposição ¬B é negação da proposição B. Logo ¬B = F.

Vamos juntos! Não sabemos o valor da proposição A, porém, temos certeza de que só pode ser V ou F. Construindo o resumo da proposição, temos:

A→ (¬B)

V F = F

F F = V

Para que a proposição A → (¬B) seja verdadeira, é necessário que a proposição A seja falsa.

Resposta: item ERRADO.

---

91. Considerando todos os possíveis valores lógicos, V ou F, atribuídos às proposições simples A e B, é correto afirmar que a proposição composta ¬[(¬A) ∧ (¬B)] possui exatamente dois valores lógicos V.

Resolução:

Nesse caso, temos apenas duas proposições distintas, A e B.

Vamos começar pelas colunas bases!

A	B	¬A	¬B	[(¬A) ∧ (¬B)]	¬[(¬A) ∧ (¬B)]
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

A terceira e a quarta coluna representam a negação das proposições A e B, respectivamente. Nesse caso, devemos mudar o valor lógico da linha correspondente, isto é, quando a linha da coluna A for V, então a linha correspondente da coluna **¬A será F**.

A	B	¬A	¬B	[(¬A) ∧ (¬B)]	¬[(¬A) ∧ (¬B)]
V	V	**F**	**F**		
V	F	**F**	**V**		
F	V	**V**	**F**		
F	F	**V**	**V**		

Para a quinta coluna, devemos pegar os valores da terceira e da quarta colunas, respectivamente.

A	B	¬A	¬B	[(¬A) ∧ (¬B)]	¬[(¬A) ∧ (¬B)]
V	V	F	**F**	F F	
V	F	F	**V**	F V	
F	V	V	**F**	V F	
F	F	V	**V**	V V	

Observe que o conectivo da quinta coluna é a conjunção; há pelo menos um F e o resultado é F.

A	B	¬A	¬B	[(¬A) ∧ (¬B)]	¬[(¬A) ∧ (¬B)]
V	V	F	F	F F = **F**	
V	F	F	V	F V = **F**	
F	V	V	F	V F = **F**	
F	F	V	V	V V =**V**	

A última coluna é negação da coluna anterior, logo, é só mudar de V para F e de F para V a linha correspondente.

A	B	¬A	¬B	[(¬A) ∧ (¬B)]	¬[(¬A) ∧ (¬B)]
V	V	F	F	**F**	V
V	F	F	V	**F**	V
F	V	V	F	**F**	V
F	F	V	V	**V**	F

Resposta: item ERRADO.

1.40. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

92. (QUADRIX CRN-GO 2014) Observe a tabela-verdade a seguir:

a	b	a ↔b
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Essa tabela-verdade representa dois alimentos a e b consumidos por 4 pacientes em um estudo. De forma a padronizar-se o significado dos resultados da alimentação nos 4 pacientes, convencionou-se a seguinte nomenclatura:
V = VERDADEIRO, ou seja, o paciente consumiu o alimento.
F = FALSO, ou seja, o paciente não consumiu o alimento.
Assinale a alternativa que contém os valores CORRETOS para 1, 2, 3 e 4, considerando-se o conectivo do tipo BICONDICIONAL (a ↔ b).

(A) 1 – V, 2 – F, 3 – F, 4 – V.
(B) 1 – F, 2 – F, 3 – F, 4 – F.
(C) 1 – V, 2 – V, 3 – V, 4 – F.
(D) 1 – V, 2 – V, 3 – F, 4 – F.
(E) 1 – F, 2 – V, 3 – F, 4 – V.

93. (CESPE) Assinale a opção correspondente à proposição composta que tem exatamente 2 valores lógicos F e 2 valores lógicos V, para todas as possíveis atribuições de valores lógicos V ou F para as proposições A e B.

(A) B ∨ (¬ A).
(B) (A ∧ B).
(C) [(A) ∧ (B)].
(D) [(A) ∧ (B)] ∧ (A ∧ B).
(E) [(A) ∨ B] ∧[(B) ∨ A].

94. (CESPE) Na tabela abaixo, a última coluna da direita corresponde à tabela-verdade da proposição (¬A) ∨ B → ¬(A ∨ B).

A	B	¬A	(¬A)∨B	¬(A∨B)	(¬A) ∨ B → ¬(A ∨ B)
V	V				V
V	F				F
F	V				V
F	F				V

95. **(FUNIVERSA SEPLAN-GO 2015)** **Considerando que P e Q sejam proposições simples e que os significados dos símbolos "P∧Q = P e Q", "P →Q = se P, então Q" e "P↔Q = P se e somente se Q", a partir da tabela abaixo, é possível construir a tabela-verdade da proposição P↔Q.**

P Q P→Q Q→P P↔Q
V V
V F
F V
F F

Dessa forma, assinale a alternativa que apresenta os elementos da coluna correspondente à proposição P↔Q, na ordem em que aparecem, de cima para baixo.

(A) VFVF.
(B) FVFV.
(C) VVFF.
(D) VFFV.
(E) FFVV.

96. **(CESPE TJ-SE 2014)** **Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples. Sabendo-se que, para a construção da tabela-verdade da proposição (P∨Q) ↔ (Q∧R), a tabela mostrada abaixo normalmente se faz necessária, é correto afirmar que, a partir da tabela mostrada, a coluna correspondente à proposição (P∨Q) ↔ (Q∧R) conterá, de cima para baixo e na sequência, os seguintes elementos: V F F F V F F F.**

P	Q	R	(P∨Q) ↔ (Q∧R)
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

97. **(CESPE)** **Caso as colunas em branco na tabela abaixo sejam corretamente preenchidas, a última coluna dessa tabela corresponderá à expressão [P ∧ (¬Q)] ∨ [Q → P].**

P	Q	¬Q	P ∧ (¬Q)	Q → P	
V	V				V
V	F				V

F	V				F
F	F				V

98. (FCC) Na tabela-verdade abaixo, p e q são proposições:

p	q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

A proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

(A) $p \leftrightarrow q$.
(B) $\sim(p \vee q)$.
(C) $p \wedge q$.
(D) $p \rightarrow q$.
(E) $\sim(p \rightarrow q)$.

1.41. CLASSIFICAÇÃO DAS TABELAS VERDADES

As tabelas verdades se dividem em três possibilidades: tautologia, contradição e indeterminação.

Tautologia

Definição: o resultado é todas as valorações verdadeiras.

Se ligue!

Tautologia é uma frase sempre verdadeira, por isso a banca de concurso pode usar a palavra tautologia ou solicitar uma expressão sempre verdadeira.

Contradição

Definição: O resultado é todas as valorações falsas.

Indeterminação ou contingência

Definição: o resultado apresenta valorações verdadeiras ou falsas.

Dica:

Os casos principais das tabelas verdades vão estar no anexo texto complementar IV.

Resumo teórico

Chegamos ao final do primeiro capítulo. Não deixe de acompanhar vídeos no Youtube (canal Bruno Villar) e, se possível, participe do grupo no Facebook (RL + Matemática com Bruno Villar).

Em alguns capítulos, teremos um resumo teórico para facilitar a sua preparação para a resolução das questões de final de cada etapa do nosso projeto.

LÓGICA PROPOSICIONAL
NÃO SE ESQUEÇA! **Frase:** toda palavra ou conjunto de palavras que usamos para

nos comunicar com alguém e que possua sentido completo.
As frases podem ser de vários tipos:
• *declarativa* – “O Brasil é um país do continente americano”;
• *imperativa* – “Faça seu trabalho corretamente”;
• *interrogativa* – “Que horas são? Como vai você?”;
• *exclamativa* – “Bom dia!”.
A lógica formal tem como objetivo utilizar frases declarativas e que não possuam ambiguidade.

PROPOSIÇÕES

NÃO SE ESQUEÇA!
Uma proposição é toda sentença declarativa (com sujeito e predicado) à qual pode se atribuir, sem ambiguidade, apenas um do valor lógico: verdadeiro (V) ou falso (F).

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DA LÓGICA

NÃO SE ESQUEÇA!
Princípio da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo, isto é, uma proposição verdadeira é sempre verdadeira e uma proposição falsa é sempre falsa.
Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.
Princípio do terceiro excluído: toda proposição ou é só verdadeira ou é só falsa, nunca ocorrendo um terceiro caso.

CLASSIFICAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES

NÃO SE ESQUEÇA!
As proposições podem ser simples ou compostas.
Proposição simples ou atômica: é uma frase declarativa que expressa um pensamento completo acerca de um objeto, isto é, possui um único objeto de estudo.
Proposição composta ou molecular: é formada por duas ou mais proposições relacionadas pelos conectivos lógicos.

OPERADORES LÓGICOS
NÃO SE ESQUEÇA!

Disjunção	p ∨ q: p ou q. P ou q ou ambos. P e/ou q (documentos legais).
Disjunção exclusiva	“$p \vee q$” (lê-se: ou p ou q).
Conjunção	p ∧ q: p e q / p, mas q / Tanto p como q / p, apesar de q. Em provas de concurso já foram cobradas as seguintes formas: p e q p, mas q Tanto p como q
	As outras formas filosóficas de escrever a condicional são: Se p, então q p implica q p é suficiente para q q é necessário para p p consequentemente q Quando p, q

Condicional	No caso de p, q q, contanto p q, se p q, no caso de p Todo p é q. Já foram cobradas as formas: p implica q; p é suficiente para q; q é necessário para p; p consequentemente q; q, se p e todo p é q.
Bicondicional	P ↔ q: se e somente se / p é condição suficiente e necessária para q.

• Resumo da tabela

Conectivo	Forma simbólica	Dica
Disjunção inclusiva	p ∨ q	1 V = V
Disjunção exclusiva	p ⊻ q	Símbolos diferentes (VF ou FV) = V
Conjunção	p ∧ q	1 F = F
Condicional	p → q	VF = F
Bicondicional	p ↔ q	Símbolos iguais (VV ou FF) = V

TABELA – VERDADE
NÃO SE ESQUEÇA! É uma tabela que apresenta todos os possíveis valores de uma proposição lógica. O número de linhas de uma tabela verdade corresponde à expressão 2n.

1.42. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

99. (FCC – 2008 – TRT-18ª Região (GO) – Técnico Judiciário – Tecnologia da Informação) Em lógica de programação, denomina-se ..... de duas proposições p e q a proposição representada por "p ou q" cujo valor lógico é a falsidade (F), quando os valores lógicos das proposições p e q são ambos falsos ou ambos verdadeiros, e o valor lógico é a verdade (V), nos demais casos.

Preenche corretamente a lacuna acima:

(A) disjunção inclusiva.
(B) proposição bicondicional.
(C) negação.
(D) disjunção exclusiva.
(E) proposição bidirecional.

---

100. A negação de "todos os homens dirigem bem" é:

(A) existem homens que dirigem mal.
(B) existem homens que dirigem bem.
(C) todas as mulheres dirigem bem.
(D) todas as mulheres dirigem mal.
(E) todos os homens dirigem mal.

---

101. (FCC) Considere as seguintes frases:

I. Ele foi o melhor jogador do mundo em 2005.

II. é um número primo.

$$\frac{x+y}{5}$$

III. João da Silva foi o Secretário da Fazenda do estado de São Paulo em 2000.

É verdade APENAS:

(A) I e II são sentenças abertas.
(B) I e III são sentenças abertas.
(C) II e III são sentenças abertas.
(D) I é uma sentença aberta.
(E) II é uma sentença aberta.

---

102. (FCC) Sabe-se que existem pessoas desonestas e que existem corruptos. Admitindo-se verdadeira a frase "Todos os corruptos são desonestos", é correto concluir que:

(A) quem não é corrupto é honesto.
(B) existem corruptos honestos.
(C) alguns honestos podem ser corruptos.
(D) existem mais corruptos do que desonestos.
(E) existem desonestos que são corruptos.

---

103. (CESPE) Nas sentenças abaixo, apenas A e D são proposições.

A: 12 é menor que 6.
B: Para qual time você torce?
C: x + 3 > 10.
D: Existe vida após a morte.

( ) Certo ( ) Errado

---

104. (FCC) O avesso de uma blusa preta é branco. O avesso de uma calça preta é azul. O avesso de uma bermuda preta é branco. O avesso do avesso das três peças de roupa é:

(A) branco e azul.
(B) branco ou azul.
(C) branco.
(D) azul.
(E) preto.

---

105. (FCC) Leia atentamente as proposições P e Q:

P: o computador é uma máquina.
Q: compete ao cargo de técnico judiciário a construção de computadores.
Em relação às duas proposições, é correto afirmar que:

(A) a proposição composta "P ou Q" é verdadeira.
(B) a proposição composta "P e Q" é verdadeira.
(C) a negação de P é equivalente à negação de Q.
(D) P é equivalente a Q.
(E) P implica Q.

---

106. (IBFC EBSERH 2014) Se o valor lógico de uma proposição p é verdadeiro e o valor lógico de uma proposição q é falso, então o valor lógico da proposição composta $[(p \rightarrow q) \vee \sim p] \wedge \sim q$ é:

(A) Falso e verdadeiro.
(B) Verdadeiro.
(C) Falso.
(D) Inconclusivo.

---

107. (CESPE ANS 2013) A frase "A religião produz um cerceamento da liberdade individual e a falta de religião torna a sociedade consumista e degradada" estará representada, de maneira logicamente correta, na forma P∧Q, em que P e Q sejam proposições convenientemente escolhidas.

( ) Certo ( ) Errado

---

108. (CESPE ANS 2013) A frase "O perdão e a generosidade são provas de um coração amoroso" estará corretamente representada na forma P∧Q, em que P e Q sejam proposições lógicas convenientemente escolhidas.

( ) Certo ( ) Errado

---

109. (UEPA PC-PA 2013) Considere as proposições seguintes:

p: Paulo apresentar uma queixa.

q: o Delegado investigará.

r: Ricardo será preso.

A linguagem simbólica da proposição composta "Não é o caso em que, se Paulo apresentar uma queixa, então, o delegado investigará e Ricardo será preso" é:

(A) ~[p ↔(q ∧ r)].

(B) ~[p → (q ∧ r)].

(C) ~[p ∨ (q ∧ r)].

(D) ~[p ∧ (q ∨ r)].

(E) ~[p → (q ∨ r)].

---

110. (FJG-RIO 2013) Considere as seguintes proposições:

p: O Rio de Janeiro é uma cidade maravilhosa.

q: Os turistas amam o Rio de Janeiro.

A sentença que representa a proposição ~ p ∧ q está indicada na seguinte alternativa:

(A) O Rio de Janeiro é uma cidade maravilhosa e os turistas não amam o Rio de Janeiro.

(B) O Rio de Janeiro não é uma cidade maravilhosa e os turistas amam o Rio de Janeiro.

(C) O Rio de Janeiro não é uma cidade maravilhosa ou os turistas amam o Rio de Janeiro.

(D) O Rio de Janeiro é uma cidade maravilhosa ou os turistas não amam o Rio de Janeiro.

---

111. (CESPE IBAMA 2013) Considere que as proposições sejam representadas por letras maiúsculas e que se utilizem os seguintes símbolos para os conectivos lógicos: ∧ – conjunção; ∨ – disjunção; ⇒ – condicional; ⇔ – bicondicional.

A proposição "Se João implica com Maria e Maria implica com João, então evidencia-se que a relação entre João e Maria é conflituosa" pode ser corretamente representada por [P ⇒ Q) ∧ (Q ⇒ P)] ⇒R.

( ) Certo ( ) Errado

---

112. (FUMARC CEMIG 2010) Sejam p e q duas proposições. Sabe-se que p é verdadeira e sabe-se também que "p →q" é verdadeira. Então, decorre necessariamente destas duas veracidades que:

(A) A proposição "q →p" é verdadeira.

(B) A proposição q é falsa.

(C) A proposição "p e q" é falsa.

(D) A proposição "~p ou ~q" é verdadeira.

---

113. (FCC) Sejam as proposições:

p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

q: fazer frente ao fluxo positivo.

Se p implica em q, então:

(A) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

(B) fazer frente ao fluxo positivo é condição suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

(C) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo.

(D) fazer frente ao fluxo positivo é condição necessária e suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.

(E) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central não é condição suficiente e nem necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

---

114. (ICMS FCC 2006) Das cinco frases a seguir, quatro delas têm uma mesma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem característica.

I. Que belo dia!

II. Um excelente livro de raciocínio lógico.

III. O jogo terminou empatado?

IV. Existe vida em outros planetas da terra.

V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é:

(A) I.

(B) II.

(C) III.

(D) IV.

(E) V.

---

115. (CESPE)

P	Q		$(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee Q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Um dos instrumentos mais importantes na avaliação da validade ou não de um argumento é a tabela-verdade. Considere que P e Q sejam proposições e que "$\wedge$", "$\vee$" e "$\rightarrow$" sejam os conectores lógicos que representam, respectivamente, "e", "ou" e o "conector condicional". Então, o preenchimento correto da última coluna da tabela-verdade acima é:

(A)

V
V
F
F

(B)

V
F
F
V

(C)

V
F
V
F

(D)

F
V
F
V

116. (CVM/2000) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:

(A) Pelo menos um economista não é médico.

(B) Nenhum economista é médico.

(C) Nenhum médico é economista.

(D) Pelo menos um médico não é economista.

(E) Todos os não médicos são não economistas.

117. (CESPE) Considere as seguintes proposições.

A: Se 3 < 5, então 4 < 2.

B: Se 5 é par, então todo palmeirense é são-paulino.

C: Se São Paulo é a capital do Rio de Janeiro, então Brasília fica na Região Centro-Oeste.

Nesse caso, há apenas uma proposição F.

118. (ESAF Gestor Fazendário MG/2005) Considere a afirmação P:

P: "A ou B".

Onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:

A: "Carlos é dentista".

B: "Se Enio é economista, então Juca é arquiteto".

Ora, sabe-se que a afirmação P é falsa. Logo:

(A) Carlos não é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.

(B) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.

(C) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca é arquiteto.

(D) Carlos é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.

(E) Carlos é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.

119. (FCC ICMS 2006) Considere a proposição "Paula estuda, mas não passa no concurso". Nessa proposição, o conectivo lógico é:

(A) Disjunção inclusiva.

(B) Conjunção.

(C) Disjunção exclusiva.

(D) Condicional.

(E) Bicondicional

GABARITO

01. Certo	02. Errado	03. Certo	04. A	05. Errado	06. E	07. A	08. Errado	09. Certo	10. Errado
11. Certo	12. Errado	13. Errado	14. A	15. E	16. B	17. Certo	18. Errado	19. Certo	20. Certo
21. Errado	22. D	23. Errado	24. Errado	25. Errado	26. Certo	27. Certo	28. Errado	29. E	30. C
31. C	32. C	33. Errado	34. Errado	35. D	36. Errado	37. A	38. A	39. Certo	40. E
41. E	42. C	43. Errado	44. Certo	45. Errado	46. Errado	47. Certo	48. Certo	49. Errado	50. Errado
51. Certo	52. Certo	53. A	54. Certo	55. Errado	56. A	57. B	58. C	59. Errado	60. Errado
61. Certo	62. C	63. E	64. C	65. Certo	66. Certo	67. Certo	68. Certo	69. Certo	70. C
71. C	72. Errado Certo Errado	73. Errado Certo Certo Certo	74. B	75. Certo	76. A	77. B	78. Certo Errado Errado Errado	79. Errado	80. E

	Errado	Errado							
81. E	82. B	83. B	84. C	85. Certo	86. Certo	87. D	88. C	89. Errado	90. Errado
91. Errado	92. A	93. E	94. Errado	95. D	96. Errado	97. Certo	98. E	99. D	100. A
101. A	102. E	103. C	104. E	105. A	106. C	107. Certo	108. Errado	109. B	110. B
111. Errado	112. A	113. C	114. D	115. C	116. A	117. Certo	118. B	119. B	

2

NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA E EQUIVALÊNCIA LÓGICA

Os temas abordados no presente capítulo são muito exigidos em concursos públicos ou provas de Raciocínio Lógico em Geral (ANPAD ou Vestibulares). Por isso, a memorização das regras é fundamental, ok? Não esqueça: “Lógica é apenas uma aplicação de regra e fórmulas” (Bruno Villar).

No caso da negação de uma proposição composta, cada operador tem a sua regra de negação. A equivalência lógica é uma relação lógica, que significa dizer a mesma coisa, usando apenas outras palavras, do ponto de vista da Lógica. Vamos começar pela negação de uma proposição composta.

2.1. NEGAÇÃO DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA

Na negação da proposição simples, o processo é apenas colocar o advérbio “não” antes do verbo de ligação ou retirar o citado advérbio, se a proposição o possuir.

Exemplos:

p: O sol é uma estrela.
~ p: O sol não é uma estrela.

q: Porto Seguro não tem praia.
~q: Porto Seguro tem praia.

No caso das proposições compostas, devemos utilizar as fórmulas de negação, isto é, expressões equivalentes à negação das proposições.

2.2. NEGAÇÃO DA DISJUNÇÃO

Fórmula: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Cuidado!

As expressões: ~(p ∨ q) e ~p ∨ q não representam a mesma coisa. A primeira expressão representa a negação da disjunção e a segunda proposição é a "negação de p ou q".

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da conjunção (e, mas, tanto... como).
- **3º Passo:** negar a segunda proposição.

Exemplo:

P: Salvador tem praia ou Santos não tem praia.

Vamos negar a proposição P?

• 1º passo: negar a proposição "Salvador tem praia".

A negação da proposição "Salvador tem praia" é "Salvador não tem praia".

• 2º passo: colocar o conectivo da conjunção(e).

• 3º passo: negar a proposição "Santos não tem praia".

A negação da proposição "Santos não tem praia" é "Santos tem praia".

Conclusão: ~P: Salvador não tem praia e Santos tem praia.

Exemplo:

Q: Catarina é ocupante de cargo de chefia ou diretoria.

~Q: Catarina não é ocupante de cargo de chefia e não é ocupante de cargo de diretoria.

A expressão "nem", na lógica, significa a união do conectivo da conjunção com o não, ou seja, nem = e + não. Logo, temos outra opção para negar a disjunção.

Método passo a passo

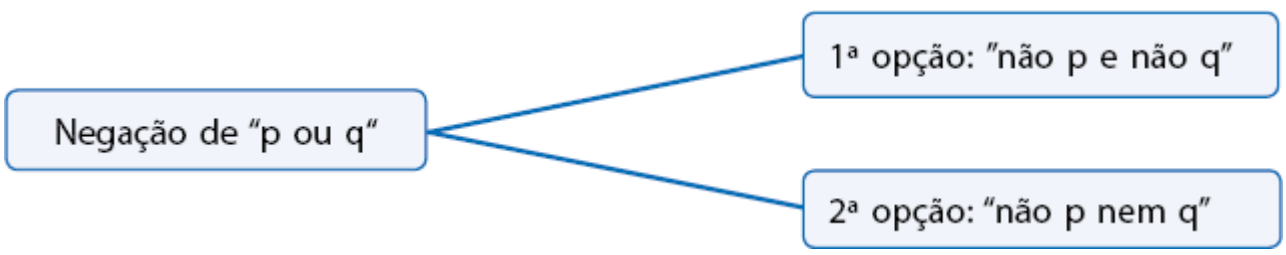
- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar a expressão nem.
- **3º passo:** manter a segunda proposição.

Obs.: o nem realiza ao mesmo tempo a função de conjunção e de negação da segunda proposição. Por isso, não negamos a segunda proposição quando utilizamos o nem.

~ Q: Catarina não é ocupante de cargo de chefia nem de diretoria.

Dica:

Nem = e + não.



2.3. NEGAÇÃO DA CONJUNÇÃO

Fórmula: ~ (p ∧ q) ≡ ~ p ∨ ~ q

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da disjunção inclusiva (ou).
- **3º Passo:** negar a segunda proposição.

> ***Exemplo:***
>
> P: Mário é alto e Jorge é culpado.
> • 1º passo: negar a primeira proposição.
> A negação da proposição “Mário é alto” é “Mário não é alto”.

Obs.: podemos utilizar os antônimos na negação.

A proposição “Mário não é alto” é equivalente a “Mário é baixo”.

2º passo: colocar o conectivo da disjunção inclusiva (ou).

3º passo: negar a segunda proposição.

A negação da proposição “Jorge é culpado” é “Jorge não é culpado”.

Obs.: a proposição “Jorge não é culpado” é equivalente a “Jorge é inocente”.

A negação da proposição P é:

~ P: Mário não é alto ou Jorge não é culpado.

~ P: Mário é baixo ou Jorge é inocente.

Q: João Pessoa é a capital da Paraíba e Sergipe é a capital de Brasília.

~ Q: João Pessoa não é a capital da Paraíba ou Sergipe não é a capital de Brasília.

Caso especial

Faça a negação da expressão A: ((r ∨ q) ∧ ~p)

~A: ~ ((r ∨ q) ∧ ~p)

Quando temos três ou mais proposições simples, é necessário encontrarmos o operador principal (o operador final). Nesse caso, o operador principal é a conjunção.

- **1ª proposição:** (r ∨ q).

> ***Dica:***
>
> A primeira proposição foi fácil de reconhecer. Lembre-se: quando visualizarmos uma proposição composta dentro do parêntese, então devemos considerar como sendo uma única proposição.

- **2ª proposição:** ~p.

Operador principal: ∧ (conjunção).

> ***Cuidado!***
>
> A primeira proposição é composta (r ∨ q). Por isso devemos negar usando a regra da disjunção. Lembre- se: negação da primeira (~ *r*), depois colocar o conectivo e (∧) e depois negação da segunda (~ *q*), logo, o resultado da primeira expressão será ~ *r* ∧ ~ *q*.

A segunda expressão é mais fácil, pois é uma proposição simples. Logo, ~(~ p) ≡ p.
O resultado final será: a negação da primeira, depois colocar o conectivo “ou” e, por último, a segunda expressão: (~ r ∧ ~q) ∨ p.

2.4. NEGAÇÃO DA CONDICIONAL

Fórmula: ~(p → q) ≡ p ∧ ~q.

Método passo a passo

- **1º passo:** manter a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da conjunção (e).
- **3º passo:** negar a segunda proposição.

Exemplo:

P: Se corro, então canso.

Vamos ao passo a passo:

1º passo: manter a primeira proposição.

Dica:

A primeira proposição é toda a sentença depois do “se” e antes do “então”.

Primeira proposição é “corro”.
• 2º passo: colocar o conectivo da conjunção (e).
• 3º passo: negar a segunda proposição.

Dica:

A segunda proposição é toda sentença depois do “então”.

A segunda proposição é canso.
A negação de “canso” é “não canso”.
~ P: Corro e não canso.

Exemplo:

Q: Se João passou no concurso do tribunal, então João passou em um concurso.
~Q: João passou no concurso do tribunal e não passou em um concurso.
R: Se estudo, então não vejo Carlos e fico deprimida.

Dica:

Se a frase começa com o “se”, então operador principal é a condicional.

• 1ª proposição: estudo.
• 2ª proposição: não vejo Carlos e fico deprimida.

Obs.: a primeira proposição é simples (estudo) e a segunda é composta (não vejo Carlos e fico deprimida).

O conectivo utilizado é a condicional, cuja fórmula é conservar a primeira, colocar o conectivo “e” e depois negar a segunda proposição.

Vamos negar a proposição “Não vejo Carlos e fico deprimida”?

• 1º passo: negar a proposição “Não vejo Carlos”.

A negação de “não vejo Carlos” é “vejo Carlos”.

• 2º passo: colocar o conectivo “ou”.

• 3º passo: negar a proposição “fico deprimida”.

A negação de “fico deprimida” é “não fico deprimida”.

A negação da proposição “Não vejo Carlos e fico deprimida” é “Vejo Carlos ou não fico deprimida”.

~ R: Estudo e vejo Carlos ou não fico deprimida.

2.5. NEGAÇÃO DA BICONDICIONAL

Fórmula: ~ (p ↔ q) = ~ p ↔ q outra opção p ↔ ~ q.

Método passo a passo

1ª opção: Negando apenas a primeira proposição

• 1º passo: negar a primeira proposição.

• 2º passo: colocar o conectivo da bicondicional (se e somente se).

• 3º passo: manter a segunda proposição.

> ☑ ***Dica:***
>
> A segunda proposição é toda sentença depois da expressão “se e somente se”.

2ª opção: Negando apenas a segunda proposição

• 1º passo: manter a primeira proposição.

• 2º passo: colocar o conectivo da bicondicional (se e somente se).

• 3º passo: negar a segunda proposição.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Você não pode negar as duas simultaneamente.

P: 2 é par se e somente se 3 é ímpar.

• 1ª opção: negando apenas a primeira proposição.

~P: 2 não é par se e somente se 3 é ímpar.

• 2ª opção: negando apenas a segunda proposição.

~P: 2 é par se e somente se 3 não é ímpar.

A negação da bicondicional ainda possui uma terceira opção, isso mesmo, uma terceira forma. Vamos lá, falta pouco!!!

Fórmula: ~ (p ↔ q) = p ⊻ q.

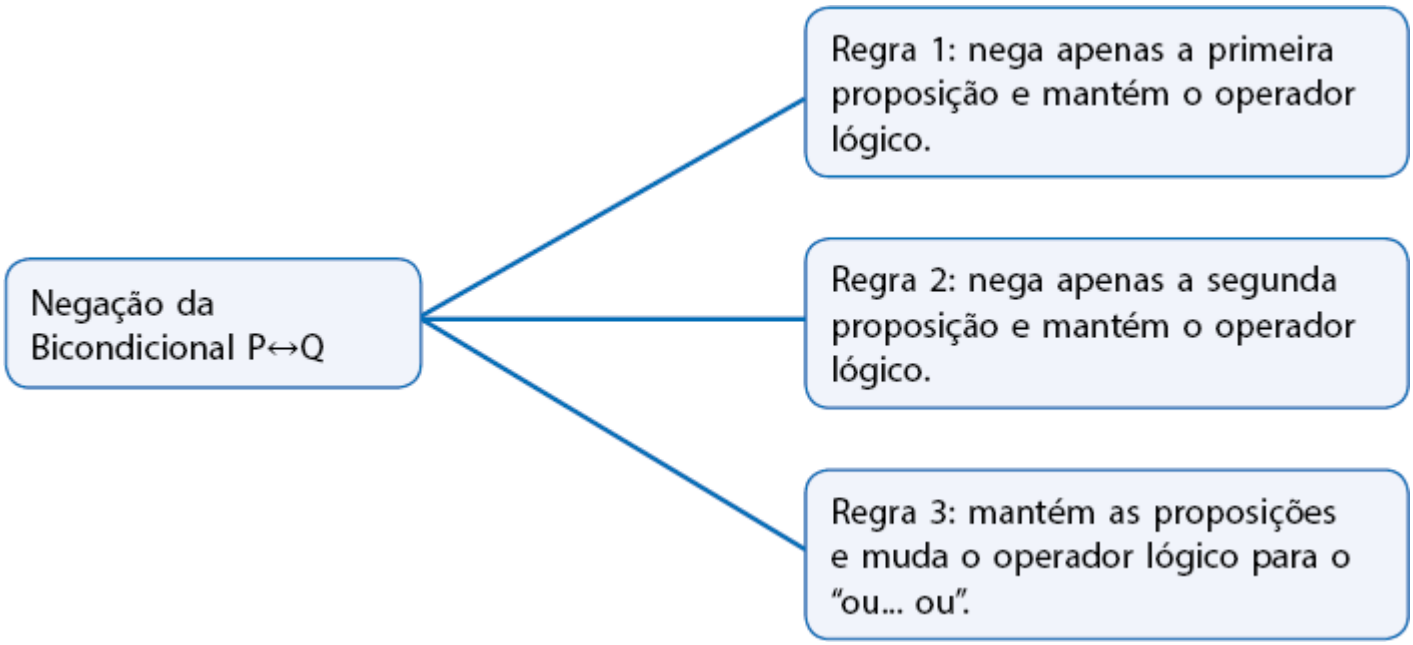
> ☑ ***Dica:***
>
> Manter as proposições e colocar o conectivo “ou... ou”.

Método passo a passo

- **1º passo:** manter a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da disjunção exclusiva (ou... ou).
- **3º passo:** manter a segunda proposição.

P: 2 é par se e somente se 3 é ímpar.

~P: Ou 2 é par ou 3 é ímpar.


Negação da Bicondicional P↔Q
Regra 1: nega apenas a primeira proposição e mantém o operador lógico.
Regra 2: nega apenas a segunda proposição e mantém o operador lógico.
Regra 3: mantém as proposições e muda o operador lógico para o "ou... ou".

2.6. NEGAÇÃO DA DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

Fórmula: ~ (p ⊻ q) = ~ p ⊻ q outra opção p ⊻ ~ q.

Método passo a passo

1ª opção: Negando apenas a primeira proposição

• 1º passo: negar a primeira proposição.

• 2º passo: colocar o conectivo da disjunção exclusiva (ou... ou).

• 3º passo: manter a segunda proposição.

2ª opção: Negando apenas a segunda proposição

• 1º passo: manter a primeira proposição.

• 2º passo: colocar o conectivo da disjunção exclusiva (ou... ou).

• 3º passo: negar a segunda proposição.

P: Ou João é baiano ou João é amazonense.

1ª opção de negação: Negando a primeira e mantendo operador.

~P: Ou João não é baiano ou João é amazonense.

2ª opção de negação: Negando a segunda e mantendo operador.

~P: Ou João é baiano ou João não é amazonense.

A negação da disjunção exclusiva ainda possui uma terceira opção, isso mesmo, uma terceira forma. Vamos lá, avante!!!

Fórmula: ~ (p ∨ q) = p ↔ q.

Dica:

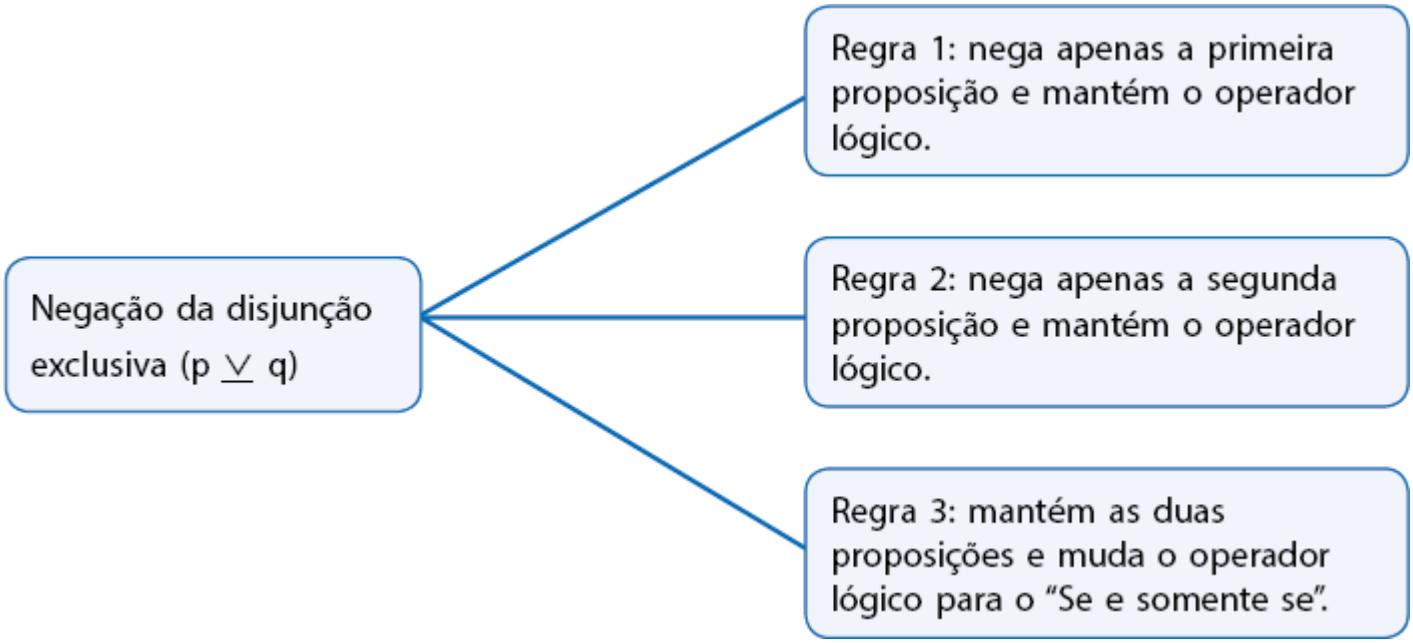
Mantemos as proposições e colocamos o conectivo “se e somente se”.

Método passo a passo

- **1º passo:** manter a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da bicondicional (se e somente se).
- **3º passo:** manter a segunda proposição.

Exemplo:

A: ou 2 é par ou 2 é impar.
~A: 2 é par se e somente se 2 é ímpar.


Negação da disjunção exclusiva (p ⊻ q)
Regra 1: nega apenas a primeira proposição e mantém o operador lógico.
Regra 2: nega apenas a segunda proposição e mantém o operador lógico.
Regra 3: mantém as duas proposições e muda o operador lógico para o “Se e somente se”.

Se liga!

A expressão “equivalência da negação” significa apenas a negação. Quando a questão exigir a equivalência da negação, então fique esperto, pois a questão está pedindo a negação.
Professor, mas não deveríamos fazer a equivalência?
Não! O objetivo do examinador de escrever a “equivalência da negação” é para te deixar na dúvida (faço uma negação ou equivalência?).
Para concluir, a equivalência da negação é a própria negação. A palavra equivalência aparece para você fazer uma confusão com a equivalência lógica, que vamos estudar no próximo capítulo.

2.7. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(CESPE TRT 17ª Região 2009) A negação da proposição “O juiz determinou a libertação de um estelionatário e de um ladrão” é expressa na forma “O juiz não determinou a libertação de um estelionatário nem de um ladrão”.**

Resolução:

A proposição “O juiz determinou a libertação de um estelionatário e de um ladrão” é uma proposição composta, no conectivo

“e”. O método para negar a conjunção é:

• 1º passo: negar a primeira proposição.
• 2º passo: colocar o conectivo da disjunção (ou).
• 3º passo: negar a segunda proposição.

Logo, a negação da proposição é a sentença “O juiz determinou a libertação de um estelionatário ou não determinou de um ladrão”.

Resposta: item ERRADO.

> ☑ ***Dica:***
>
> A negação do “e” é o conectivo “ou”, por isso poderíamos afirmar no início que o item está errado.

---

2. (ESAF) A negação de: Milão é a capital da Itália ou Paris é a capital da Inglaterra é:

(A) Milão não é a capital da Itália.
(B) Milão não é a capital da Itália e Paris não é a capital da Inglaterra.
(C) Milão não é a capital da Itália ou Paris não é a capital da Inglaterra.
(D) Paris não é a capital da Inglaterra.
(E) Milão é a capital da Itália e Paris não é a capital da Inglaterra.

Resolução:

A proposição **Milão é a capital da Itália ou Paris é a capital da Inglaterra** é uma disjunção inclusiva. O método para negar a disjunção é**:**

• 1º passo: negar a primeira proposição.
• 2º passo: colocar o conectivo da conjunção (e, mas, tanto... como).
• 3º passo: negar a segunda proposição.

A negação da proposição **Milão é a capital da Itália ou Paris é a capital da Inglaterra** é **Milão não é a capital da Itália e Paris não é a capital da Inglaterra.**

Resposta: letra B.

---

3. (CESPE) Com base nas informações da lógica proposicional, é correto afirmar que, para todos os possíveis valores lógicos, V ou F, que podem ser atribuídos a P e a Q, uma proposição simbolizada por ¬[P → (¬Q)] possui os mesmos valores lógicos que a proposição simbolizada por:

(A) (¬P) ∨ Q.
(B) (¬Q) → P.
(C) ¬[(¬P) ∧ (¬Q)].
(D) ¬[¬(P → Q)].
(E) P ∧ Q.

Resolução:

A expressão ¬[P → (¬Q)] está representando a negação da proposição P → (¬Q).
Objetivo é negar a proposição P → (¬Q).

Método passo a passo

1º passo: manter a primeira proposição.

• 1ª proposição: P.

2º passo: colocar o conectivo da conjunção (e).

3º passo: negar a segunda proposição.

• 2ª proposição: ¬Q.

A negação de ¬Q é Q (dupla negação).

A negação de P → (¬Q) é P ∧ Q

Resposta: letra E.

Se liga!

A negação da negação é uma afirmação, por isso a negação da proposição¬ Q ficou somente Q, pois ¬ ¬Q = Q.

---

4. **(CGU 2008) Maria foi informada por João que Ana é prima de Beatriz e Carina é prima de Denise. Como Maria sabe que João sempre mente, Maria tem certeza que a afirmação é falsa. Desse modo, e do ponto de vista lógico, Maria pode concluir que é verdade que:**

(A) Ana é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise.
(B) Ana não é prima de Beatriz e Carina não é prima de Denise.
(C) Ana não é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise.
(D) Se Ana não é prima de Beatriz, então Carina é prima de Denise.
(E) Se Ana não é prima de Beatriz, então Carina não é prima de Denise.

Resolução:

Toda vez que for mudar o valor lógico, é necessário realizar a negação da frase.

Vamos negar a proposição “Ana é prima de Beatriz e Carina é prima de Denise”.

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da disjunção inclusiva (ou).
- **3º passo:** negar a segunda proposição.

A negação da proposição “Ana é prima de Beatriz e Carina é prima de Denise” é “Ana não é prima de Beatriz ou Carina não é prima de Denise”.

Resposta: letra C.

---

5. **(MPU CESPE 2013) A negação da proposição “Não apareceram interessados na licitação anterior e ela não pode ser repetida sem prejuízo para a administração” está corretamente expressa por “Apareceram interessados na licitação anterior ou ela pode ser repetida sem prejuízo para a administração”.**

Resolução:

A proposição **“Não apareceram interessados na licitação anterior e ela não pode ser repetida sem prejuízo para a administração”** é uma conjunção.

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo da disjunção inclusiva (ou).
- **3º passo:** negar a segunda proposição.

A negação da proposição: "Não apareceram interessados na licitação anterior e ela não pode ser repetida sem prejuízo para a administração" é "Apareceram interessados na licitação anterior ou ela pode ser repetida sem prejuízo para a administração".

Resposta: item CERTO.

---

6. (TCE – RS – CESPE-2013) A negação da proposição "Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro" é logicamente equivalente a "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro".

Resolução:

A proposição **"Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro" é uma disjunção exclusiva.**

O método para negar uma disjunção exclusiva é:

• 1º passo: manter a primeira proposição.

• 2º passo: colocar o conectivo da bicondicional (se e somente se).

• 3º passo: negar a segunda proposição.

A negação da proposição "**Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro"** é **"O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro".**

Obs.: não se esqueça de que temos três opções de negar a disjunção exclusiva.

Resposta: item CERTO.

Comentário:

No ano de 2013, a banca CESPE, considerou o "ou... ou" como uma disjunção exclusiva. Professor, que loucura! É uma loucura mesmo. A dica é acompanhar minhas postagens nas redes sociais. Até a presente data, o novo entendimento é que o CESPE está respeitando a distinção entre "ou" e "ou... ou".

2.8. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

7. (CESPE) Considere como V as seguintes proposições.

A: Jorge briga com sua namorada Sílvia.

B: Sílvia vai ao teatro.

Nesse caso, ¬(A → B) é a proposição C: "Se Jorge não briga com sua namorada Sílvia, então Sílvia não vai ao teatro".

---

8. (VUNESP 2014) Considere a afirmação:

Todos os quatro elementos ingeriram a mesma substância S e morreram por envenenamento.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

(A) Pelo menos um dos quatro elementos não ingeriu a substância S ou não morreu por envenenamento.

(B) Todos os quatro elementos não ingeriram a mesma substância S e não morreram por envenenamento.

(C) Nenhum dos quatro elementos ingeriu a substância S ou morreu por envenenamento.

(D) Talvez os quatro elementos não tenham ingerido a substância S, mas todos morreram por envenenamento.

(E) Existe apenas um dos quatro elementos que não ingeriu a substância S, mas morreu por envenenamento.

---

9. (VUNESP 2014) Dadas as proposições a seguir.

p: Luiz estuda e trabalha.

q: Luiz não tem tempo para academia.

A negação da condicional p → q pode ser escrita da seguinte forma:

(A) Se Luiz não estuda, nem trabalha, então tem tempo para a academia.
(B) Luiz estuda e trabalha e Luiz tem tempo para a academia.
(C) Se Luiz não estuda ou não trabalha, então tem tempo para a academia.
(D) Luiz não tem tempo para academia porque estuda e trabalha.
(E) Luiz tem tempo para academia, então Luiz não estuda ou não trabalha.

---

10. (IBFC – HU – MA – 2013 – Médico Cirurgia Torácica) Se Paulo morou por mais de três anos na Nova Zelândia, então é fanático por rugby. A negação da proposição acima pode ser definida como:

(A) Paulo morou por mais de três anos na Nova Zelândia e não é fanático por rugby.
(B) Se Paulo não morou por mais de três anos na Nova Zelândia, então é fanático por rugby.
(C) Se Paulo não morou por mais de três anos na Nova Zelândia, não é fanático por rugby.
(D) Se Paulo não é fanático por rugby, não morou por mais de três anos na Nova Zelândia.
(E) Paulo não morou por mais de três anos na Nova Zelândia e não é fanático por rugby.

---

11. (CESPE) Se A é a proposição "O soldado Brito é jovem e casado", então a proposição "O soldado Brito não é jovem, mas é solteiro" é um enunciado correto para a proposição ¬A.

---

12. (VUNESP 2014) "Se Jorge é inteligente, então ele é analista de redes". Negar a afirmação proposta é afirmar que:

(A) Jorge não é inteligente e é analista de redes.
(B) Se Jorge não é inteligente, então ele não é analista de redes.
(C) Jorge é inteligente e não é analista de redes.
(D) Se Jorge não é analista de redes, então ele não é inteligente.
(E) Jorge é analista de redes e é inteligente.

---

13. (FCC TRT BA 2013) Analisando a tabela de classificação do campeonato de futebol amador do bairro antes da realização da última rodada, o técnico do União concluiu que, caso seu time vencesse sua última partida ou o time do Camisa não ganhasse seu último jogo, então o União seria campeão. Sabendo que o União não se sagrou campeão, pode-se concluir que, necessariamente,

(A) o Camisa perdeu seu jogo e o União perdeu o seu.
(B) o Camisa venceu seu jogo e o União venceu o seu.
(C) o Camisa empatou seu jogo e o União empatou ou perdeu o seu.
(D) o Camisa empatou seu jogo e o União venceu o seu.
(E) o Camisa venceu seu jogo e o União empatou ou perdeu o seu.

---

14. (FCC 2010) Considere as proposições simples:

p: Maly é usuária do Metrô e q: Maly gosta de dirigir automóvel.

A negação da proposição composta p ∧ ~ q é:

(A) Maly não é usuária do Metrô ou gosta de dirigir automóvel.
(B) Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel.
(C) Não é verdade que Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel.
(D) Não é verdade que, se Maly não é usuária do Metrô, então ela gosta de dirigir automóvel.
(E) Se Maly não é usuária do Metrô, então ela não gosta de dirigir automóvel.

---

15. (IADES – 2013) A negação da sentença

“Se chove então o trânsito fica congestionado” é:

(A) Se não chove então o trânsito não fica congestionado.
(B) Se o trânsito não fica congestionado então não chove.
(C) Chove e o trânsito não fica congestionado.
(D) Não chove e o trânsito não fica congestionado.
(E) Não chove e o trânsito fica congestionado.

2.9. RELAÇÕES LÓGICAS

Existem duas relações lógicas: implicação lógica e equivalência. As relações lógicas apresentam símbolos lógicos diferentes dos operadores lógicos. Vamos iniciar com a implicação lógica.

2.10. IMPLICAÇÃO LÓGICA

Dizemos que uma proposição p implica uma proposição q quando a proposição condicional $p \Rightarrow q$ é verdadeira.

Indicamos que p implica q do seguinte modo: $p \Rightarrow q$.

Exemplos:

a) $3 = 2 + 1 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$.

Podemos usar o símbolo $\Rightarrow$, pois a proposição condicional: $3 = 2 + 1 \rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$ é verdadeira.

b) **Não** podemos escrever que $5 > 2 \Rightarrow 1 > 4$, pois a proposição condicional: $5 > 2 \rightarrow 3 > 4$ é falsa.

c) Se José é pernambucano, então José é brasileiro.

José ser pernambucano implica José ser brasileiro.

Outra forma de escrita é: José é pernambucano, logo, José é brasileiro.

Comentário:

A implicação lógica é uma relação lógica, ou seja, o julgamento deve ser feito a partir da relação das frases.

Condições para julgamento pela implicação lógica:

1ª) frase na condicional.

2ª) as frases devem ter uma relação, isto é, mesmo sujeito e assunto.

O fato de José ser pernambucano permite garantir que ele será brasileiro? Sim! Logo, temos uma implicação lógica, pois a relação entre causa e efeito é coerente.

2.11. TREINAMENTO COMENTADO

16. (CESPE) Considere as seguintes proposições:

1. $(7 + 3 = 10) \wedge (5 - 12 = 7)$.
2. A palavra “crime” é dissílaba.
3. Se “lâmpada” é uma palavra trissílaba, então “lâmpada” tem acentuação gráfica.
4. $(8 - 4 = 4) \wedge (10 + 3 = 13)$.
5. Se $x = 4$ então $x + 3 < 6$.

Entre essas proposições, há exatamente duas com interpretação F.

Resolução:

1. $(7 + 3 = 10) \wedge (5 - 12 = 7)$.

A proposição $(7 + 3 = 10)$ é verdadeira.

A proposição $(5 - 12 = 7)$ é falsa.

∧ = conjunção.

V F = F (conjunção).

Proposição falsa.

2. A palavra “crime” é dissílaba.

Proposição verdadeira.

3. Se “lâmpada” é uma palavra trissílaba, então “lâmpada” tem acentuação gráfica.

O motivo de lâmpada ser trissílaba significa dizer que tem acentuação gráfica?

Não! Conclusão: a proposição é falsa (julgamento pela relação).

> ☑ ***Dica:***
>
> A frase é condicional, o sujeito é comum e há uma relação, logo, julgamento pela relação da causa (“lâmpada” é uma palavra trissílaba) com o efeito (“lâmpada” tem acentuação gráfica).

(8 - 4 = 4) ∧ (10 + 3 = 13).

A proposição (8 - 4 = 4) é verdadeira.

A proposição (10 + 3 = 13) é verdadeira.

∧ = conjunção.

V V = V (conjunção).

Proposição verdadeira.

Se x = 4, então x + 3 < 6.

O valor de x foi fornecido, logo, 4 + 3 é menor que 6? Não!

Proposição falsa.

Resposta: item ERRADO, pois temos três proposições falsas.

2.12. EQUIVALÊNCIA LÓGICA

As proposições P e Q são equivalentes quando apresentam tabelas-verdade idênticas.

Indicamos que *p* é equivalente a *q* do seguinte modo: $p \Leftrightarrow q$.

Para confirmar a equivalência lógica, deve-se construir as tabelas-verdade das proposições e, se apresentarem a mesma valoração (na ordem das linhas correspondentes), então as proposições serão equivalentes.

A equivalência lógica permite dizer a mesma proposição com outras palavras.

2.13. TREINAMENTO COMENTADO

17. As proposições $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e $(p \leftrightarrow q)$ são equivalentes.

Vamos lá, mais uma vez, construir nossa tabela-verdade! Nesse caso, utilizar as duas proposições na mesma tabela, com intuito de comparar o resultado final de ambas as expressões.

• **1º passo:** temos duas proposições p, q. Logo, aplicando a fórmula $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ linhas.

Não esqueça que vamos comparar o resultado da 5ª coluna com o resultado da 6ª coluna. Se as linhas correspondentes forem iguais, teremos expressões equivalentes.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V				

V	F				
F	V				
F	F				

Vamos agora construir a terceira coluna.

Temos que pegar o valor da primeira coluna (p) com o valor da segunda coluna (q).

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V			
V	F	V F			
F	V	F V			
F	F	F F			

Agora, formada a dupla de valoração, vamos observar o conectivo. Nesse caso, a condicional, por isso VF = F e o restante é V.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = **V**			
V	F	V F = **F**			
F	V	F V = **V**			
F	F	F F = **V**			

Vamos agora construir a quarta coluna.

Temos que pegar o valor da segunda coluna (q) com o valor da primeira coluna (p).

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V		
V	F	V F = F	F V		
F	V	F V = V	V F		
F	F	F F = V	F F		

Formada a dupla de valoração, vamos observar o conectivo. Nesse caso, a condicional, por isso VF = F e o restante é V.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V = **V**		
V	F	V F = F	F V = **V**		
F	V	F V = V	V F = **F**		
F	F	F F = V	F F = **V**		

⚠ *Cuidado!*

Você observou que a segunda e terceira colunas possuem valorações diferentes, apesar de terem o mesmo conectivo e as mesmas proposições simples. As proposições p → q e q → p são diferentes, devido à posição invertida das proposições.

Vamos agora construir a quinta coluna.

Essa coluna será formada pelo resultado da terceira e quarta colunas, nessa respectiva ordem.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V = V	V V	
V	F	V F = F	F V = V	F V	
F	V	F V = V	V F = F	V F	
F	F	F F = V	F F = V	V V	

Formada a dupla de valoração, vamos agora observar o conectivo. Nesse caso, a conjunção. Por isso, se aparecer F, o resultado será F e o restante será V.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V = V	V V = **V**	
V	F	V F = F	F V = V	F V = **F**	
F	V	F V = V	V F = F	V F = **F**	
F	F	F F = V	F F = V	V V = **V**	

Vamos agora construir a sexta coluna.

Temos que pegar o valor da primeira coluna (p) com o valor da segunda coluna (q).

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V = V	V V = V	V V
V	F	V F = F	F V = V	F V = F	V F
F	V	F V = V	V F = F	V F = F	F V
F	F	F F = V	F F = V	V V = V	F F

Agora, formada a dupla de valoração, vamos observar o conectivo. Nesse caso, a bicondicional, por isso VV ou FF = V e o restante é F.

p	q	p → q	q → p	((p → q) ∧ (q → p)	(p ↔ q)
V	V	V V = V	V V = V	V V = V	V V = V
V	F	V F = F	F V = V	F V = F	V F = F
F	V	F V = V	V F = F	V F = F	F V = F
F	F	F F = V	F F = V	V V = V	F F = V

Conclusão: as linhas correspondentes das 5ª e 6ª colunas são iguais, por isso as expressões são equivalentes.

Resposta: item CERTO.

2.14. EQUIVALÊNCIA DA CONDICIONAL

A condicional possui duas expressões equivalentes:

p → q ≡ ¬ q → ¬ p ≡ ¬ p ∨ q.

1ª forma: p → q ≡ ¬ q → ¬ p (contrapositiva).

Obs.: Essa expressão foi comentada no Capítulo 1 na parte de propriedades da condicional.

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.

> ☑ ***Dica:***
>
> A primeira proposição está depois do "se" e antes do "então".

- **2º passo:** negar a segunda proposição.

A segunda proposição está depois do "então".

• **3º passo:** inverter as proposições e manter o conectivo da condicional.

> 📄 ***Exemplo:***
>
> Determine uma proposição equivalente à afirmação "se corro, então canso".
> *Se corro, então canso* (p → q).

> ☑ ***Dica:***
>
> Primeira proposição é corro e a segunda é canso.

• 1º passo: negar a primeira proposição.

A negação de corro é não corro.

• 2º passo: negar a segunda proposição.

A negação de canso é não canso.

• 3º passo: inverter as proposições e manter o conectivo da condicional.

Se não canso, então não corro (¬ q → ¬ p).

As proposições "Se corro, então canso" e "Se não canso, então não corro" são equivalentes.

2ª forma: $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (a negação da negação da condicional).

Método passo a passo

- **1º passo:** negar a primeira proposição.
- **2º passo:** colocar o conectivo ou.
- **3º passo:** manter a segunda proposição.

> 📄 ***Exemplo:***
>
> Determine uma proposição equivalente à afirmação "se corro, então canso".
> Agora, iremos montar a equivalência usando a segunda opção.

Se corro, então canso (p → q).

• 1º passo: negar a primeira proposição.

A negação de corro é não corro.

• 2º passo: colocar o conectivo ou.

• 3º passo: manter a segunda proposição.

A segunda proposição é canso.

A frase equivalente é *Não corro ou canso* (¬ p ∨ q).

Dica 1:

As proposições “¬ p ∨ q” e “q ∨ ¬ p” são equivalentes. O conectivo “ou” permite a inversão, ou seja, “A ou B” = “B ou A”.

Dica 2:

Dica 2:

A proposição ¬ p ∨ q representa a negação da negação da condicional.

¬ p ∨ q pode ser escrita da seguinte forma: não é verdade que + negação da condicional.

¬ p ∨ q = ¬ (p ∧ ¬ q)

A: Se corro então canso.

A NEGAÇÃO de “Se corro então canso” é “Corro e não canso”.

¬ p ∨ q Não é verdade que, corro e não canso.

Fique esperto!

Temos outra opção para escrever a proposição ¬ p ∨ q: não é verdade que, + negação de “p → q”

• Resumo

Se corro, então canso. (p → q)

Se não canso, então não corro. (¬ q → ¬ p)

Não corro ou canso. (¬ p ∨ q)

Canso ou não corro. (q ∨ ¬ p)

Não é verdade que, corro e não canso. ¬ (p ∧ ¬ q)

Essas cinco frases, do ponto de vista lógico, representam a mesma coisa.

2.15. EQUIVALÊNCIA DA BICONDICIONAL

Fórmula: (p ↔ q) ≡ (p → q) ∧ (q → p).

Método passo a passo

- **1º passo:** observar quem é a primeira proposição e segunda.

Dica:

A primeira proposição está antes da expressão se e somente se e a segunda proposição está depois da expressão se e somente se.

- **2º passo:** escrever a proposição “Se p então q”.
- **3º passo:** escrever a proposição “Se q então p”.
- **4º passo:** escrever a proposição “Se p então q + conectivo da conjunção + se q então p”.

Exemplo:

Determine uma afirmação equivalente à frase “6 é par se e somente se 6 for um múltiplo de 2”.

• 1ª proposição: 6 é par.

• 2ª proposição: 6 for um múltiplo de 2.

A: se 6 é par, então 6 é um múltiplo de 2, e se 6 é um múltiplo de 2, então 6 é par (proposição equivalente à proposição 6 é par se e somente se 6 for um múltiplo de 2).

Se liga!

A proposição bicondicional tem outras duas formas de equivalência:

$(p \leftrightarrow q) = \sim p \veebar q = p \veebar \sim q$.

Nesse caso, mudamos para o conectivo da disjunção exclusiva e negamos apenas uma proposição, que pode ser ou a primeira ou a segunda.

Vamos montar a equivalência pela fórmula da disjunção!

A: 6 é par se e somente se 6 for um múltiplo de 2.

• 1ª opção: negando apenas a primeira proposição.

A negação de 6 é par é 6 não é par.

Resultado: ou 6 não é par ou 6 é um múltiplo de 2.

• 2ª opção: negando a segunda proposição.

A negação de 6 é um múltiplo de 2 é 6 não é um múltiplo de 2.

Resultado: ou 6 é par ou 6 não é um múltiplo de 2.

2.16. EQUIVALÊNCIA DA DISJUNÇÃO INCLUSIVA

Fórmula: $p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$.

Método passo a passo

• 1ª etapa: negar à primeira.

• 2ª etapa: manter a segunda proposição.

• 3ª etapa: colocar o operador da condicional. Não se esqueça de colocar o “se” antes da frase.

Exemplo:

Determine uma proposição equivalente à afirmação “O sol é uma estrela ou a lua é um satélite”.

• 1ª etapa: negar à primeira.

A negação de O sol é uma estrela é O sol não é uma estrela.

• 2ª etapa: manter a segunda proposição.

A segunda proposição é a Lua é um Satélite.

• 3ª etapa: colocar o operador da condicional. Não se esqueça de colocar o “se” antes da frase.

Resultado: Se o sol não é uma estrela então lua é um satélite.

2.17. EQUIVALÊNCIA DA DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

Fórmula: $(p \veebar q) = \sim p \leftrightarrow q = p \leftrightarrow \sim q$.

Nesse caso, mudamos para o conectivo da bicondicional e negamos apenas uma proposição, que pode ser ou a primeira ou a segunda.

Método passo a passo

• 1ª etapa: escolher a proposição que será negada: ou primeira ou a segunda.

• 2ª etapa: colocar o conectivo da bicondicional.

> ***Exemplo:***
>
> Determine uma proposição equivalente à afirmação “Ou 2 é par ou 2 é ímpar”.
> **A:** Ou 2 é par ou 2 é ímpar.
> • 1ª opção: negando apenas a primeira proposição.
> A negação de 2 é par é 2 não é par.
> Resultado: 2 não é par se e somente se 2 é ímpar.
> • 2ª opção: negando a segunda proposição.
> A negação de 2 é ímpar é 2 não é ímpar.
> Resultado: 2 é par se e somente se 2 não é ímpar.

Casos especiais

As equivalências comutativas, associativas e distributivas dos operadores lógicos foram abordadas dentro do tópico sobre operadores lógicos, que foi explanado no capítulo 1.

Caso 1: lei da dupla negação

Esse assunto já foi visto no tópico sobre negação de uma proposição simples, mas vamos só relembrar.

~ ~p = p.

Caso 2: “É não” é equivalente a “não é”

• X é não Y = X é não Y.

• João não é paulista = João é não paulista.

• Algum A não é B = Algum A é não B.

Não temos o hábito de dizer o “é não”, geralmente utilizamos “não é”.

> ***Exemplo:***
>
> Hoje não é domingo. Se dissesse Hoje é não domingo, iria soar um pouco estranho. Mas, do ponto de vista da lógica, essas duas expressões são equivalentes.

Caso 3: Propriedades idempotente

A) $p \wedge p \Leftrightarrow p$.

> ***Exemplo:***
>
> Pedro é baiano é Pedro é baiano = Pedro é baiano.

> ***Exemplo:***
>
> Maria vai à praia ou vai à praia = Maria vai à praia.

> ***Se liga!***

Idempotente quer dizer que múltiplas requisições ao mesmo recurso usando o método devem ter o mesmo resultado que teria uma requisição apenas.

Caso 4: Propriedades de absorção

A propriedade permite reduzir uma proposição composta a uma única proposição simples.

Obs.: essas proposições são demonstradas utilizando o diagrama de conjuntos, por isso não tente refletir analisando apenas as regras. A verdadeira conclusão é retirada dos diagramas.

A) $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$.
Exemplo: a proposição Bruno é alto e Bruno é alto ou Carlos é baixo = Bruno é alto.

B) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$.

Exemplo:

Maria é jovem ou Maria é jovem e Ricardo é baixo = Maria é jovem.

Caso 5: Propriedade distributiva

i) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
ii) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.

Caso 6: Lei (regras) de MORGAN

i) $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.
Conclusão: negar que duas dadas proposições são ao mesmo tempo verdadeiras equivale a afirmar que pelo menos uma é falsa.

ii) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$.
Conclusão: negar que pelo menos uma de duas proposições é verdadeira equivale a afirmar que ambas são falsas.

Comentário final:

Se o concursando decorar essas fórmulas básicas de equivalência, então não será necessária a construção das tabelas-verdade para verificar a equivalência.
Se visualizar outra regra de equivalência, não fique preocupado com a dúvida de quem está correto. Lembre-se: “Proposições equivalentes possuem tabelas verdades idênticas, por isso podemos ter alguns desenvolvimentos das fórmulas básicas. Um exemplo dessa situação é nossa questão do treinamento comentado”.

Dica especial:

As expressões $A \rightarrow A$ e $A \rightarrow A$ são sempre expressões tautológicas. Resumindo, proposições equivalentes ligadas pela condicional ou bicondicional representam uma tautologia.
O tema tautologia foi estudado no Capítulo 1.

2.18. TREINAMENTO COMENTADO

Considere a proposição: Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro. Simbolizando por P o trecho *meu cliente fosse culpado* e simbolizando por Q o trecho *a arma estaria no carro*, obtém-se uma proposição implicativa ou, simplesmente, uma implicação, que é lida: “Se P então Q”, e simbolizada por $P \rightarrow Q$. Uma tautologia é uma proposição que é sempre V (verdadeira). Uma proposição que tenha a forma $P \rightarrow Q$ é V sempre que P for F (falsa) e sempre que P e Q forem V. Com base nessas informações e na simbolização sugerida, julgue os itens subsequentes.

18. (CESPE TRT-MA 2005) A proposição é “Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro.

Portanto, se a arma do crime não estava no carro, então meu cliente não é culpado" é uma tautologia.

Resolução:

Vamos, primeiro, transformar a proposição para forma simbólica.

"Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro. Portanto, se a arma do crime não estava no carro, então meu cliente não é culpado."

Nessa frase, a palavra *portanto* resulta em uma relação de implicação lógica.

A causa: *Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro*. $(p \rightarrow q)$

O efeito ou conclusão: *Se a arma do crime não estava no carro, então meu cliente não é culpado* $(\neg q \rightarrow \neg p)$. Lembre-se: causa $\rightarrow$ efeito.

Logo, a forma simbólica da frase é $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$.

Pela fórmula da equivalência da condicional descobrimos que as expressões $p \rightarrow q$ e $\neg q \rightarrow \neg p$ são equivalentes.

Duas expressões equivalentes ligadas pela condicional representam uma tautologia $(A \rightarrow A)$.

Resposta: item CERTO.

---

19. (CESPE TRT-MA 2005) A proposição "Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro. Portanto, ou meu cliente não é culpado ou a arma do crime estaria no carro" não é uma tautologia.

Resolução:

Vamos primeiro transformar a proposição para forma simbólica.

"Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro. Portanto, se a arma do crime não estava no carro, então meu cliente não é culpado."

Nessa frase, a palavra *portanto* resulta em uma relação de implicação lógica.

A causa: "Se meu cliente fosse culpado, então a arma do crime estaria no carro" $(p \rightarrow q)$.

O efeito ou conclusão é "ou meu cliente não é culpado ou a arma do crime estaria no carro" $(\neg p \vee q)$. Lembre-se: causa $\rightarrow$ efeito.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> "– Professor, a frase está escrita no 'ou... ou', então a forma simbólica não seria $p \veebar q$?"
> "– Mas o CESPE não fazia distinção, nessa época?"
> Logo, a forma simbólica da frase é $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$.

Pela fórmula da equivalência da condicional descobrimos que as expressões $p \rightarrow q$ e $\neg p \vee q$ são equivalentes. Duas expressões equivalentes ligadas pela condicional representam uma tautologia $(A \rightarrow A)$.

Resposta: item ERRADO.

---

20. (ESAF Gestor – 2001) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:

(A) André é artista se e somente Bernardo não é engenheiro.
(B) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
(C) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro.
(D) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
(E) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

Resolução:

André é artista ou Bernardo não é engenheiro: p q.

Método passo a passo

• 1ª etapa: negar à primeira.

A negação de André é artista é André não é artista.

• 2ª etapa: manter a segunda proposição.

Segunda proposição: Bernardo não é engenheiro.

• 3ª etapa: colocar o operador da condicional.

Se André não é artista então Bernardo não é engenheiro.

Não temos alternativa com a frase: Se André não é artista então Bernardo não é engenheiro. E agora, o que fazer? Simples, vamos montar a equivalência da frase: "Se André não é artista então Bernardo não é engenheiro".

> ☑ ***Dica:***
>
> Quando não encontrar a proposição na alternativa, então o caminho para encontrar a resposta é montar a equivalência da frase encontrada.

Base: Se André não é artista então Bernardo não é engenheiro.

• 1º passo: negar a primeira proposição.

A negação de André não é paulista é André é paulista.

• 2º passo: negar a segunda proposição.

A negação de Bernardo não é engenheiro é Bernardo é engenheiro.

• 3º passo: inverter as proposições e manter o conectivo da condicional.

Resultado: Se Bernardo é engenheiro então André é artista.

Resposta: letra D.

---

21. (ESAF AFRFB 2009) Considere a seguinte proposição: "Se chove ou neva, então o chão fica molhado". Sendo assim, pode-se afirmar que:

(A) Se o chão está molhado, então choveu ou nevou.
(B) Se o chão está molhado, então choveu e nevou.
(C) Se o chão está seco, então choveu ou nevou.
(D) Se o chão está seco, então não choveu ou não nevou.
(E) Se o chão está seco, então não choveu e não nevou.

Resolução:

"Se chove ou neva, então o chão fica molhado".

• 1º passo: frase 1: chove ou neva.

A negação da frase 1 é "não chove e não neva".

• 2º passo: frase 2: o chão fica molhado.

A negação da frase 2 é "o chão não está molhado" ou "o chão está seco".

• 3º passo: inverter as partes.

Resultado: "Se o chão está seco, então não choveu e não nevou".

Resposta: letra E.

---

22. (ESAF ATRFB 2009) A afirmação: "João não chegou ou Maria está atrasada" equivale logicamente a:

(A) Se João não chegou, Maria está atrasada.
(B) João chegou e Maria não está atrasada.
(C) Se João chegou, Maria não está atrasada.
(D) Se João chegou, Maria está atrasada.
(E) João chegou ou Maria não está atrasada.

Resolução:

A proposição "João não chegou ou Maria está atrasada" tem a forma simbólica $p \vee q$.

Fórmula: $p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$.

Método passo a passo

• 1ª etapa: negar à primeira.

A negação de João não chegou é João chegou.

• 2ª etapa: manter a segunda proposição.

Segunda proposição é Maria está atrasada.

• 3ª etapa: colocar o conectivo da condicional.

Resultado: Se João chegou, Maria está atrasada.

Resposta: letra D.

---

23. (FCC TCE-MG 2007) São dadas as seguintes proposições:

(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.
(2) Se Jaime não trabalha no Tribunal de Contas, então ele não é eficiente.
(3) Não é verdade que, Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente.
(4) Jaime é eficiente ou não trabalha no Tribunal de Contas.

É correto afirmar que são logicamente equivalentes apenas as proposições de números:

(A) 2 e 4.
(B) 2 e 3.
(C) 2, 3 e 4.
(D) 1, 2 e 3.
(E) 1, 3 e 4.

Resolução:

Assunto: equivalência lógica.

Nesse caso, está sendo cobrada a equivalência da condicional!

Fórmulas: $p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$ (inverte as frases e nega) $= \sim p \vee q$ (nega a primeira, coloca o "ou" e conserva a segunda).

~: negação.

Vamos comparar a frase 1 com a frase 2:

(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.

(2) Se Jaime não trabalha no Tribunal de Contas, então ele não é eficiente.

Não são equivalentes, pois faltou inverter as frases.

Vamos comparar a frase 1 com a frase 3:

(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.

(3) Não é verdade que, Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente.

A proposição "Não é verdade que, Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente" corresponde à negação da proposição

“Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente”.

A negação da proposição “Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente” é a proposição “Jaime não trabalha no tribunal ou é eficiente”.

Obs.: nesse caso, temos a negação da proposição composta no conectivo “e”, cuja fórmula é : ~ A ∨ ~ B (nega a primeira proposição, depois coloca o “ou” e nega a segunda proposição).

As proposições: “Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente” e “Jaime não trabalha no tribunal ou é eficiente” são equivalentes, pois a primeira tem a forma : p → q e a segunda tem a forma ~ p ∨ q.

☑ ***Dica:***

A frase 3 está na forma: Não é verdade que, + negação da condicional.

Comparação entre as proposições 1 e 4:

(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.

(4) Jaime é eficiente ou não trabalha no Tribunal de Contas.

Observe que a frase 4 é igual a proposição 3, depois que realizamos a negação, apenas a questão mudou a ordem (na disjunção “ou” não tem ordem).

As frases 1 e 4 são equivalentes.

Resposta: letra E.

---

24. (SMF-RJ ESAF 2010) A proposição “Um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par” equivale logicamente à proposição:

(A) Se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.
(B) Se um número inteiro for ímpar, então o seu quadrado é ímpar.
(C) Se o quadrado de um número inteiro for ímpar, então o número é ímpar.
(D) Se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se o quadrado de um número inteiro não for par, então o número não é par.
(E) Se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par.

Resolução:

Assunto: Equivalência lógica.

$P \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

A proposição é “Um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par”.

• 1º passo: observar qual é a primeira proposição e a segunda.

Primeira proposição: um número inteiro é par.

Segunda proposição: o seu quadrado for par.

• 2º passo: escrever a proposição “Se p então q”. Se um número inteiro é par então o seu quadrado for par.

• 3º passo: escrever a proposição “Se q então p”. Se o seu quadrado for par então um número inteiro é par.

• 4º passo: escrever a proposição: “se p então q e se q então p”.

Resultado: “Se um número inteiro é par, então o seu quadrado é par e se um número ao quadrado for par então o número é inteiro”.

Podemos observar que com essa proposição não chegamos à resposta correta.

Agora, observe que a proposição “se um número ao quadrado for par então o número é inteiro” é equivalente a “Se um número

inteiro não for par, então o seu quadrado não é par".

Sempre que você não encontrar uma alternativa, então realize a equivalência da resposta encontrada.

> ☑ ***Dica:***
>
> $p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$ (inverter e negar as proposições).

Agora, encontramos a resposta.

Se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.

Resposta: letra A.

---

25. (FGV TCE-BA 2014) Considere a sentença:

"Gosto de jiló e não gosto de quiabo".

Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

(A) Não gosto de jiló e gosto de quiabo.
(B) Não gosto de jiló e não gosto de quiabo.
(C) Se gosto de jiló então gosto de quiabo.
(D) Se não gosto de jiló então gosto de quiabo.
(E) Se não gosto de quiabo então gosto de jiló.

Resolução:

A questão pediu a equivalência da negação da frase, logo correspondente à negação.

Vamos negar a proposição: "Gosto de jiló e não gosto de quiabo".

• 1º passo: negar a proposição "Gosto de jiló".

A negação é "Não gosto de jiló".

• 2º passo: negar a proposição "Não gosto de quiabo".

A negação é "Gosto de quiabo'.

• 3º passo: escrever a frase na disjunção.

A negação de **"Gosto de jiló e não gosto de quiabo"** é **"Não gosto de jiló ou gosto de quiabo"**.

Infelizmente, não temos essa alternativa! O que devemos fazer?

Nesse caso, devemos procurar as frases equivalentes da resposta encontrada.

> ***Se liga!***
>
> Não estamos montando a equivalência porque a frase pediu a equivalência da negação, vamos procurar a equivalência, pois não temos alternativa com a proposição "Não gosto de jiló ou gosto de quiabo".
> A proposição "Não gosto de jiló ou gosto de quiabo" é uma disjunção inclusiva.

Fórmula: $p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$.

Método passo a passo

1ª etapa: negar à primeira.

2ª etapa: manter a segunda proposição.

3ª etapa: colocar o operador da condicional.

A proposição "Não gosto de jiló ou gosto de quiabo" é equivalente a "Se gosto de jiló então gosto de quiabo".

Resposta: letra C.

---

26. (ESAF AFC/STN 2005) Se Marcos não estuda, João não passeia. Logo,

(A) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
(B) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
(C) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
(D) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
(E) Marcos estudar é condição necessária para João passear.

Resolução:

Assunto: Operador lógico da condicional e equivalência lógica.

A proposição “Se Marcos não estuda, João não passeia” é uma proposição composta, que utiliza o operador da condicional (se... então).

Se “causa” então “efeito” pode ser escrita das seguintes formas:

1. A “causa” é condição suficiente para o “efeito”.
2. O “efeito” é condição necessária para a “causa”.

A proposição “Se Marcos não estuda, João não passeia” pode ser escrita das seguintes formas:

1. Marcos não estudar é condição suficiente para João não passear.
2. João não passear é condição necessária para Marcos não estudar.

Observando as alternativas, não encontramos nenhuma correta. E agora?

Nesse caso, utilize a equivalência lógica da frase, pois as proposições “se Marcos não estuda, João não passeia” e “João Passeia então Marcos estuda” são equivalentes (proposições equivalentes são iguais no entendimento da lógica proposicional).

A proposição “Se João passeia então Marcos estuda” pode ser escrita das seguintes formas:

1. João passear é condição suficiente para Marcos estudar.
2. Marcos estudar é condição necessária para João passear.

Agora encontramos a alternativa E.

> ☑ ***Dica final:***
>
> Se, ao realizar a transformação da condicional, não conseguir encontrar alternativa correspondente, então deve utilizar a equivalência lógica da condicional.
> Se “p” então “q” = Se “não q” então “não p” (inverter a posição e negar as proposições).

Desafio

27. (CESPE EBC 2011) A proposição “Caso estudem em escola de ensino tradicional, quando fizerem vestibulares meus filhos serão aprovados, desde que não tenham problemas emocionais” é logicamente equivalente a “Meus filhos não estudam em escola de ensino tradicional, não farão vestibular, têm problemas emocionais ou serão aprovados no vestibular”.

Resolução:

A forma mais simples é transcrever a proposição “Caso estudem em escola de ensino tradicional, quando fizerem vestibulares meus filhos serão aprovados, desde que não tenham problemas emocionais” para a forma simbólica.

Sendo:

A: meus filhos estudam em escola de ensino tradicional.

B: meus filhos não têm problemas emocionais.

C: meus filhos fizerem vestibulares.

D: meus filhos serão aprovados.

Vamos reescrever a proposição “Caso estudem em escola de ensino tradicional, quando fizerem vestibulares meus filhos serão aprovados, desde que não tenham problemas emocionais” para uma linguagem mais fácil.

Se estudarem em escolas de ensino tradicional, fizerem vestibular, não apresentarem problemas emocionais, então eles serão aprovados (agora, ficou mais fácil de montar forma simbólica).

$(A \wedge B \wedge C) \rightarrow D$.

> ☑ ***Dica:***
>
> A suposta proposição equivalente apresentada na questão está no conectivo “ou”, por isso iremos utilizar o caso 2 de equivalência da condicional.

• 1º passo: negar a primeira proposição.

$\sim (A \wedge B \wedge C) = \sim A \vee \sim B \vee \sim C$.

• 2º passo: manter a segunda proposição (D).

• 3º passo: montar a expressão.

$(\sim A \vee \sim B \vee \sim C) \vee D$.

> ☑ ***Dica:***
>
> A proposição “Meus filhos não estudam em escola de ensino tradicional, não farão vestibular, têm problemas emocionais ou serão aprovados no vestibular” tem a forma simbólica $(\sim A \vee \sim B \vee \sim C) \vee D$.

Resposta: item CERTO.

2.19. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

Texto para as questões 28 a 30

Proposições das formas $A \rightarrow B$, $\neg A \vee B$ e $\neg B \rightarrow \neg A$ são sempre equivalentes. A partir dessa informação e das definições incluídas no texto, julgue os itens a seguir.

28. As proposições “Se Hélio é conselheiro do TCE/AC, então Hélio é formado em Contabilidade” e “Hélio não é conselheiro do TCE/AC ou Hélio é formado em Contabilidade” são equivalentes.

29. Considere a seguinte proposição: “Se Antônio resolver corretamente esta prova, então ele passará no concurso”. Nessa situação, é correto concluir que “Se Antônio não resolver corretamente esta prova, então ele não passará no concurso”.

30. Considere a seguinte proposição: “Alice não foi ao cinema ou Bernardo foi jogar futebol”. Dessa proposição, é correto concluir que “Se Bernardo não foi jogar futebol, então Alice não foi ao cinema”.

31. (ESAF DNIT 2013) A proposição composta $p \rightarrow p \wedge q$ é equivalente à proposição:

(A) $p \vee q$.
(B) $p \wedge q$.
(C) p.
(D) $\sim p \vee q$.
(E) q.

32. (ESAF DNIT 2013) A proposição "Paulo é médico ou Ana não trabalha" é logicamente equivalente a:

(A) Se Ana trabalha, então Paulo é médico.
(B) Se Ana trabalha, então Paulo não é médico.
(C) Paulo é médico ou Ana trabalha.
(D) Ana trabalha e Paulo não é médico.
(E) Se Paulo é médico, então Ana trabalha.

---

33. (IBFC PC-SE 2014) A frase "A vítima fez boletim de ocorrência ou o acidente foi grave" é logicamente equivalente a:

(A) A vítima não fez boletim de ocorrência ou o acidente não foi grave.
(B) A vítima não fez boletim de ocorrência e o acidente não foi grave.
(C) A vítima fez boletim de ocorrência se, e somente se, o acidente foi grave.
(D) Se a vítima não fez boletim de ocorrência, então o acidente foi grave.

---

34. (ESAF ATA 2014) A negação da proposição "se Paulo trabalha oito horas por dia, então ele é servidor público" é logicamente equivalente à proposição:

(A) Paulo trabalha oito horas por dia ou é servidor público.
(B) Paulo trabalha oito horas por dia e não é servidor público.
(C) Paulo trabalha oito horas por dia e é servidor público.
(D) Se Paulo não trabalha oito horas por dia, então não é servidor público.
(E) Se Paulo é servidor público, então ele não trabalha oito horas por dia.

---

35. (VUNESP TJ-SP 2014) Considere a afirmação: "Se passei no exame, então estudei muito e não fiquei nervoso". Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente a essa é:

(A) Se estudei muito, então não fiquei nervoso e passei no exame.
(B) Se passei no exame, então não estudei muito e fiquei nervoso.
(C) Passei no exame porque quem estuda muito só pode passar.
(D) Se não fiquei nervoso, então passei no exame ou estudei muito.
(E) Se fiquei nervoso ou não estudei muito, então não passei no exame.

---

36. (ESAF CGU 2012) Seja D um conjunto de pontos da reta. Sejam K, F e L categorias possíveis para classificar D. Uma expressão que equivale logicamente à afirmação "D é K se e somente se D é F e D é L" é:

(A) Se D é F ou D é L, então D é K e, se D não é K, então D não é F e D não é L.
(B) Se D é F e D é L, então D é K e, se D não é K, então D não é F ou D não é L.
(C) D não é F e D não é L se e somente se D não é K.
(D) Se D é K, então D é F e D é L e, se D não é K, então D não é F ou D não é L.
(E) D é K se e somente se D é F ou D é L.

---

37. (FGV TJ-SC 2015) Considere a sentença: "Se cometi um crime, então serei condenado". Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

(A) Não cometi um crime ou serei condenado.
(B) Se não cometi um crime, então não serei condenado.
(C) Se eu for condenado, então cometi um crime.
(D) Cometi um crime e serei condenado.
(E) Não cometi um crime e não serei condenado.

---

38. (UPENTE PM-PE 2014) Assinale a alternativa que apresenta uma afirmação equivalente à afirmação: "Se Clube A

é campeão do torneio, então Clube B não é".

(A) Se Clube A é campeão do torneio, então Clube B também é.
(B) Se Clube A não é campeão do torneio, então Clube B é.
(C) Se Clube B é campeão do torneio, então Clube A não é.
(D) Se Clube B é campeão do torneio, então Clube A também é.
(E) Se Clube B não é campeão do torneio, então Clube A é.

---

39. (ESAF AFRFB 2012) A afirmação "A menina tem olhos azuis ou o menino é loiro" tem como sentença logicamente equivalente:

(A) Se o menino é loiro, então a menina tem olhos azuis.
(B) Se a menina tem olhos azuis, então o menino é loiro.
(C) Se a menina não tem olhos azuis, então o menino é loiro.
(D) Não é verdade que se a menina tem olhos azuis, então o menino é loiro.
(E) Não é verdade que se o menino é loiro, então a menina tem olhos azuis.

---

40. (VUNESP Auditor Fiscal 2014) Considere a afirmação: Se Adélia vence a eleição, então Gilmar continua membro da comissão. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente é:

(A) Gilmar continua membro da comissão e Adélia vence a eleição.
(B) Adélia não vence a eleição ou Gilmar continua membro da comissão.
(C) Se Gilmar continua membro da comissão, então Adélia vence a eleição.
(D) Ou Gilmar continua membro da comissão ou Adélia vence a eleição.
(E) Se Adélia não vence a eleição, então Gilmar não continua membro da comissão.

---

41. (FCC SJCDH-B 2010) Uma afirmação equivalente à afirmação "Se bebo, então não dirijo" é:

(A) Se não bebo, então não dirijo.
(B) Se não dirijo, então não bebo.
(C) Se não dirijo, então bebo.
(D) Se não bebo, então dirijo.
(E) Se dirijo, então não bebo.

- **Resumo Teórico**

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS.

NÃO SE ESQUEÇA!
Negação da disjunção: $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$.

☑ ***Dica:***

Negar a primeira proposição (simples ou composta), depois colocar o conectivo "e" e negar a segunda proposição (simples ou composta).

NÃO SE ESQUEÇA!
Negação da conjunção: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$.

☑ ***Dica:***

Negar a primeira proposição (simples ou composta) depois colocar o conectivo "ou" e negar a segunda proposição (simples ou composta).

NÃO SE ESQUEÇA!
Negação da condicional: ~ (p → q) ≡ p ∧ ~ q.

☑ ***Dica:***

Conservar a primeira proposição (simples ou composta), colocar o conectivo “e” e depois negar somente a segunda proposição (simples ou composta).

NÃO SE ESQUEÇA!
Negação da bicondicional: ~ (p ↔ q) = ~ p ↔ q outra opção p ↔ ~ q.

☑ ***Dica:***

Conservar o conectivo e negar ou a primeira ou a segunda. A outra opção é mudar para a disjunção exclusiva e manter as proposições.

NÃO SE ESQUEÇA!
Negação da disjunção exclusiva: ~ (p $\veebar$ q) = ~ p $\veebar$ q = p $\veebar$ ~ q.

☑ ***Dica:***

Conservar o conectivo e negar ou a primeira ou a segunda. A outra opção é mudar para o conectivo da bicondicional e manter as proposições.

2.20. EQUIVALÊNCIA LÓGICA

Referências	P, q, r – proposições τ – tautologia γ – contradição
Dupla negação	~ (~ p) ≡ p
Leis idempotentes	$\begin{cases} p \wedge p \equiv p \\ p \vee p \equiv p \end{cases}$
Leis comutativas	$\begin{cases} p \wedge q \equiv q \wedge p \\ p \vee q \equiv q \vee p \end{cases}$
Leis associativas	$\begin{cases} p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \\ p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \end{cases}$
Leis Distributivas	$\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$
Leis de Morgan	$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$
Leis de identidade	

	$\begin{cases} p \vee \gamma \equiv p \\ p \wedge \gamma \equiv \gamma \\ p \wedge \tau \equiv p \\ p \vee \tau \equiv \tau \end{cases}$
Leis complementares	$\begin{cases} p \vee \sim p \equiv \tau \\ p \wedge \sim p \equiv \gamma \\ \sim \tau \equiv \gamma \\ \sim \gamma \equiv \tau \end{cases}$
Condicional	$p \rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$ $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
Bicondicional	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \leftrightarrow q$

2.21. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

42. **(FCC) De acordo com a legislação, se houver contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário, então ela terá que ser feita através concurso. Do ponto de vista lógico, essa afirmação é equivalente a dizer que:**

(A) Se não houver concurso então não haverá contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário.
(B) Se não houver concurso então haverá contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário.
(C) Se não houver contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário, então haverá concurso.
(D) Se não houver contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário, então não houve concurso.
(E) Se houver contratação de um funcionário para o cargo de técnico judiciário, então não haverá concurso.

43. **(ESAF ATA-MF – 2009) X e Y são números tais que: Se X ≤ 4, então Y > 7. Sendo assim:**

(A) Se Y ≤ 7, então X > 4.
(B) Se Y > 7, então X ≥ 4.
(C) Se X ≥ 4, então Y < 7.
(D) Se Y < 7, então X ≥ 4.
(E) Se X < 4, então Y ≥ 7.

44. **A negação da proposição "Se o candidato estuda, então passa no concurso" é:**

(A) o candidato não estuda e passa no concurso.
(B) o candidato estuda e não passa no concurso.
(C) se o candidato estuda, então não passa no concurso.
(D) se o candidato não estuda, então passa no concurso.
(E) se o candidato não estuda, então não passa no concurso.

45. **Sejam p e q proposições simples e ~ p e ~ q, respectivamente, as suas negações. Os conectivos e e ou são representados, respectivamente, por ∧ e ∨. A negação da proposição composta p ∧ ~ q é:**

(A) ~ p ∧ q.
(B) ~ p ∧ ~ q.
(C) p ∨ ~.q.

(D) $\sim p \vee q$.
(E) $\sim p \vee \sim q$.

46. (CESGRANRIO) A negação de "não sabe matemática ou sabe português" é:
(A) não sabe matemática e sabe português.
(B) não sabe matemática e não sabe português.
(C) sabe matemática ou sabe português.
(D) sabe matemática e não sabe português.
(E) sabe matemática ou não sabe português.

47. (CESGRANRIO) A negação de "se hoje chove então fico em casa" é:
(A) Hoje não chove e fico em casa.
(B) Hoje chove e não fico em casa.
(C) Hoje não chove ou não fico em casa.
(D) Hoje não chove ou fico em casa.
(E) Se hoje não chove então não fico em casa.

48. (ICMS FCC) Das proposições abaixo, a única que é logicamente equivalente a $p \rightarrow q$ é:
(A) $\sim q \rightarrow \sim p$.
(B) $\sim q \rightarrow p$.
(C) $\sim p \rightarrow \sim q$.
(D) $q \rightarrow \sim p$.
(E) $\sim (q \rightarrow p)$.

49. (ICMS FCC) Se p e q são proposições, então a proposição $p \wedge \sim q$ é equivalente a:
(A) $\sim (p \rightarrow \sim q)$.
(B) $\sim (p \rightarrow q)$.
(C) $\sim q \rightarrow \sim p$.
(D) $\sim (q \rightarrow \sim p)$.
(E) $\sim (p \vee q)$.

50. (FCC) Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: "Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa".
Uma proposição logicamente equivalente à do economista é:
(A) se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos.
(B) se a inflação é alta, então os juros bancários são altos.
(C) se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa.
(D) os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.
(E) ou os juros bancários são altos, ou a inflação é baixa.

51. (VUNESP TJ-SP 2014) Considere a afirmação: "Nem todos os técnicos gostam de informática e todos os chefes de seção sabem que isso acontece". Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação anterior é:
(A) Todos os técnicos gostam de informática e existe algum chefe de seção que não sabe que isso acontece.
(B) Nenhum técnico gosta de informática e nenhum chefe de seção sabe que isso acontece.
(C) Pelo menos um técnico gosta de informática e algum chefe de seção não sabe que isso acontece.
(D) Nenhum técnico gosta de informática ou nenhum chefe de seção sabe que isso acontece.
(E) Todos os técnicos gostam de informática ou existe algum chefe de seção que não sabe que isso acontece.

52. (UFMT) Qual a negação da proposição “Em toda regra há exceção”?

(A) Em alguma regra não há exceção.
(B) Há pelo menos uma exceção em toda regra.
(C) Em toda regra não há exceção.
(D) Há exceção em alguma regra.
(E) Em nenhuma regra há exceção.

---

53. (UFMT) Supondo verdadeira a afirmação “Valério é culpado ou Marcos não é corrupto”, pode-se afirmar:

(A) Marcos é corrupto se, e somente se, Valério é culpado.
(B) Se Marcos é corrupto, então Valério é culpado.
(C) Se Valério é culpado, então Marcos não é corrupto.
(D) Se Marcos não é corrupto, então Valério não é culpado.
(E) Se Marcos não é corrupto, então Valério é culpado.

---

54. (UFMT) Se é verdadeiro o ditado popular “Onde há fumaça, há fogo”, também é verdade que:

(A) Onde há fogo, não há fumaça.
(B) Onde não há fogo, não há fumaça.
(C) Onde não há fumaça, não há fogo.
(D) Onde há fogo, há fumaça.
(E) Onde não há fumaça, há fogo.

---

55. (UESPI PC-PI 2014) Qual a negação lógica da sentença “Todo número natural é maior do que ou igual a cinco”?

(A) Todo número natural é menor do que cinco.
(B) Nenhum número natural é menor do que cinco.
(C) Todo número natural é diferente de cinco.
(D) Existe um número natural que é menor do que cinco.
(E) Existe um número natural que é diferente de cinco.

---

56. (FJV-RIO 2014) Veja a seguinte proposição: “existem pessoas que não acordam cedo e comem demais no almoço”.

A negação dessa proposição está corretamente indicada na seguinte alternativa:

(A) Todas as pessoas acordam cedo ou não comem demais no almoço.
(B) Não existem pessoas que comem demais no almoço.
(C) Não existem pessoas que acordam cedo.
(D) Todas as pessoas que não acordam cedo comem demais no almoço.

---

57. (FJV-RIO 2014) Uma proposição logicamente equivalente a “João não recebeu seu salário ou Maria gastou todo o dinheiro” está corretamente indicada na seguinte alternativa:

(A) Se João recebeu seu salário, então Maria não gastou todo o dinheiro.
(B) Se Maria gastou todo o dinheiro, então João recebeu seu salário.
(C) Se Maria não gastou todo o dinheiro, então João recebeu seu salário.
(D) Se João recebeu seu salário, então Maria gastou todo o dinheiro.

---

58. (FESMIP – BA 2011) A negação da proposição “Se é período eleitoral, então todo candidato faz comício e promessa” é a expressa em:

(A) É período eleitoral e todo candidato faz comício e não faz promessa.
(B) É período eleitoral e todo candidato faz comício ou faz promessa.

(C) É período eleitoral e existe candidato que não faz comício ou não faz promessa.
(D) É período eleitoral e existe candidato que faz comício ou faz promessa.
(E) É período eleitoral e todo candidato não faz comício e faz promessa.

59. (CESPE) Assinale a opção correspondente à negação correta da proposição "Os ocupantes de cargos em comissão CJ.3 e CJ.4 não têm direito à carteira funcional".

(A) Os ocupantes de cargos em comissão CJ.3 e CJ.4 têm direito à carteira funcional.
(B) Os ocupantes de cargos em comissão CJ.3 ou os ocupantes de cargos em comissão CJ.4 têm direito à carteira funcional.
(C) Não é o caso de os ocupantes de cargos em comissão CJ.3 e CJ.4 terem direito à carteira funcional.
(D) Nem ocupantes de cargos em comissão CJ.3, nem CJ.4 não têm direito à carteira funcional.
(E) Os ocupantes de cargos em comissão CJ.3 não têm direito à carteira funcional, mas os ocupantes de cargos em comissão CJ.4 têm direito à carteira funcional.

60. (FCC) Considere que as sentenças abaixo são verdadeiras.
Se a temperatura está abaixo de 5 ºC, há nevoeiro.
Se há nevoeiro, os aviões não decolam.
Assim sendo, também é verdadeira a sentença:

(A) Se não há nevoeiro, os aviões decolam.
(B) Se não há nevoeiro, a temperatura está igual a ou acima de 5 ºC.
(C) Se os aviões não decolam, então há nevoeiro.
(D) Se há nevoeiro, então a temperatura está abaixo de 5 ºC.
(E) Se a temperatura está igual a ou acima de 5 ºC os aviões decolam.

61. (FCC TRT-MA 2014) Não gosto de ficar em casa e vou ao cinema todos os dias.
Do ponto de vista lógico, uma afirmação que corresponde a uma negação dessa afirmação é:

(A) Não gosto de sair de casa e não vou ao cinema todos os dias.
(B) Vou ao cinema todos os dias e gosto de ficar em casa.
(C) Não vou ao cinema todos os dias ou não gosto de ficar em casa.
(D) Se não gosto de ficar em casa, então vou ao cinema todos os dias.
(E) Gosto de ficar em casa ou não vou ao cinema todos os dias.

GABARITO

01. Errado	02. B	03. E	04. C	05. Certo	06. Certo	07. Errado	08. A	09. B
10. A	11. Errado	12. C	13. E	14. A	15. C	16. Errado	17. Certo	18. Certo
19. Errado	20. D	21. E	22. D	23. E	24. A	25. C	26. E	27. Certo
28. Certo	29. Errado	30. Certo	31. D	32. A	33. D	34. B	35. E	36. D
37. A	38. C	39. C	40. B	41. E	42. A	43. A	44. B	45. D
46. D	47. B	48. A	49. B	50. A	51. E	52. A	53. B	54. B
55. D	56. A	57. D	58. C	59. B	60. B	61. E		

3

QUANTIFICADORES

3.1. QUANTIFICADORES

O que é um quantificador?

É um termo utilizado para quantificar uma expressão. Os quantificadores são utilizados para transformar uma sentença aberta ou proposição aberta em uma proposição lógica.

O tema quantificador pode ser cobrado no edital com o nome Lógica de primeira ordem.

Chama-se de Lógica de primeira ordem toda proposição que contém pelo menos um quantificador.

Vamos relembrar o conceito de sentença aberta abordado no Capítulo 1.

3.1.1. Sentença aberta

Considere as seguintes afirmações:

a) p: “x + 5 = 8”.

b) q: “Ele é jogador da seleção brasileira de futebol.”

Qual é o valor lógico, V ou F, de cada uma dessas afirmações?

Nenhuma delas pode ser classificada como V ou F, pois faltam informações a respeito do valor de x e quem é “Ele”. Afirmações desse tipo são chamadas de *sentenças abertas*.

Sentença aberta é toda frase declarativa que possui um pensamento de sentido completo, mas não pode ser classificada como V ou F.

Dica:

Sentença aberta é uma frase com sujeito e predicado que sempre resulta em uma pergunta, pois o termo não se encontra determinado.

Exemplos:

a) Na sentença “x + 5 = 8”, a variável é *x*, pois podemos atribuir infinitos valores a *x*. Apenas um desses infinitos valores transforma a *sentença aberta* numa *proposição* verdadeira. Nesse caso, não podemos garantir o valor de x utilizado.
b) Na sentença “Ele é jogador da seleção brasileira de futebol”, a variável é “Ele”, pois podemos substituí-lo por um nome qualquer. Quem é Ele?

Se liga!

Concursando: é possível transformar uma sentença aberta em uma proposição lógica utilizando os quantificadores lógicos, nosso próximo tópico.

3.2. TIPOS DE QUANTIFICADORES

Que valor lógico você atribuiria à sentença aberta x + 2 = 5?

Não podemos classificá-la como V ou F, pois nos faltam informações sobre a variável *x*.

Para transformarmos uma sentença aberta em uma proposição, ou seja, uma afirmação que pode ser qualificada como V ou F, teremos que quantificar a expressão.

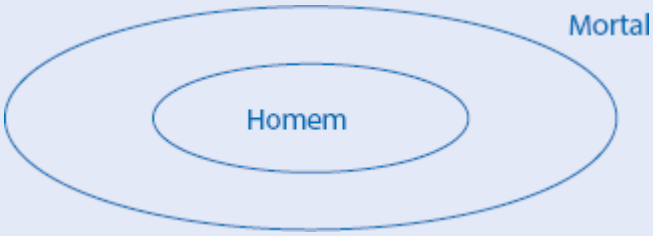
A função do quantificador é tornar uma sentença aberta uma proposição lógica.

3.2.1. Quantificador universal (∀)

O símbolo ∀ pode ser lido das seguintes formas: *todo*, *para todo*, *qualquer que seja*

Exemplo:

Todo homem é mortal.
A conclusão dessa afirmação é: se você é homem, então será mortal.
Na representação do diagrama lógico, seria:



Cuidado!

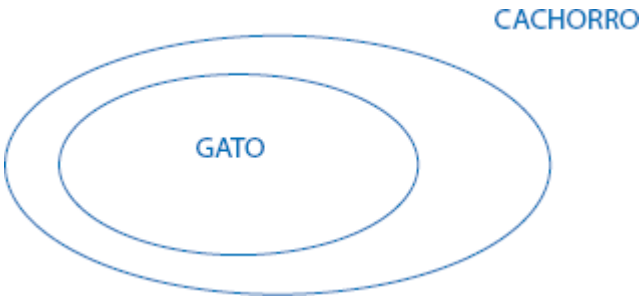
Todo homem é mortal, mas nem todo mortal é homem.

A forma “Todo A é B” pode ser escrita na forma: *Se A então B.*

A forma simbólica da expressão “Todo A é B” é a expressão (∀ (x) (A (x) → B).

Talvez você tenha ficado na dúvida sobre como o todo é colocado na forma da condicional. A palavra todo representa uma relação de inclusão de conjuntos, por isso está associada ao operador da condicional.

“Todo gato é cachorro” representa o seguinte diagrama:



3.2.1.1. *Aplicação do quantificador universal*

x + 2 = 5 é uma sentença aberta. Agora, se escrevermos da forma ∀ (x) ∈ N / x + 2 = 5 (lê-se: para todo pertencente a N temos x + 2 = 5), será que com qualquer valor que colocarmos no lugar de x a sentença será verdadeira? Não!

Depois de colocarmos o quantificador, a frase passa a possuir sujeito e predicado definidos e podemos julgar, logo, é uma proposição lógica.

3.2.2. Quantificador existencial (∃)

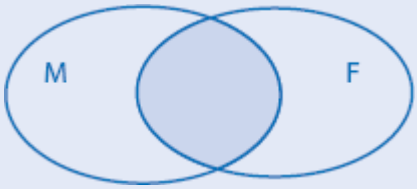
O símbolo ∃ pode ser lido das seguintes formas: pelo menos um

existe

algum

Exemplo:

"Algum matemático é filósofo." O diagrama lógico dessa frase é:



O quantificador existencial tem a função de elemento comum. A palavra *algum*, do ponto de vista lógico, representa termos comuns, por isso "Algum A é B" possui a seguinte forma simbólica: (∃ (x)) (A (x) ∧ B).

3.2.2.1. *Aplicação do quantificador existencial*

x + 2 = 5 é uma sentença aberta. Agora, se escrevermos da forma (∃ x) ∈ N / x + 2 = 5 (lê-se: existe pelo menos um x pertencente a N tal que x + 2 = 5), será que existe um valor que, colocado no lugar de x, a sentença será verdadeira? Sim!

Depois de colocarmos o quantificador, a frase passou a possuir sujeito e predicado definidos e podemos julgar, logo, é uma proposição lógica.

Fique esperto!

Parte 1

A palavra *todo* não permite inversão dos termos. Como assim?

Exemplo:

"Todo A é B" é diferente de "Todo B é A".

A palavra *algum* permite a inversão dos termos. Como assim?

Exemplo:

"Algum A é B" é a mesma coisa que "Algum B é A".

Fique esperto!

Parte 2
A frase "todo homem é mortal" possui as seguintes conclusões:
1ª) Algum mortal é homem ou algum homem é mortal.
2ª) Se José é homem, então José é mortal.

Forma simbólica dos quantificadores

Todo A é B = $(\forall (x) (A (x) \rightarrow B)$.

Algum A é B = $(\exists (x)) (A (x) \wedge B)$.

Nenhum A é B = $(\sim \exists (x)) (A (x) \wedge B)$.

Algum A não é B= $(\exists (x)) (A (x) \wedge \sim B)$.

3.3. TREINAMENTO COMENTADO

1. (CESPE) Se Q é o conjunto dos números racionais, então a proposição $(\forall \in x)$ (x ∈ Q e x > 0) ($x^2 > x$) é valorada como F.

Resolução:

Q é o conjunto dos números racionais. São números que podem ser colocados na forma de fração.
Temos x > 0, isto é, somente números maiores que zero.
Cuidado na pegadinha: todo número decimal, quando elevado ao quadrado, se torna menor que o número original.

Exemplo:

O número $\frac{1}{2}$ é racional. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4}$ menor que $\frac{1}{2}$ (F).
Todo número inteiro, diferente de zero, quando elevado ao quadrado, se torna maior que o número original.

Exemplo:

$2^2 = 4$ e 4 é maior que 2. (V)

Podemos observar que, a depender do valor escolhido para x, teremos valoração verdadeira ou falsa.
Será que qualquer número racional usado com a propriedade $x^2 > x$ é verdadeiro? Não! Logo, a proposição é falsa, e a questão, certa.

Resposta: item CERTO.

2. Todo cavalo é um animal. Logo,

(A) Toda cabeça de animal é cabeça de cavalo.
(B) Toda cabeça de cavalo é cabeça de animal.
(C) Todo animal é cavalo.
(D) Nenhum animal é cavalo.

Resolução:

A frase “Todo cavalo é um animal” possui as seguintes conclusões:

– *Algum animal é cavalo ou Algum cavalo é um animal.*

– *Se é cavalo, então é um animal*.

Nesse caso, nossa resposta é toda cabeça de cavalo é cabeça de animal, pois mantém a relação de “está contido” (segunda forma de conclusão).

Resposta: letra B.

---

3. (CESPE) Se R é o conjunto dos números reais, então a proposição (∀ x) (x ∈ R) (∃ y) (y ∈ R) (x + y = x) é valorada como V.

Resolução:

Acredito que a dificuldade da questão esteja na leitura, então vamos lá.

Lê-se: para todo x pertencente ao conjunto dos números reais (R) existe um y pertencente ao conjunto dos números dos reais (R) tal que x + y = x.

Método de leitura desse tipo de proposição

- **1º passo:** observar os quantificadores.

X está relacionado com o quantificador universal, logo, todos os valores de x devem satisfazer a propriedade.

Y está relacionado com o quantificador existencial, logo, é necessário pelo menos um valor de x para satisfazer a propriedade.

- **2º passo:** observar os conjuntos dos números dos elementos x e y.

O elemento x pertence ao conjunto dos números reais.

O elemento y pertence ao conjunto os números reais.

- **3º passo:** resolver a propriedade (x+ y = x).

A pergunta: existe algum valor real para y tal que x + y = x?

Existe sim! y = 0.

X + 0 = X.

Como existe pelo menos um valor para y e qualquer valor de x somado a 0 será igual a x, podemos concluir que o item está correto.

Resposta: item CERTO.

---

4. (CESPE) Considerando que (∀ x) A (x) e (∃ x) A (x) são proposições, é correto afirmar que a proposição (∀ x) A (x) → (∃ x) A (x) é avaliada como V em qualquer conjunto em que x assuma valores.

Resolução:

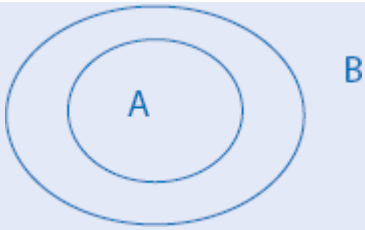
Questão de quantificador.

Vamos às possibilidades!

Sendo **(∀ x) A (x) = V então (∃ x) A (x) = V.**

Exemplo:

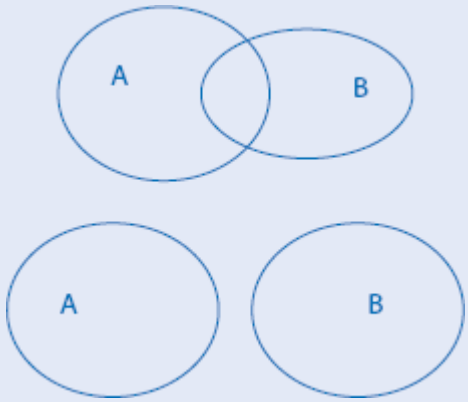
Se “Todo A é B” é verdadeira, então “Algum A é B” também será verdadeira.
Sendo “Todo A é B” verdadeira, temos a seguinte opção:



Sendo **(∀ x) A (x) = F então (∃ x) A (x) = V ou F.**

Exemplo:

Se “Todo A é B” é falsa, então “Algum A é B” pode será verdadeira ou falsa.
Sendo Todo A é B falsa, temos duas opções:



Conclusão final: VV ou FV ou FF (as expressões VV, FV, FF na condicional são iguais a V).

Resposta: item CERTO.

---

5. (FCC 2012) O responsável por um ambulatório médico afirmou:
“Todo paciente é atendido com certeza, a menos que tenha chegado atrasado.”
De acordo com essa afirmação, conclui-se que, necessariamente,

(A) nenhum paciente terá chegado atrasado se todos tiverem sido atendidos.
(B) nenhum paciente será atendido se todos tiverem chegado atrasados.
(C) se um paciente não for atendido, então ele terá chegado atrasado.
(D) se um paciente chegar atrasado, então ele não será atendido.
(E) se um paciente for atendido, então ele não terá chegado atrasado.

Resolução:

A proposição “Todo paciente é atendido com certeza, a menos que tenha chegado atrasado” é equivalente à proposição “Se o paciente chegou no horário, então ele, com certeza, será atendido”.

Conclusões:

Se o paciente chegou no horário, então será atendido.

Se o paciente não foi atendido, então não chegou no horário.

Obs.: essa segunda conclusão é equivalente à primeira.

As conclusões devem ser proposições que expressem certeza.

Exemplo:

Podemos afirmar que todo paciente que chega atrasado não será atendido?
Não podemos afirmar, pois a única certeza que temos é que chegando no horário o paciente será atendido.

Resposta: letra C.

- **Resumo Teórico**

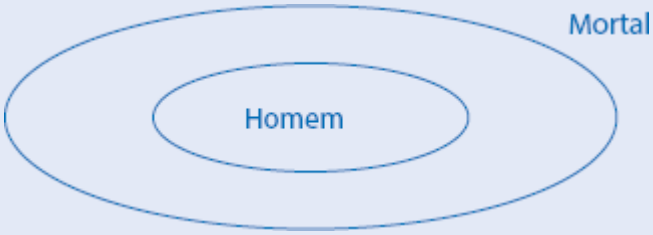
O símbolo ∀ pode ser lido das seguintes formas:

todo

qualquer que seja.

Exemplo:

Todo homem é mortal.
A conclusão dessa afirmação é que se você é homem, então será mortal.
Na representação do diagrama lógico seria:



Cuidado!

Todo homem é mortal, mas nem todo mortal é homem.
A forma Todo A é B pode ser escrita na forma Se A então B.

A forma simbólica da expressão Todo A é B é a expressão (∀ (x) / A (x) → B).

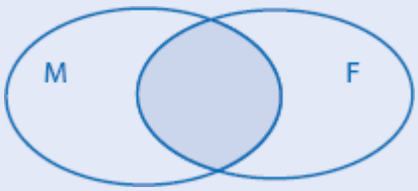
Quantificador existencial (∃).

O símbolo ∃ pode ser lido das seguintes formas:

pelo menos um / existe / algum.

Exemplo:

Algum matemático é filósofo.
O diagrama lógico dessa frase é:



O quantificador existencial tem a função de elemento comum. A palavra algum, do ponto de vista lógico, representa termos comuns, por isso Algum A é B possui a seguinte forma simbólica: (∃ (x)) (A (x) ∧ B).

3.4. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

6. **(CESPE)** **A proposição funcional "Para qualquer x, tem-se que $x^2 > x$" é verdadeira para todos os valores de x que estão no conjunto** $\left\{5, \frac{5}{2}, 3, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\right\}$.

7. **(CESGRANRIO)** **Considere verdadeira a declaração: "Toda criança gosta de brincar".**
Com relação a essa declaração, assinale a opção que corresponde a uma argumentação correta.

(A) Como Marcelo não é criança, não gosta de brincar.
(B) Como Marcelo não é criança, gosta de brincar.
(C) Como João não gosta de brincar, então não é criança.
(D) Como João gosta de brincar, então é criança.
(E) Como João gosta de brincar, então não é criança.

8. **(CESPE)** **A proposição funcional "Existem números que são divisíveis por 2 e por 3" é verdadeira para elementos do conjunto {2, 3, 9, 10, 15, 16}.**

9. **(CESPE)** **Se Q é o conjunto dos números racionais, então a proposição $(\exists x)(x \in Q)(x^2 = 2)$ é valorada como V.**

10. **(CESPE)** **A proposição $(\forall x)((x > 0) \rightarrow (x + 2)$ é par e V se x é um número inteiro.**

11. **(FCC)** **Considerando "todo livro é instrutivo" uma proposição verdadeira, é correto inferir que:**

(A) "Nenhum livro é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.
(B) "Algum livro não é instrutivo" é uma proposição verdadeira ou falsa.
(C) "Algum livro é instrutivo" é uma proposição verdadeira ou falsa.
(D) "Algum livro é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.
(E) "Algum livro não é instrutivo" é uma proposição necessariamente verdadeira.

12. **Considerando "toda prova de lógica é difícil" uma proposição verdadeira, é correto inferir que:**

(A) "Nenhuma prova de lógica é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
(B) "Alguma prova de lógica é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
(C "Alguma prova de lógica é difícil" é uma proposição verdadeira ou falsa.
(D) "Alguma prova de lógica não é difícil" é uma proposição necessariamente verdadeira.
(E) "Alguma prova de lógica não é difícil" é uma proposição verdadeira ou falsa.

13. **A proposição "para cada x, (x + 2) > 7" é interpretada como V para x pertencente ao conjunto {6, 7, 8, 9}.**

14. **Se x pertence ao conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, então a proposição "existe x, (x + 6) < 4" é V.**

GABARITO

01. Certo	02. B	03. Certo	04. Certo	05. C	06. Errado	07. C
08. Errado	09. Errado	10. Errado	11. D	12. B	13. Certo	14. Errado

4

ARGUMENTAÇÃO LÓGICA

"Começar já é a metade de toda ação" – provérbio grego.

4.1. INTRODUÇÃO

Nesse capítulo, iremos estudar argumentação lógica e diagramas lógicos. Por isso, vamos iniciar o estudo com a relação entre proposições e conjuntos. Essa relação de diagrama lógico será fundamental no estudo de argumentos quantificadores.

Existem duas formas de verificar, no método tradicional, a validade de um argumento:

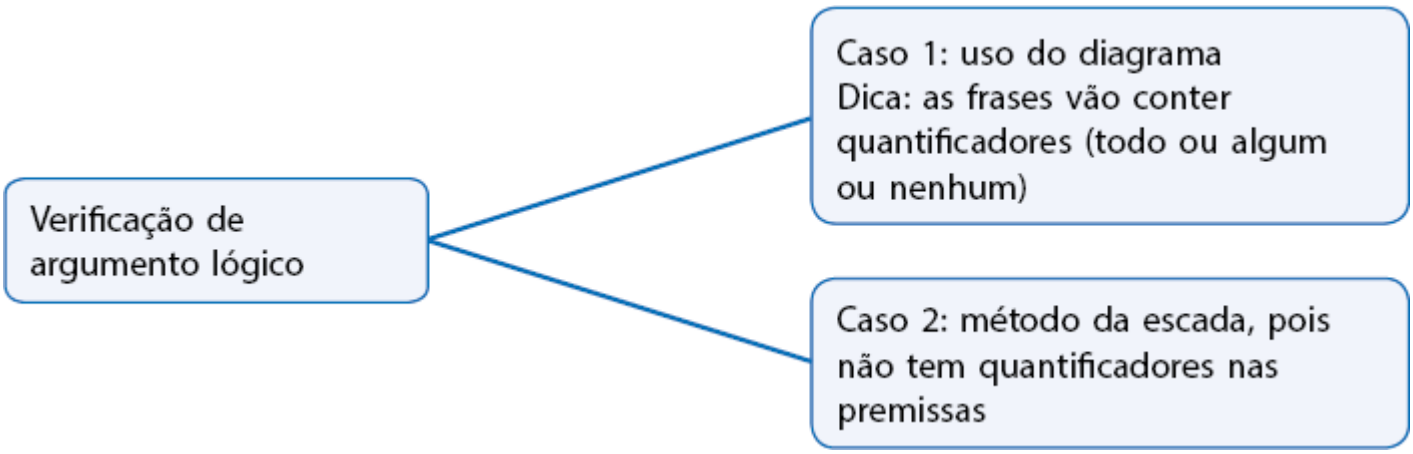
- **1º caso: argumento composto de quantificadores**

Nesse caso, devemos montar o diagrama lógico utilizando as premissas como referência e depois verificar se a conclusão é uma relação que pertencente ao diagrama construído.

- **2º caso: argumento sem quantificadores**

Nesse caso, devemos montar a tabela-verdade da proposição e verificar se o resultado final é uma tautologia. Se a proposição apresentar uma tautologia, então o argumento é correto.

Fique tranquilo, daqui a algumas linhas vamos estudar esses casos de forma mais detalhada.


Verificação de argumento lógico
Caso 1: uso do diagrama
Dica: as frases vão conter quantificadores (todo ou algum ou nenhum)
Caso 2: método da escada, pois não tem quantificadores nas premissas

4.2. RELAÇÃO ENTRE PROPOSIÇÕES E CONJUNTOS

4.2.1. Tipos de proposições categóricas

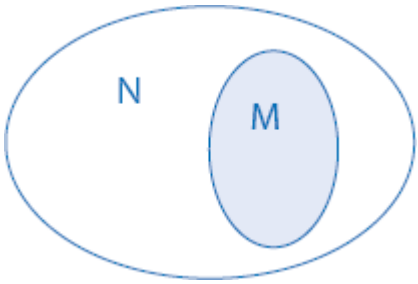
Chama-se de *proposições categóricas* proposições simples e diretas na forma de sujeito-predicado. Elas apresentam quatro tipos:

A: Todo M é N.
B: Nenhum M é N (todo M não é N).
C: Algum M é N.
D: Algum M não é N.

Onde:

A é uma proposição universal afirmativa.
B é uma proposição universal negativa.
C é uma proposição particular afirmativa.
D é uma proposição particular negativa.

Caso 1: Todo M é N



Essa relação mostra que o conjunto M está dentro do conjunto N. Logo, M é subconjunto de N.

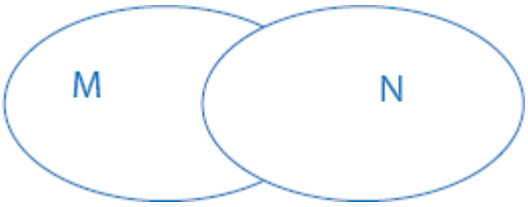
> ***Exemplo:***
>
> Todo homem é sábio.
> O conjunto “homem” está dentro do conjunto “sábio”.

Caso 2: Nenhum M é N

O termo *nenhum* tem a função de exclusão, por isso os conjuntos não possuem elementos comuns. Logo, M e N são conjuntos distintos.

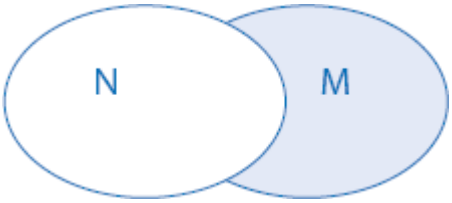
> ***Exemplo:***
>
> Nenhum gato é cachorro.
> Nesse caso, não existe animal que seja gato e cachorro, isto é, ou é gato ou é cachorro.
> A expressão *Nenhum M é N* também pode ser escrita na forma *Todo M não é N.*
> A expressão *Nenhum M é N* é equivalente é a *Nenhum N é M.*

Caso 3: Algum M é N



A palavra *algum* representa elemento comum, isto é, que pertence aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Logo, M ∩ N (intersecção de conjuntos).

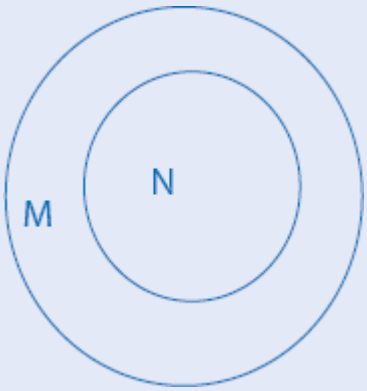
Caso 4: Algum M não é N



Nesse caso, a expressão *algum* representa um elemento que pertence ao conjunto M, mas não pertence ao conjunto N. Logo, M – N (diferença de conjuntos).

⚠ ***Cuidado!***

"Algum M não é N" é equivalente a "Algum não N é M". Agora, "Algum M não é N" é diferente de "Algum N não é M". Conforme vemos no diagrama abaixo:



"Algum M não é N" é verdadeira, mas não posso afirmar que "Algum N não é M", devido a essa possibilidade de o conjunto N estar dentro do conjunto M.

4.3. ARGUMENTO

Argumentar é estabelecer uma relação entre proposições dadas e uma conclusão. Nem sempre uma argumentação é "boa", isto é, apesar da aparência de um encadeamento lógico, a conclusão é falsa ou não provém das proposições iniciais.

O argumento está inserido no nosso cotidiano. Por exemplo, um bom vendedor tem que saber argumentar; o bom político tem que saber argumentar; por isso devemos dar atenção maior a esse tópico. Para concluir, uma boa cantada tem um pouco de argumentação!

O argumento lógico é classificado em válido e não válido (sofisma ou falácia).

☑ ***Dica:***

Sofisma ou falácia são argumentos não válidos baseados em uma estrutura linguística ou psicológica.
Já as premissas e a conclusão são classificadas em verdadeiras ou falsas.
Nosso estudo sobre argumento é do ponto de vista lógico, por isso no início pode ocorrer um pouco de espanto, mas nossa finalidade é observar a relação entre as premissas e a conclusão.

Vamos estudar a definição de argumento.

4.3.1. Definição

Sejam P_1, P_2,... P_n ($n \geq 1$) e C proposições quaisquer (simples ou compostas). Chama-se de *argumento* a sequência finita de proposições P_1, P_2,... P_n ($n \geq 1$) que tem como consequência a proposição C.

Forma simbólica: $P_1, P_2,... P_n \Rightarrow C$

Podemos concluir que o argumento é formado por premissas que resultam em uma conclusão, no qual utilizamos uma relação de implicação lógica (condicional verdadeira); por isso podemos resumir assim:

Argumento é um encadeamento lógico de premissas que implicam uma conclusão.

Se liga!

Seguem as formas de expressar um encadeamento lógico ou argumento.
Premissa(s), implica conclusão.
Premissa(s), logo a conclusão.
Premissa(s), portanto a conclusão.

Vamos estudar a forma básica de argumento, que é chamada de SILOGISMO!

4.4. SILOGISMO

Silogismo é um argumento lógico formado por proposições, sendo duas primeiras proposições chamadas de premissas (sendo uma maior, e a outra, menor) e a última proposição é chamada de conclusão, sendo essa uma proposição obtida através das premissas.

4.5. TREINAMENTO COMENTADO

1. (VUNESP 2014) O silogismo é a forma lógica proposta pelo filósofo grego Aristóteles (384 a.C. a 322 a.C.) como instrumento para a produção de conhecimento consistente. O silogismo é tradicionalmente constituído por:

(A) duas premissas, dois termos médios e uma conclusão que se segue delas.
(B) uma premissa maior e uma conclusão que decorre logicamente da premissa.
(C) uma premissa maior, uma menor e uma conclusão que se segue das premissas.
(D) três premissas, um termo maior e um menor que as conecta logicamente.
(E) uma premissa, um termo médio e uma conclusão que decorre da premissa.

Resolução:

O silogismo tradicional é constituído por uma premissa maior, uma menor e uma conclusão que se segue das premissas.

Essa questão cobrou um conceito bem específico, pois definiu a forma correta que devem ser as premissas (uma maior e outra menor).

Exemplo:

Todo homem é mortal (premissa maior).

Aristóteles é homem (premissa menor).

Logo, Aristóteles é mortal (conclusão).

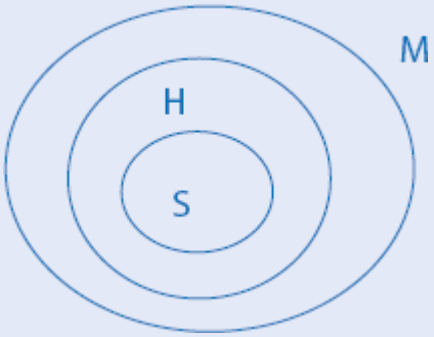
Resposta: letra C.

4.6. SILOGISMO CONTENDO QUANTIFICADOR

Caso 1 – Todo e Todo

Exemplo 1:

Todos os homens são mortais.
Sócrates é homem.
Logo, Sócrates é mortal.
Construindo o diagrama, temos:



Podemos observar que Sócrates está dentro do conjunto homem e o conjunto homem está dentro do conjunto mortal, então podemos concluir que Sócrates é mortal. Logo, temos um argumento válido, pois as premissas implicam a conclusão.

Se liga!

Uma condicional verdadeira é a base para a argumentação lógica.

Podemos então concluir que o argumento 1 é um argumento válido.

Agora iremos pelo método de corte!

Todos os homens são animais.

Todo animal é mortal.

Logo, todo homem é mortal.

A condição de existência no caso um é que uma frase comece com a expressão comum e outra termine com a expressão comum. A condição de existência permite verificar se é possível relacionar as duas premissas em uma única conclusão.

- **1º passo:** verificar a condição de existência.

Todos os homens são animais (a frase terminou com a palavra animal – expressão comum).

Todo animal é mortal (a frase iniciou com a expressão comum).

Conclusão: podemos aplicar o método de corte!

Nesse método, devemos cortar a expressão comum.

- **2º passo:** cortar a expressão comum.

  Todos os homens são ~~animais~~.

  Todo ~~animal~~ é mortal.

- **3º passo:** montar a conclusão.

  Qual expressão vem antes de animal? Homem.

Qual expressão vem depois de animal? Mortal.

Logo, a nossa conclusão é Todo homem é mortal.

> ☑ ***Dica:***
>
> É necessário escrever na ordem as palavras que sobraram, ou seja, a expressão antes da palavra comum vem no início e expressão depois da palavra vem depois. **Parece confuso no início, mas depois você irá perceber como é fácil e o tempo que você ganhará na prova! Agora, se não for possível observar a condição de existência, então devemos montar o diagrama.**

Vamos aplicar essa regra a partir de agora e veremos como é bem mais prático do que construir o diagrama.

2. (CESPE) Considere que as proposições "Todo advogado sabe lógica" e "Todo funcionário do fórum é advogado" são premissas de uma argumentação cuja conclusão é "Todo funcionário do fórum sabe lógica". Então, essa argumentação é válida.

1ª Resolução:

- **1º passo:** condição de existência.

Uma frase termina com a expressão comum e a outra inicia coma expressão comum. Podemos prosseguir com o método.

• 2º passo: cortar a expressão comum.

Todo advogado sabe lógica.

Todo funcionário do fórum é advogado.

Logo, nossa conclusão deve conter a palavra *todo*.

A palavra comum é advogado.

Todo ~~advogado~~ sabe lógica.

Todo funcionário do fórum é ~~advogado~~.

- **3º passo:** montar a conclusão.

Não esqueça que o termo *todo* tem relação de ordem! Por isso essa preocupação com a posição dos termos que sobraram.

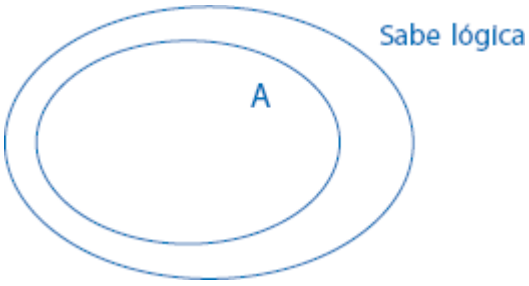
Cortando a palavra comum, temos: Todo funcionário do fórum sabe lógica.

Resposta: item CERTO.

2ª Resolução: Montando o diagrama.

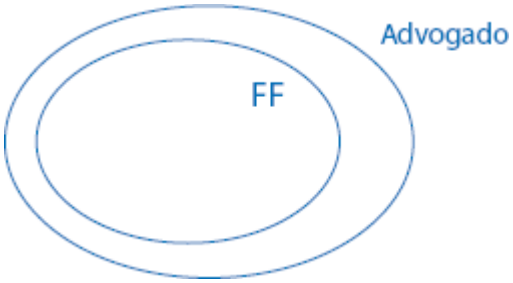
"Todo advogado sabe lógica".

Obs.: A: conjunto advogado.

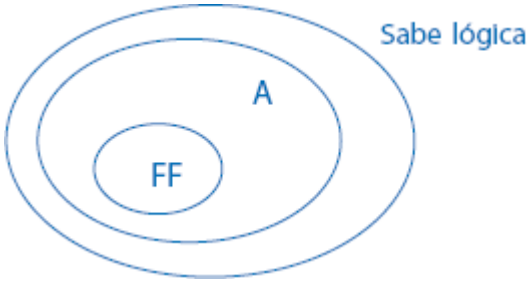


"Todo funcionário do fórum é advogado".

Obs.: FF – funcionário do fórum.



Relacionando os dois conjuntos, temos:



Conclusão: Todo funcionário do fórum sabe lógica.

Resposta: item CERTO.

---

3. Considere como premissas as proposições "Todos os hobits são baixinhos" e "Todos os habitantes da Colina são hobits", e, como conclusão, a proposição "Todos os baixinhos são habitantes da Colina". Nesse caso, essas três proposições constituem um raciocínio válido.

1ª Resolução:

- **1º passo:** condição de existência.

Uma frase termina com a expressão comum e a outra inicia coma expressão comum. Podemos prosseguir com o método.

- **2º passo:** cortar a expressão comum.

Todos os hobits são baixinhos.

Todos os habitantes da Colina são hobits.

Logo, nossa conclusão deve conter a palavra *todo*.

A palavra comum é *hobits.*

Todos os ~~hobits~~ são baixinhos

Todos os habitantes da Colina são ~~hobits~~.

- **3º passo:** montar a conclusão.

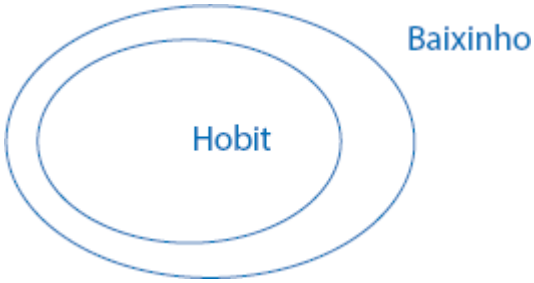
A conclusão será: "Todos os habitantes da colina são baixinhos".

Resposta: item ERRADO.

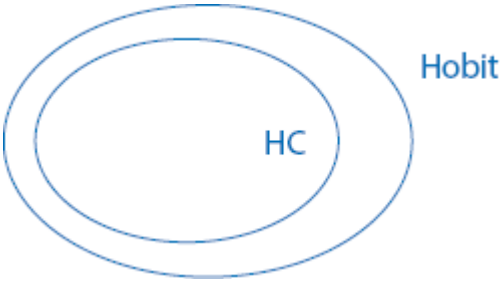
Obs.: Não esqueça que a palavra *todo* tem relação de ordem. "Todo A é B" é diferente de "Todo B é A".

2ª Resolução:

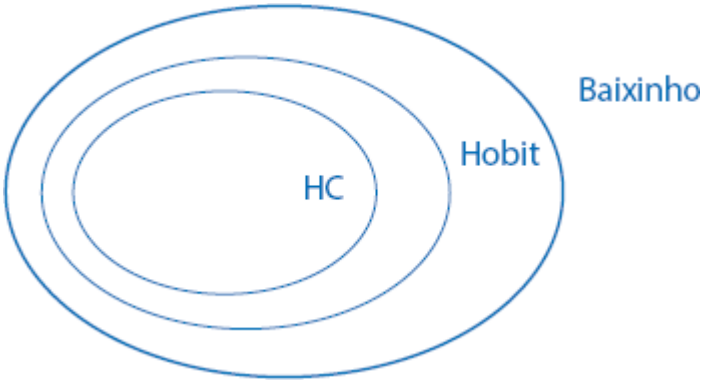
Todos os hobits são baixinhos.



Todos os habitantes da Colina são hobits.



Relacionando os dois conjuntos, temos:



Conclusão: Todo habitante da colina é baixinho.

Resposta: item ERRADO.

---

4. (CESPE) Suponha-se que as seguintes proposições sejam verdadeiras.
I – Todo brasileiro é artista.
II – Joaquim é um artista.
Nessa situação, se a conclusão for "Joaquim é brasileiro", então a argumentação é correta.

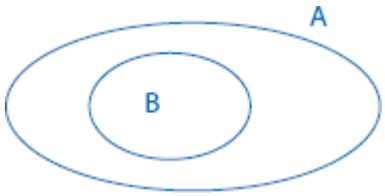
Resolução:

Nesse caso, a questão é mais fácil ainda, pois a palavra comum encontra-se na mesma posição, no final das frases, por isso sem relação de corte.

Resposta: item ERRADO.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Isso ocorreu porque Joaquim pode ser brasileiro ou não.

No diagrama, teremos:



O conjunto “brasileiro” está dentro do conjunto “artista”; como “Joaquim” está dentro de “artista”, ele pode pertencer ou não ao conjunto “brasileiro”. Se não há garantia de que a conclusão é verdadeira, então o argumento é chamado de não válido.

4.7. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

5. (CESPE) É válido o seguinte argumento: Todo cachorro é verde, e tudo que é verde é vegetal, logo, todo cachorro é vegetal.

6. (CESPE) Suponha um argumento no qual as premissas sejam as proposições I e II abaixo.
I – Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz.
II – Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco.
Nesse caso, se a conclusão for a proposição “Mulheres desempregadas vivem pouco”, tem-se um argumento correto.

7. (CESGRANRIO) Se todo A é B e todo B é C, então:
(A) Nenhum A é C.
(B) Todo A é C.
(C) Todo B é A.
(D) Todo C é A.
(E) Todo C é B.

8. (CESPE) Considere as seguintes proposições:
I – Todos os cidadãos brasileiros têm garantido o direito de herança.
II – Joaquina não tem garantido o direito de herança.
III – Todos aqueles que têm direito de herança são cidadãos de muita sorte.
Supondo que todas essas proposições sejam verdadeiras, é correto concluir logicamente que:
1) Joaquina não é cidadã brasileira.
2) todos os que têm direito de herança são cidadãos brasileiros.
3) se Joaquina não é cidadã brasileira, então Joaquina não é de muita sorte.

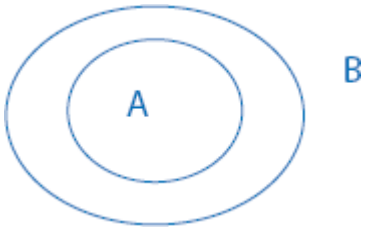
Caso 2 – Todo e Algum

Exemplo 1:

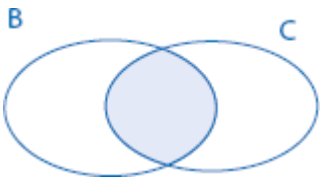
Todo A é B.
Algum B é C.
Logo, algum A é C.

Vamos construir o diagrama para melhor visualização.

Todo A é B.

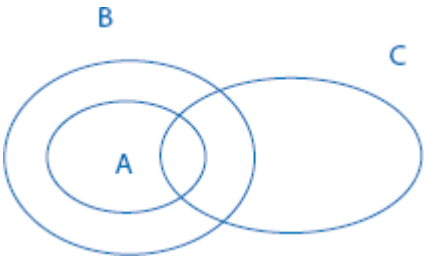


Algum B é C.

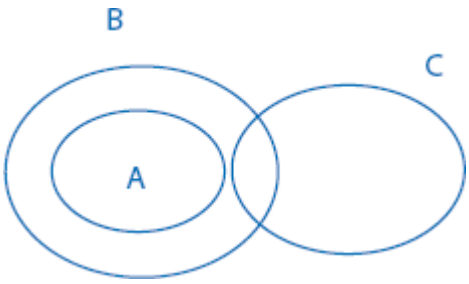


Fazendo a união das relações, temos as seguintes possibilidades:

O conjunto C tocando o conjunto A.



O conjunto C não tocando o conjunto A.

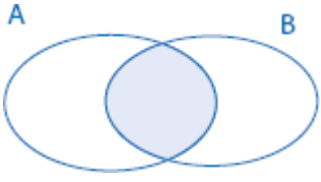


Nesse caso, o conjunto C pode tocar ou não o conjunto A, por isso não temos certeza se a conclusão é verdadeira. Logo, argumento não válido.

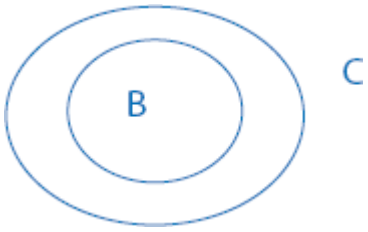
Exemplo 2:

Algum A é B.
Todo B é C.
Logo, algum A é C.

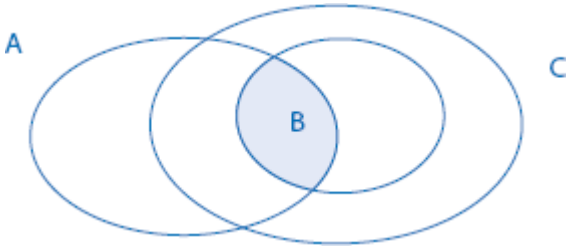
Vamos construir o diagrama lógico.
Algum A é B.



Todo B é C.



Fazendo a união das relações, temos somente uma possibilidade.



A parte pintada representa que algum elemento pertence ao conjunto A e ao conjunto C ao mesmo tempo. Logo, argumento válido.

Agora, vamos ao processo de corte.

Algum A é B.

Todo B é C.

Logo, algum A é C.

A condição de existência desse caso é que a frase que contém o "todo" deve iniciar com a expressão comum.

Lembre-se: sempre que aparecer *todo* e *algum* na conclusão deve aparecer a expressão algum.

Depois, procure a palavra ou expressão comum para o corte. Nesse, a palavra é B.

Algum A é $\mathcal{B}$.

Todo $\mathcal{B}$ é C.

A conclusão será algum A é C. Argumento válido.

Se liga!

Nesse caso, devemos ter dois cuidados:

1) Como a nossa conclusão terá o termo *algum*, não haverá preocupação com ordem.

2) A expressão que contenha a palavra *todo* deve iniciar com palavra comum.

Todo B é C.

Observe que depois do todo vem o termo comum (B); se isso não acontecer, não seria possível relacionar as duas premissas em uma conclusão. Nesse caso, o argumento sempre será inválido? Não. Temos um exemplo na questão 9.

4.8. TREINAMENTO COMENTADO

9. **"Todos os estudantes de medicina são estudiosos. Alguns estudantes de medicina são corinthianos." Baseando-se apenas nessas duas afirmações, pode-se concluir que:**

(A) Nenhum corinthiano é estudioso.

(B) Nenhum estudante de medicina é estudioso.

(C) Todos os corinthianos são estudiosos.

(D) Todos os estudantes de medicina são corinthianos.

(E) Existem estudiosos que são corinthianos.

1ª Resolução:

- **1º passo:** verificar a condição de existência.

A expressão comum é “estudante de medicina”. A frase com o todo começa com a expressão comum, logo, podemos relacionar as duas premissas.

- **2º passo:** cortar a expressão comum

Todos os estudantes de medicina são estudiosos.

Alguns estudantes de medicina são corinthianos.

- **3º passo:** montar a conclusão.

Conclusão: Alguns corinthianos são estudiosos.

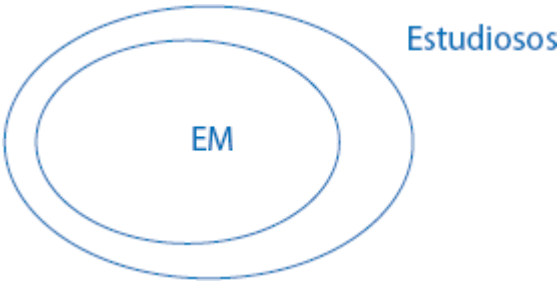
Alguns estudiosos são corinthianos.

Obs.: Algum = existe= pelo menos um.

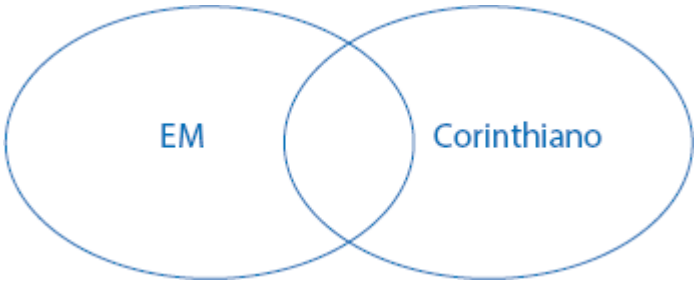
Resposta: letra E.

2ª Resolução:

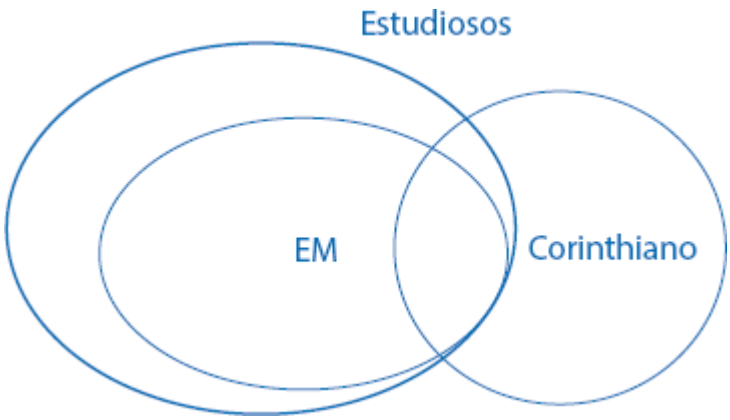
Todos os estudantes de medicina são estudiosos.



Alguns estudantes de medicina são corinthianos.



Relacionando os dois conjuntos, temos:



Conclusão: Alguns corinthianos são estudiosos.

Comentário: no momento que o conjunto corinthiano toca o conjunto estudante de medicina há um toque no conjunto estudioso.

Resposta: letra E.

---

10. (FCC) São dadas as afirmações:

– Toda cobra é um réptil.

– Existem répteis venenosos.

Se as duas afirmações são verdadeiras, então, com certeza, também é verdade que:

(A) Toda cobra é venenosa.

(B) Algum réptil venenoso é uma cobra.

(C) Qualquer réptil é uma cobra.

(D) Se existe um réptil venenoso, então ele é uma cobra.

(E) Se existe uma cobra venenosa, então ela é um réptil.

1ª Resolução:

- **1º passo:** observar se há a condição de existência entre as premissas.

– Toda cobra é um réptil.

– Existem répteis venenosos.

A frase com o todo não iniciou com a expressão comum, logo, não podemos relacionar as duas premissas.

E agora, o que vamos fazer?

Quando não for possível relacionar as duas premissas, então a conclusão será da premissa que possui o todo.

- **2º passo:** retirar as possíveis conclusões da frase Toda cobra é um réptil.

Temos as seguintes conclusões:

– Algum réptil é uma cobra.

– Alguma cobra é um réptil.

– Se é cobra então é um réptil.

A alternativa E possui o enunciado **Se existe uma cobra venenosa, então ela é um réptil, que representa a ideia de inclusão do conjunto cobra dentro do conjunto réptil.**

Resposta: letra E.

Você deve estar se perguntando: por que não é a alternativa B?

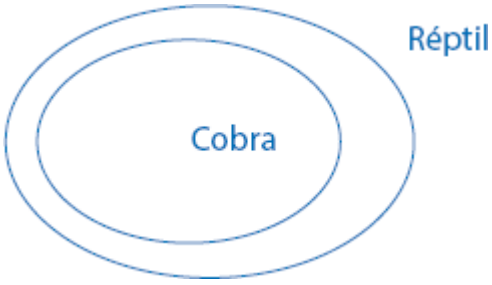
A conclusão correta é “algum réptil é uma cobra”. As proposições “algum réptil é uma cobra” e “algum réptil venenoso é uma cobra” são distintas. Mas, existem repteis venenosos que são cobras? Cuidado, pois a nossa conclusão deve ser obtida apenas das informações apresentadas nas premissas.

Comentário:

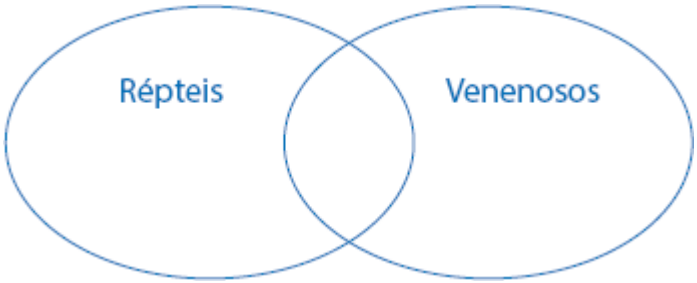
Sempre que não for possível relacionar as premissas, então a conclusão será obtida através da premissa que possui o todo.

2ª Resolução:

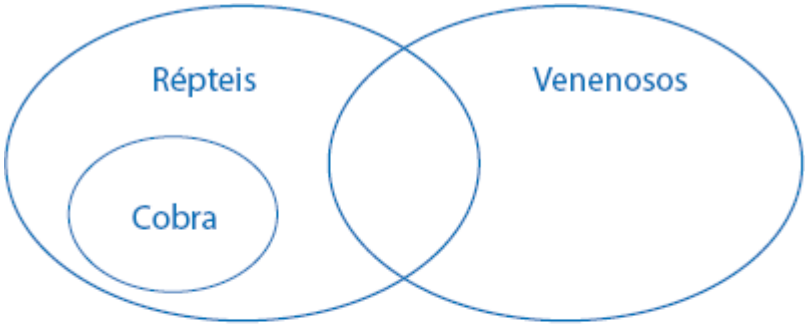
– Toda cobra é um réptil.

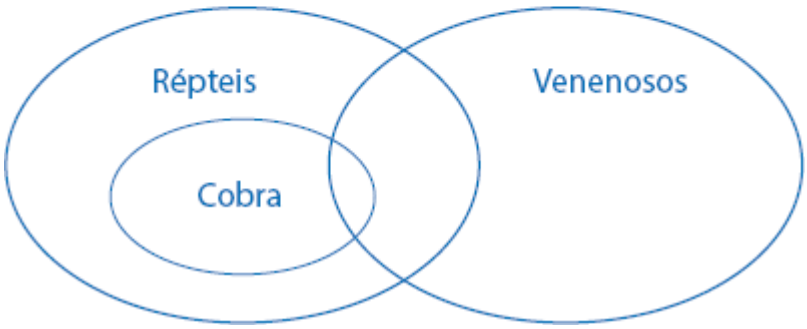


– Existem répteis venenosos.



Relacionando os dois conjuntos, temos:





Temos duas representações possíveis, pois não é possível garantir que o conjunto venenoso toca o conjunto cobra.
Uma conclusão possível é “Se existe uma cobra venenosa, então ela é um réptil”.
Se o elemento está dentro do conjunto cobra, então o elemento vai estar dentro do conjunto réptil.

4.9. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

11. (CESGRANRIO) Se todo Y é Z e existem X que são Y, pode-se concluir que:

(A) Existem X que são Z.
(B) Todo X é Z.
(C) Todo X é Y.
(D) Todo Y é X.
(E) Todo Z é Y.

12. (FCC) Todos os macerontes são torminodoros. Alguns macerontes são momorrengos. Logo,

(A) todos os momorrengos são torminodoros.
(B) alguns torminodoros são momorrengos.
(C) todos os torminodoros são macerontes.
(D) alguns momorrengos são pássaros.
(E) todos os momorrengos são macerontes.

13. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:

“Alguma mulher é vaidosa.”
“Toda mulher é inteligente.”
Assim sendo, qual das afirmações seguintes é certamente verdadeira?

(A) Alguma mulher inteligente é vaidosa.
(B) Alguma mulher vaidosa não é inteligente.
(C) Alguma mulher não vaidosa não é inteligente.
(D) Toda mulher inteligente é vaidosa.
(E) Toda mulher vaidosa não é inteligente.

---

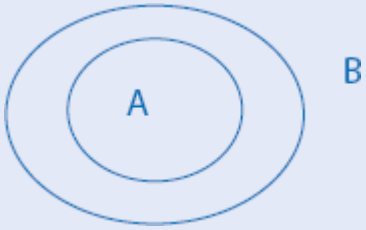
14. (FCC) Se “alguns poetas são nefelibatas” e “todos os nefelibatas são melancólicos”, então, necessariamente:

(A) Todo melancólico é nefelibata.
(B) Todo nefelibata é poeta.
(C) Algum poeta é melancólico.
(D) Nenhum é poeta é melancólico.
(E) Nenhum poeta não é melancólico.

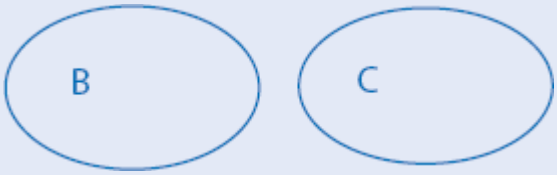
Caso 3 – Todo e nenhum

Exemplo 3:

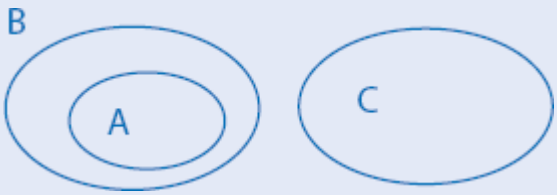
Todo A é B.
Nenhum B é C.
Logo, nenhum A é C.
Construindo o diagrama, temos:
Todo A é B.



Nenhum B é C.



Fazendo a união das relações, temos a seguinte possibilidade:



Podemos concluir que todo elemento que pertence ao conjunto A não pertence ao conjunto C, pois nenhum elemento pertence ao conjunto B ∩ C.
Logo, argumento válido.

Vamos ao processo do concursando.

Todo e nenhum – a conclusão deve conter a palavra nenhum.

Não se esqueça de olhar a relação de ordem!

A frase que contenha a palavra todo deve terminar com a expressão comum. Exemplo: Todo A é B, termina com a expressão B, que é a expressão comum do silogismo acima.

Dica:

"Nenhum A é B" é equivalente à frase "Todo A não é B".
"Nenhum A é B" é equivalente a "Nenhum B é A".

15. (CESPE) Considere uma argumentação em que duas premissas são da forma

1) Nenhum A é B.
2) Todo C é A.

e a conclusão é da forma "Nenhum C é B". Essa argumentação não pode ser considerada válida.

---

16. Todo A é B, e todo C não é B, portanto,

(A) Algum A é C.
(B) Nenhum A é C.
(C) Nenhum A é B.
(D) Algum B é C.
(E) Nenhum B é A.

---

17. (FCC) Todas as estrelas são dotadas de luz própria. Nenhum planeta brilha com luz própria. Logo,

(A) todos os planetas são estrelas.
(B) nenhum planeta é estrela.
(C) todas as estrelas são planetas.
(D) todos os planetas são planetas.
(E) todas as estrelas são estrelas.

Caso 4 – Algum e nenhum

A conclusão deve ter a palavra *algum* e deve ter o termo *não.*

Você se perguntou o motivo de aparecer o *não.* Vamos juntos ver isso!

Exemplo 4:

Nenhum A é B.
Algum B é C.
Logo, algum C é não A.

Nenhum A é B = todo A não é B = todo B não é A.

Vamos utilizar outra estrutura.

Todo A não é B.

Algum B é C.

Agora, temos um caso conhecido, entre *todo* e *algum.* Vamos ao corte!

Todo A não é .

Algum é C.

Logo, nossa conclusão será "algum C não é A".

Nesse caso, o termo “não” deve acompanhar a palavra A, pois foi o termo que sobrou da frase que contém a palavra nenhum.

> ☑ ***Dica:***
>
> Nenhum gato é cachorro.
> Algum cachorro é aquático.
> Logo, algum não gato é aquático.

Nenhum gato é ~~cachorro~~.

Algum ~~cachorro~~ é aquático.

Logo, algum não gato é aquático.

Obs.: a palavra gato ficou acompanhada do termo “não”, pois a palavra gato sobrou da frase “nenhum gato é cachorro”.

> ***Se liga!***
>
> Algum A não é B é equivalente a Algum não B é A.
> Algum A não é B não é equivalente a Algum B não é A.
> Logo, fique atento à questão de ordem, se a prova for no estilo certo e errado.
> Agora, se a prova é no estilo múltipla escolha, procure a alternativa que contenha o termo algum e a palavra não, que não possua o termo comum.

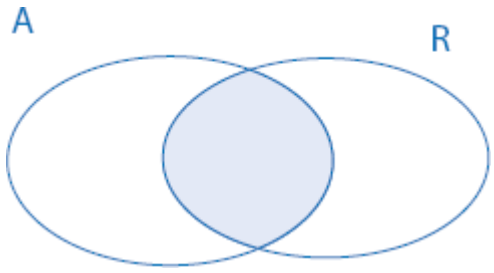
4.10. TREINAMENTO COMENTADO

18. (ESAF) Se é verdade que “Alguns A são R” e que “Nenhum G é R”, então é necessariamente verdadeiro que:

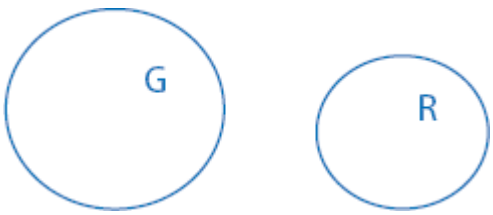
(A) algum A não é G.
(B) algum A é G.
(C) nenhum A é G.
(D) algum G é A.
(E) nenhum G é A.

1ª Resolução:

1º diagrama: Alguns A são R.

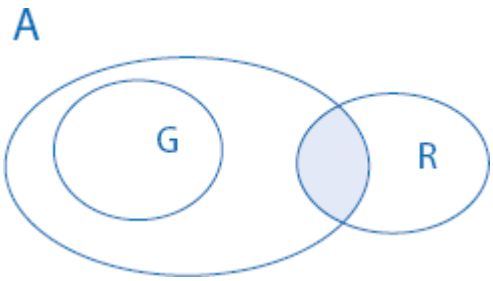


2º diagrama: Nenhum G é R.

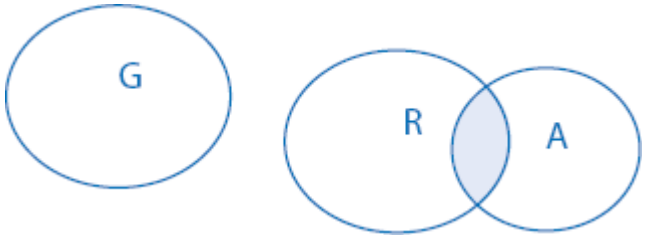


Relação entre os dois diagramas:

- **1ª opção:**



- **2ª opção:**



Independentemente das opções, podemos afirmar que algum A não é G.

2ª Resolução:

Sugestão de corte:

~~Alguns~~ A são R.

~~Nenhum~~ G é R.

Logo, Algum A não é G.

Resposta: letra A.

4.11. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

19. **(CESPE) Considerando-se como premissas as proposições "Nenhum pirata é bondoso" e "Existem piratas que são velhos", se a conclusão for "Existem velhos que não são bondosos", então essas três proposições constituem um raciocínio válido.**

20. **(ESAF) Se é verdade que "alguns escritores são poetas" e que "nenhum músico é poeta", então, também é necessariamente verdade que:**

(A) nenhum músico é escritor.
(B) algum escritor é músico.
(C) algum músico é escritor.
(D) algum escritor não é músico.
(E) nenhum escritor é músico.

21. **(ESAF ATA 2012) Em uma cidade, as seguintes premissas são verdadeiras:**
Nenhum professor é rico. Alguns políticos são ricos.
Então, pode-se afirmar que:

(A) Nenhum professor é político.
(B) Alguns professores são políticos.
(D) Alguns políticos são professores.
(D) Alguns políticos não são professores.

(E) Nenhum político é professor.

Agora, vamos estudar o argumento de três ou mais frases contendo os quantificadores.

4.12. TREINAMENTO COMENTADO

22. (FCC) Observe a construção de um argumento:
Premissas: Todos os cachorros têm asas.
Todos os animais de asas são aquáticos.
Existem gatos que são cachorros.
Conclusão: Existem gatos que são aquáticos.
Sobre o argumento A, as premissas P e a conclusão C, é correto dizer que:

(A) A não é válido, P é falso e C é verdadeiro.
(B) A não é válido, P e C são falsos.
(C) A é válido, P e C são falsos.
(D) A é válido, P ou C são verdadeiros.
(E) A é válido se P é verdadeiro e C é falso.

1ª Resolução:

Vamos observar as frases:
Todos os cachorros têm asas.
Todos os animais de asas são aquáticos.
Logo, todos os cachorros são aquáticos.

Vamos analisar a conclusão de cima com a frase *Existem gatos que são cachorros.*
Existem gatos que são cachorros.
Todos os cachorros são aquáticos.
Logo, existem gatos que são aquáticos. Argumento válido.

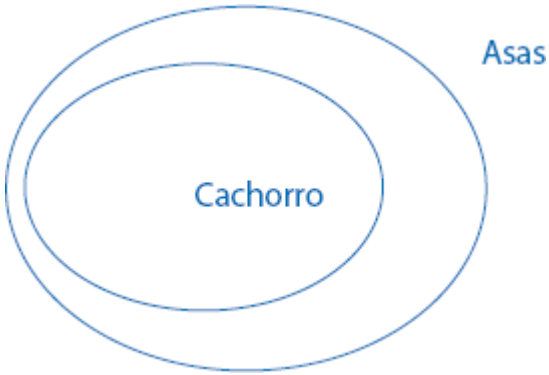
Vamos analisar as premissas:
Todos os cachorros têm asas.
Todos os animais de asas são aquáticos.
Podemos concluir que temos premissas falsas. Essa conclusão é baseada no mundo real.

Vamos analisar a conclusão.
Existem gatos que são aquáticos.
Podemos concluir que temos uma conclusão falsa.

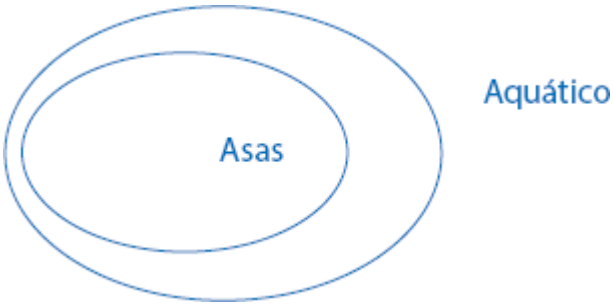
Resposta: letra C.

2ª Resolução:

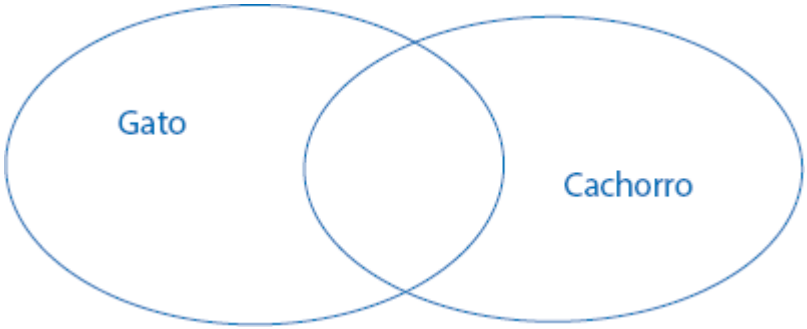
Todos os cachorros têm asas.



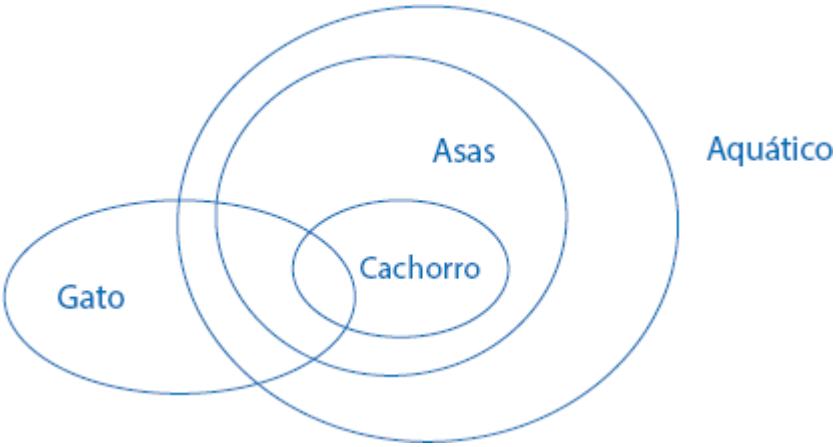
Todos os animais de asas são aquáticos.



Existem gatos que são cachorros.



Relacionando os três conjuntos, temos:



Conclusão: Existem gatos que são aquáticos.

Resposta: letra C.

---

23. (FCC) Considere as premissas:

P_1. Os bebês são ilógicos.

P_2. Pessoas ilógicas são desprezadas.
P_3. Quem sabe amestrar um crocodilo não é desprezado.
Assinale a única alternativa que não é uma consequência lógica das premissas apresentadas.

(A) Bebês não sabem amestrar crocodilos.
(B) Pessoas desprezadas são ilógicas.
(C) Pessoas desprezadas não sabem amestrar crocodilos.
(D) Pessoas ilógicas não sabem amestrar crocodilos.
(E) Bebês são desprezados.

Resolução:

Vamos observar as frases:

Os bebês são ilógicos.

Pessoas ilógicas são desprezadas.

Logo, bebês são desprezados.

Vamos analisar a conclusão de cima com a frase *Quem sabe amestrar um crocodilo não é desprezado.*

Bebês são desprezados.

Quem sabe amestrar um crocodilo não é desprezado.

Logo, bebês não sabem amestrar um crocodilo.

Vamos tirar outras conclusões.

Pessoas ilógicas são desprezadas.

Quem sabe amestrar um crocodilo não é desprezado.

Logo, pessoas ilógicas não sabem amestrar um crocodilo.

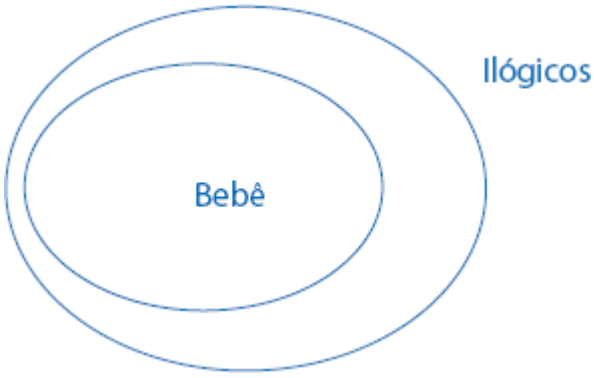
Na letra B, temos a seguinte conclusão: Pessoas desprezadas são ilógicas.

Conclusão errada, pois a premissa *Pessoas ilógicas são desprezadas* não permite essa conclusão. Lembre-se: “Todo A é B” não é equivalente a “Todo B é A”.

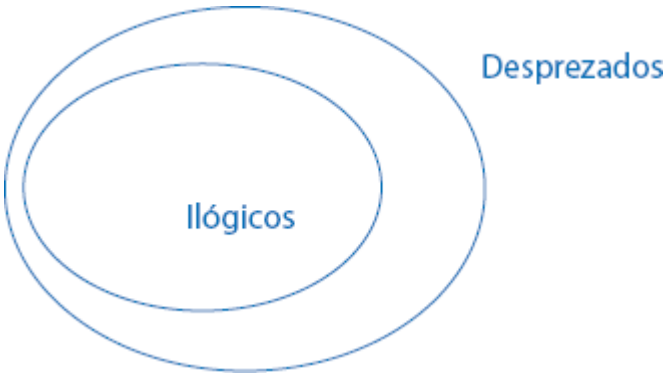
Resposta: letra B

2ª Resolução:

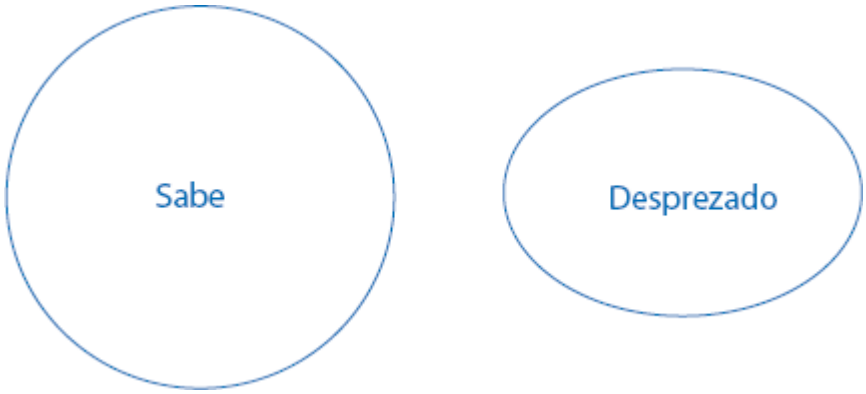
P_1. Os bebês são ilógicos.



P_2. Pessoas ilógicas são desprezadas.



P_3. Quem sabe amestrar um crocodilo não é desprezado.



Relacionando os três conjuntos, temos:

Conclusão: pessoas ilógicas não sabem amestrar um crocodilo.

Resposta: letra B.

4.13. VERIFICAÇÃO DE ARGUMENTO A PARTIR DA DEFINIÇÃO

Para relembrar, vimos que o argumento lógico é um conjunto de premissas que resultam em uma conclusão (P_1, P_2,... $P_n \Rightarrow C$). Essa relação entre premissas e conclusão é uma implicação lógica; por isso, para o argumento ser validado, é necessário que a relação entre a premissa e a conclusão seja verdadeira.

Na tabela abaixo, temos as possíveis situações para o nosso argumento ser válido.

PREMISSA (P)	CONCLUSÃO (C)	P ⇒ C
VERDADEIRA	VERDADEIRA	VÁLIDO
FALSA	VERDADEIRA	VÁLIDO
FALSA	FALSA	VÁLIDO

Conclusões:

Podemos ter premissas verdadeiras ou falsas, como também podemos ter conclusões verdadeiras ou falsas.

Nosso argumento não será válido no caso de premissa verdadeira e conclusão falsa.

Se tivermos premissas falsas, independentemente da valoração (V ou F) da conclusão, teremos um argumento válido; e se a conclusão for verdadeira, independentemente de a premissa ser verdadeira ou falsa, o argumento também será válido.

Vamos aplicar esses conceitos!

Texto para as questões 23 a 25.

(CESPE PF – 2004) Uma noção básica da lógica é a de que um argumento é composto de um conjunto de sentenças denominadas premissas e de uma sentença denominada conclusão. Um argumento é válido se a conclusão é necessariamente verdadeira sempre que as premissas forem verdadeiras. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

24. Toda premissa de um argumento válido é verdadeira.

Resposta:

Errado. Pois podemos ter premissa verdadeira e conclusão falsa. Nesse caso, o argumento não será válido.

25. Se a conclusão é falsa, o argumento não é válido.

Resposta:

Errado. Pois podemos ter premissa falsa e conclusão falsa. Nesse caso, o argumento válido.

26. Se a conclusão é verdadeira, o argumento é válido.

Resposta:

Certo. Se a conclusão for verdadeira, independentemente da premissa, teremos um argumento válido.

Caso 1: O argumento lógico possui uma premissa base

A premissa base é a premissa que fornece uma certeza, temos dois tipos de premissas bases:

1ª) Proposição simples.

2ª) Proposição composta na conjunção, pois na conjunção só temos uma dupla verdadeira.

4.14. TREINAMENTO COMENTADO

27. (CESPE – adaptada)É correto o raciocínio lógico dado pela sequência de proposições seguintes:

Se Maria é alta, então José será aprovado no concurso.
Maria é alta.
Portanto, José será aprovado no concurso.

Resolução:

Premissas: Se Maria for alta, então José será aprovado no concurso.

Maria é alta.

Vamos considerar que as premissas são verdadeiras.

1ª) Se Maria é alta, então José será aprovado no concurso. (V)

2ª) Maria é alta. (V)

Observe que a proposição “Maria é alta” aparece também na frase 1.

Se Maria é alta, então José será aprovado no concurso. (V)

Temos a seguinte situação:

Qual deverá ser o valor da proposição “José será aprovado no concurso”?

Na condicional, temos VV = V e VF = F. A frase 1 é verdadeira, então, obrigatoriamente, “José será aprovado no concurso” deve ser verdadeira.

A conclusão do enunciado é *José será aprovado no concurso.* Nesse caso, a conclusão é verdadeira, logo, um argumento válido.

Resposta: item CERTO.

---

28. (CESPE) A sequência de proposições abaixo não é uma argumentação válida.

1. Se Filomena levou a escultura ou Silva mentiu, então um crime foi cometido.
2. Silva não estava em casa.
3. Se um crime foi cometido, então Silva estava em casa.
4. Filomena não levou a escultura.

Resolução:

As premissas são as frases 1, 2 e 3, e a conclusão é a frase 4, a última frase da sequência.

Considerando as premissas verdadeiras, temos:

1. Se Filomena levou a escultura ou Silva mentiu, então um crime foi cometido. (V)
2. Silva não estava em casa. (V)
3. Se um crime foi cometido, então Silva estava em casa. (V)

1º degrau: Silva não estava em casa. (**V**)

A frase 2 é a base para iniciar o processo de escada, pois se trata de uma proposição simples.

2º degrau: repetição da proposição do degrau 1.

Se um crime foi cometido, então Silva estava em casa. (V)

F *F*

Nesse caso, a proposição “um crime foi cometido” deve ser falsa, porque na condicional VF = F e FF = V. Não esqueça que a frase 3 deve ser verdadeira!

3º degrau: repetição da frase do 2º degrau.

Se Filomena levou a escultura ou Silva mentiu, então um crime foi cometido. (V)

F

Nesse caso, a segunda proposição é falsa e por isso obriga a proposição *Filomena levou a escultura ou Silva mentiu* ser falsa.

Lembre-se: a frase 1 deve ser verdadeira.

Filomena levou a escultura ou Silva mentiu é falsa. No conectivo “ou”, a proposição só é falsa quando ambas as proposições forem falsas. Logo:

Filomena levou a escultura (F) e Silva mentiu (F).

A conclusão do enunciado é *Filomena não levou a escultura.* Temos uma conclusão verdadeira, logo, um argumento válido. Questão errada, pois afirma que o argumento não é válido.

> ***Se liga!***
>
> O processo da escada é uma relação de interação entre as proposições.
> O 1º degrau é a proposição base, geralmente uma proposição simples ou uma proposição na conjunção.
> O 2º degrau, o 3º degrau, até o último: são repetições da proposição do degrau anterior.

Resposta: item ERRADO.

---

29. (ESAF) Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro. Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto. Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto. Ora, Jorge é irmão de Maria. Logo:

(A) Carlos é filho de Pedro ou Breno é neto de Beto.
(B) Breno é neto de Beto e Ana é prima de Bia.
(C) Ana não é prima de Bia e Carlos é filho de Pedro.
(D) Jorge é irmão de Maria e Breno é neto de Beto.
(E) Ana é prima de Bia e Carlos não é filho de Pedro.

Premissas

1. Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro. (V)
2. Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto. (V)
3. Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto. (V)
4. Jorge é irmão de Maria. (V)

Resolução:

Começaremos o processo da escada pela frase 4.

1º degrau: (frase base) Jorge é irmão de Maria. (V)

2º degrau: frase onde aparece a frase 1.

Se Jorge é irmão de Maria, então Breno não é neto de Beto. (V)
V V

Na condicional, temos VV = V e VF = F, logo, Breno não é neto de Beto é V.

3º degrau: procurar a frase em que aparece *Breno não é neto de Beto.*

Se Carlos é filho de Pedro, então Breno é neto de Beto. (V)
F F

4º degrau: frase em que aparece *Carlos é filho de Pedro.*

Ana é prima de Bia, ou Carlos é filho de Pedro. (V)
V F

Na disjunção, temos VF = V e FF = F, logo, Ana é prima de Bia. (V).

Conclusões (proposições verdadeiras):

Ana é prima de Bia.
Carlos não é filho de Pedro.

Breno não é neto de Beto.

Jorge é irmão de Maria.

Resposta: letra E.

---

30. (CESPE) Assinale a opção que apresenta um argumento válido.

(A) Se estudo, obtenho boas notas. Se me alimento bem, me sinto disposto. Ontem estudei e não me senti disposto, logo, obterei boas notas, mas não me alimentei bem.

(B) Quando chove, as árvores ficam verdinhas. As árvores estão verdinhas, logo, choveu.

(C) Se ontem choveu e estamos em junho, então hoje fará frio. Ontem choveu e hoje fez frio. Logo, estamos em junho.

(D) Choveu ontem ou segunda-feira é feriado. Como não choveu ontem, logo, segunda-feira não será feriado.

Resolução:

Vamos começar pela letra A!

Premissas:

1ª) Se estudo, obtenho boas notas. (V)

2ª) Se me alimento bem, me sinto disposto. (V)

3ª) Ontem estudei e não me senti disposto. (V)

Agora, você deve ter se perguntado: qual a proposição base?

Nas frases 1 e 2, temos três possibilidades de verdade. A tabela da condicional possui três linhas verdadeiras.

Na frase 3, temos apenas uma possibilidade de verdade. A tabela da conjunção possui apenas uma linha verdadeira.

1º degrau: Ontem estudei e não me senti disposto.

Temos a seguinte conclusão: *Ontem estudei* é V e *Não me senti disposto* é V.

2º degrau: temos duas possibilidades, pois temos duas proposições bases.

Se me alimento bem, me sinto disposto. (V)

F *F*

Não se esqueça: na condicional VF = F e FF = V. Por isso, ficamos com opção FF = V.

3º degrau: a frase restante.

Se estudo, obtenho boas notas. (V)

V *V*

Não se esqueça: na condicional VV = F e VF = V. Por isso, ficamos com opção VV = V.

Logo, a nossa conclusão é verdadeira e temos um argumento válido.

Resposta: letra A.

---

31. (MPU – ESAF) Quando não vejo Carlos, não passeio ou fico deprimida. Quando chove, não passeio e fico deprimida. Quando não faz calor e passeio, não vejo Carlos.
Quando não chove e estou deprimida, não passeio. Hoje, passeio. Portanto, hoje:

(A) vejo Carlos, e não estou deprimida, e chove, e faz calor.

(B) não vejo Carlos, e estou deprimida, e chove, e faz calor.

(C) vejo Carlos, e não estou deprimida, e não chove, e faz calor.

(D) não vejo Carlos, e estou deprimida, e não chove, e não faz calor.
(E) vejo Carlos, e estou deprimida, e não chove, e faz calor.

Resolução:

Premissas:
1ª) Quando não vejo Carlos, não passeio ou fico deprimida. (V)
2ª) Quando chove, não passeio e fico deprimida. (V)
3ª) Quando não faz calor e passeio, não vejo Carlos. (V)
4ª) Quando não chove e estou deprimida, não passeio. (V)
5ª) Passeio. (V)

1º degrau: passeio (V).

2º degrau: temos quatro possibilidades.

1ª) Quando não vejo Carlos, não passeio ou fico deprimida. (V)
2ª) Quando chove, não passeio e fico deprimida. (V)
3ª) Quando não faz calor e passeio, não vejo Carlos. (V)
4ª) Quando não chove e estou deprimida, não passeio. (V)

E agora, qual sentença escolher? Aquela frase que permite um resultado garantido da proposição.
Começando pela frase 4, temos:

$$\text{Quando não chove e estou deprimida, não passeio. (V)}$$
$$F \qquad\qquad F$$

A proposição *não chove e estou deprimida* é falsa. Logo, temos três possibilidades. A tabela da conjunção possui três linhas F.

Vamos agora analisar a frase 3.

$$\text{Quando chove, não passeio e fico deprimida. (V)}$$
$$F \qquad\qquad F$$

Nesse caso, fique esperto! Como estou no "e", a proposição *não passeio e fico deprimida* será F, pois no "e" há pelo menos um F e o resultado é F.
Descobrimos que *chove* é F.

3º degrau:

Voltaremos para a frase 4, pois agora sabemos os valores das proposições *chove* e *passeio.*

$$\text{Quando não chove e estou deprimida, não passeio. (V)}$$
$$V \wedge F = F \qquad\qquad F$$

Nesse caso, temos que a segunda proposição é F e, por isso, a primeira proposição é F.
Mas para a proposição *não chove e estou deprimida* ser F é necessário que a proposição *estou deprimida* seja F, pois na conjunção VF = F e VV = V. Queremos que a proposição *não chove e estou deprimida* seja F.
Com essas formas já descobrimos o resultado. Temos até o momento as seguintes conclusões: *Não chove; não fico deprimida.*

Resposta: letra C.

---

32. (FCC) Um argumento é composto pelas seguintes premissas:

– **Se as metas de inflação não são reais, então a crise econômica não demorará a ser superada.**
– **Se as metas de inflação são reais, então os superávits primários não serão fantasiosos.**
– **Os superávits serão fantasiosos.**

Para que o argumento seja válido, a conclusão deve ser:

(A) A crise econômica não demorará a ser superada.
(B) As metas de inflação são irreais ou os superávits são fantasiosos.
(C) As metas de inflação são irreais e os superávits são fantasiosos.
(D) Os superávits econômicos serão fantasiosos.
(E) As metas de inflação não são irreais e a crise econômica não demorará a ser superada.

Resolução:

Primeiro passo: considerar as premissas verdadeiras:

– Se as metas de inflação não são reais, então a crise econômica não demorará a ser superada.

– Se as metas de inflação são reais, então os superávits primários não serão fantasiosos.

– Os superávits serão fantasiosos.

1º degrau: proposição simples.

– Os superávits serão fantasiosos. (V)

2º degrau: repetição da proposição simples do 1º degrau.

– Se as metas de inflação são reais, então os superávits primários não serão fantasiosos. (V)

? F

Observe que a proposição "os superávits primários serão fantasiosos" é verdadeira, logo, "os superávits primários não serão fantasiosos" será falsa.

Agora, vamos analisar a premissa!

Na condicional FF = V e VF = F, como a premissa é verdadeira, então a proposição "as metas de inflação são reais" deve ser falsa, pois FF = V, na condicional (se... então).

3º degrau: se as metas de inflação não são reais, então a crise econômica não demorará a ser superada.

Se as metas de inflação não são reais, então a crise econômica não demorará a ser superada.

? V

A proposição "as metas de inflação não são reais" é verdadeira, na condicional temos VV = V e VF = F, logo, podemos concluir que a proposição "a crise econômica não demorará a ser superada" será verdadeira, pois na condicional VV= V.

Resposta: letra A.

---

33. (CESPE 2009) Considere que as proposições da sequência a seguir sejam verdadeiras.

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma.
Fred mora em São Paulo ou ele é engenheiro.
Se Fred é engenheiro, então ele faz cálculos estruturais.
Fred não tem porte de arma.
Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial.
Nesse caso, é correto inferir que a proposição "Fred não mora em São Paulo" é uma conclusão verdadeira com base nessa sequência.

Resolução:

As proposições são verdadeiras.

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)

Fred mora em São Paulo ou ele é engenheiro. (V)

Se Fred é engenheiro, então ele faz cálculos estruturais. (V)

Fred não tem porte de arma. (V)

Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial. (V)

Base: Fred não tem porte de arma. (V)

1º degrau: Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)

F F

A proposição “Fred é policial” deve ser falsa, pois na condicional(se... então) FF = V e VF = F.

2º degrau: Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial. (V)

Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial.

? F

Conclusão: Fred não mora em São Paulo é verdadeira.

Resposta: item CERTO.

Caso 2: não temos uma proposição base

Nesse caso, devemos escolher uma proposição simples e determinar um valor lógico.

A dúvida é saber se foi feita a escolha certa. Se realizar uma escolha errada, então terá uma contradição (ou uma proposição será verdadeira e falsa ou uma premissa vai apresentar um valor falso).

---

34. (ESAF AFT) Se Pedro é inocente, então Lauro é inocente. Se Roberto é inocente, então Sônia é inocente. Ora, Pedro é culpado ou Sônia é culpada. Segue-se logicamente, portanto, que:

(A) Lauro é culpado e Sônia é culpada.
(B) Sônia é culpada e Roberto é inocente.
(C) Pedro é culpado ou Roberto é culpado.
(D) Se Roberto é culpado, então Lauro é culpado.
(E) Roberto é inocente se e somente se Lauro é inocente.

Resolução:

Retirando as premissas, temos:

1. Se Pedro é inocente, então Lauro é inocente. (A → B)
2. Se Roberto é inocente, então Sônia é inocente. (C → D)
3. Pedro é culpado ou Sônia é culpada. (¬ A ∨ ¬ D)

Agora, como escolher a proposição base, se todas as proposições permitem três possibilidades de V?

Nesse caso, devemos utilizar o método da suposição, isto é, escolher uma proposição e supor que ela é verdadeira. Se não ocorrer contradição entre as proposições, então teremos a resposta correta.

Vamos começar supondo que *Pedro é inocente* é V.

1º degrau:

Se Pedro é inocente, então Lauro é inocente. (V)

V V

Logo, *Lauro é inocente* será V. Na condicional VF = F e VV= V. Não esqueça: nossa sentença deve ser V.

2º degrau:

Pedro é culpado ou Sônia é culpada. (V)

F V

Na disjunção FF = F e FV = V, por isso, Sônia é culpada é V.

3º degrau:

Se Roberto é inocente, então Sônia é inocente. (V)

F F

Demos sorte, achamos a linha correta na primeira tentativa.
Nossa conclusão é:
Pedro é inocente.
Lauro é inocente.
Roberto é culpado.
Sônia é culpada.

Vamos analisar as respostas.

Alternativa A: Lauro é culpado e Sônia é culpada.
Na conjunção (e) F V = F. Resposta errada.

Alternativa B: Sônia é culpada e Roberto é inocente.
Na conjunção (e) VF = F. Resposta errada.

Alternativa C: Pedro é culpado ou Roberto é culpado.
Na disjunção (ou) F V = V. Resposta certa.

Resposta: letra C.

---

35. (FCC SEFAZ SP 2009)

I. Se ocorrer uma crise econômica, então o dólar não subirá.
II. Ou o dólar subirá, ou os salários serão reajustados, mas não ambos.
III. Os salários serão reajustados se, e somente se, não ocorrer uma crise econômica.

Sabendo que as três afirmações são verdadeiras, é correto concluir que, necessariamente,

(A) o dólar não subirá, os salários não serão reajustados e não ocorrerá uma crise econômica.
(B) o dólar subirá, os salários não serão reajustados e ocorrerá uma crise econômica.
(C) o dólar não subirá, os salários serão reajustados e ocorrerá uma crise econômica.
(D) o dólar subirá, os salários serão reajustados e não ocorrerá uma crise econômica.
(E) o dólar não subirá, os salários serão reajustados e não ocorrerá uma crise econômica.

Resolução:

Nesse caso, não temos a proposição base, ou seja, a proposição que temos certeza do valor lógico.
Vamos supor a proposição base.
Obs.: essa escolha é aleatória.

Tentativa 1: Ocorrer uma crise econômica será verdadeira, por suposição.
Agora, pode se aplicar o método da escada!

1º degrau:

Se ocorrer uma crise econômica, então o dólar não subirá.

V ?

A proposição “O dólar não subirá” deve ser verdadeira, pois na condicional (se... então) VV = V e VF = F.

Os salários serão reajustados se, e somente se, não ocorrer uma crise econômica.

? F

A proposição “Os salários serão reajustados” deve ser falsa, pois na bicondicional (se e somente se) VF = F e FF = V.

Agora, vamos analisar a frase restante, se ela for verdadeira então a suposição está correta.

2º degrau: Ou o dólar subirá, ou os salários serão reajustados, mas não ambos.
A proposição: “o dólar subirá” é falsa.
A proposição “os salários serão reajustados” é falsa.
Na disjunção exclusiva “ou... ou” FF = F.
Suposição errada, logo, vamos montar outra tentativa.

Tentativa 2: Não ocorrer uma crise econômica será verdadeira, por suposição.
Agora, pode se aplicar o método da escada!

1º degrau:

Os salários serão reajustados se, e somente se, não ocorrer uma crise econômica.

? V

A proposição “Os salários serão reajustados” deve ser verdadeira, pois na bicondicional (se e somente se) VV =V e FV = V.

2º degrau: Ou o dólar subirá, ou os salários serão reajustados, mas não ambos.

? V

A proposição “O dólar subirá” deve ser falsa, pois na disjunção exclusiva (ou... ou) VV = V e FV = V.

Agora, vamos analisar a proposição restante e verificar o valor lógico.

Se ocorrer uma crise econômica, então o dólar não subirá.

A proposição “ocorrer uma crise econômica” é falsa.
A proposição “os salários serão reajustados” é verdadeira.
Na condicional “se... então” FV = V.
Suposição certa, pois temos todas as proposições verdadeiras.
Conclusão:
O dólar não subirá.
Os salários serão reajustados.
Não ocorrerá uma crise econômica.

Resposta: letra E.

Caso 3: montagem da tabela-verdade

Nesse caso, devemos observar se a tabela-verdade é uma tautologia (todos os resultados verdadeiros).

36. (PONTUA TRE-SC 2011) Marque V (Verdadeiro) e F (Falso) nas afirmações abaixo:

A sentença: P → Q, ~ P ⊢ ~ Q é um argumento válido.
A sentença: P ↔; Q, Q ⊢ P é um argumento válido.
A sentença: P → Q, Q ⊢ P é um argumento inválido.
A sequência CORRETA, de cima para baixo, é:

(A) V – F – V.
(B) F – V – V.
(C) V – F – F.
(D) F – V – F.

Resolução:

1ª etapa: construir a tabela-verdade da proposição P → Q, ~ P ⊢ ~ Q.
Dica: o símbolo ⊢ faz a separação entre premissas e conclusão.

As premissas são: P → Q e ~ P.
Conclusão é ~ Q.

> ☑ ***Dica:***
>
> As premissas são ligadas pela conjunção.

A forma simbólica da expressão P → Q, ~ P ⊢ ~ Q é [(P → Q) ∧ ~ P] → ~ Q.

Será necessário montar a tabela-verdade da expressão [(P → Q) ∧ ~ P] → ~ Q.
Será necessário reduzir as premissas a uma única proposição, que será (P → Q) ∧ ~ P.

A proposição (P → Q) será chamada de A.
A proposição (P → Q) ∧ ~ P será chamada de B.

> ☑ ***Dica:***
>
> Esse processo é necessário, pois precisamos reduzir as premissas em uma única expressão.
> A construção de tabela foi estudada no Capítulo 1.

P	q	~ p	~ q	(P → Q) = A	A ∧ ~ P = B	B → ~ Q
V	V	**F**	**F**			
V	F	**F**	**V**			
F	V	**V**	**F**			
F	F	**V**	**V**			

A terceira coluna (~ p) é negação de p.
A quarta coluna (~ q) é negação de q.

2ª etapa: descobrir o valor de P → Q.
A proposição A é o resultado de P → Q.

P	q	~ p	~ q	(P → Q) = A	A ∧ ~ P = B	B → ~ Q
V	V	F	F	**VV = V**		
V	F	F	V	**VF = F**		

F	V	V	F	**FV = V**		
F	F	V	V	**FF = V**		

3ª etapa: encontrar o valor da proposição (P → Q) ∧ ~ P.

A proposição B é o resultado de (P → Q) ∧ ~ P.

A combinação da sexta coluna será o resultado de A com o resultado de “não p”.

P	q	~ p	~ q	(P → Q) = A	A ∧ ~ P = B	B → ~ Q
V	V	F	F	VV = V	**V F = F**	
V	F	F	V	VF = F	**F F = F**	
F	V	V	F	FV = V	**VV = V**	
F	F	V	V	FF = V	**VV = V**	

4ª etapa: encontrar o resultado da proposição [(P → Q) ∧ ~ P] → ~ Q.

A última coluna será formada com os valores encontrados na sexta coluna e quarta coluna.

P	q	~ p	~ q	(P → Q) = A	A ∧ ~ P = B	B → ~ Q
V	V	F	F	VV = V	V F = F	FF = V
V	F	F	V	VF = F	F F = F	FV = V
F	V	V	F	FV = V	VV = V	VF = F
F	F	V	V	FF = V	VV = V	VV = V

A proposição não é tautológica, por isso o argumento é inválido.

Resposta: item 1 é FALSO.

Se liga!

Analisando as alternativas, temos duas opções:
(B) F – V – V.
(D) F – V – F.
Por isso, é desnecessário montar a tabela da segunda sentença.

Vamos montar a tabela da sentença 3.

A sentença: P → Q, Q ⊢ P é um argumento inválido.

1ª etapa: construir a tabela-verdade da proposição P → Q, Q ⊢ P.

As premissas são: P → Q e ~ Q.

A conclusão é P.

A forma simbólica da expressão P → Q, Q ⊢ P é [(P → Q) Q] → P.

A proposição (P → Q) será chamada de A.

A proposição (P → Q) ∧ Q será chamada de B.

Dica:

Esse processo é necessário, pois precisamos reduzir as premissas em uma única expressão.

A construção de tabela foi estudada no Capítulo 1.

P	q	(P → Q) = A	A ∧ Q = B	B → P
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

2ª etapa: descobrir o valor de P → Q.

A proposição A é o resultado de P → Q.

P	q	(P → Q) = A	A ∧ Q = B	B → P
V	V	**VV = V**		
V	F	**VF = F**		
F	V	**FV = V**		
F	F	**FF = V**		

3ª etapa: encontrar o valor da proposição (P → Q) ∧ ~ P.

A proposição B é o resultado de (P → Q) ∧ Q.

P	q	(P → Q) = A	A ∧ Q = B	B → P
V	V	VV = V	**VV = V**	
V	F	VF = F	**FF = F**	
F	V	FV = V	**VV = V**	
F	F	FF = V	**VF = F**	

4ª etapa: encontrar o resultado da proposição [(P → Q) ∧ Q] → P.

P	q	(P → Q) = A	A ∧ ~ P = B	B → P
V	V	VV = V	VV = V	VV = V
V	F	VF = F	FF = F	FF = V
F	V	FV = V	VV = V	VV = V
F	F	FF = V	VF = F	FV = V

O resultado encontrado é uma tautologia, logo, podemos garantir que o resultado é verdadeiro.

Item 3 é verdadeiro (V).

Resposta: *letra B.*

Caso 4: uso de um diagrama lógico

37. (SERPRO 2001 ESAF) Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês, mas nenhum aluno de inglês é aluno de história. Todos os alunos de português são também alunos de informática, e alguns alunos de informática são também alunos de história. Como nenhum aluno de informática é aluno de inglês, e como

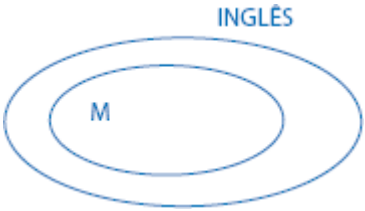
nenhum aluno de português é aluno de história, então:

(A) pelo menos um aluno de português é aluno de inglês.
(B) pelo menos um aluno de matemática é aluno de história.
(C) nenhum aluno de português é aluno de matemática.
(D) todos os alunos de informática são alunos de matemática.
(E) todos os alunos de informática são alunos de português.

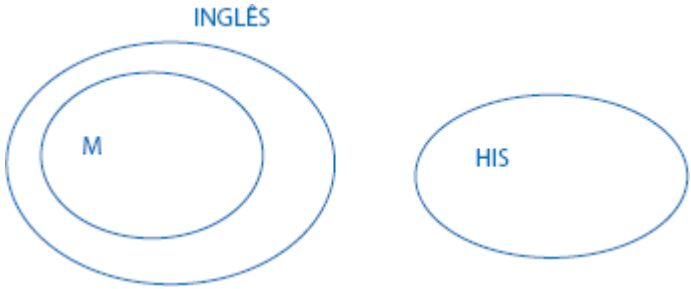
Resolução:

Vamos primeiro retirar as sentenças.

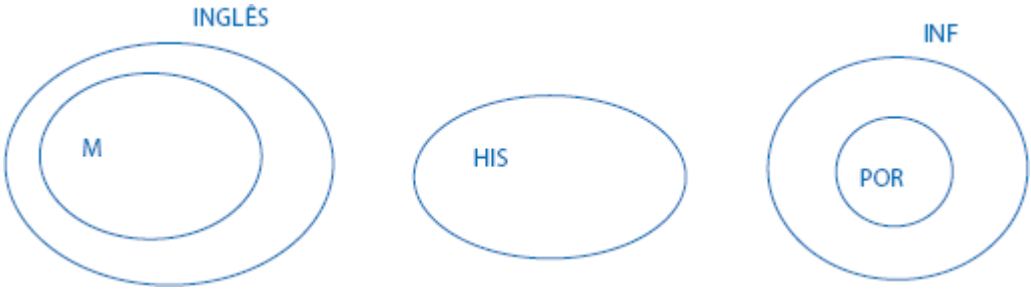
1. **Todos** os alunos de **matemática** são, também, alunos de **inglês**.



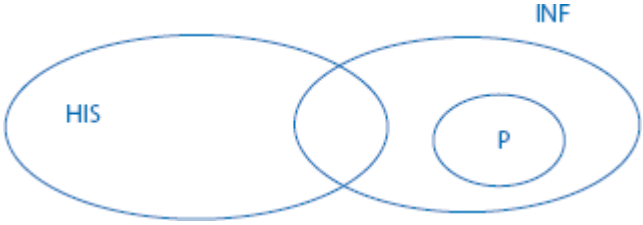
2. **Nenhum** aluno de **inglês** é aluno de **história**.



3. **Todos** os alunos de **português** são também alunos de **informática**.



4. **Alguns** alunos de **informática** são também alunos de **história**.

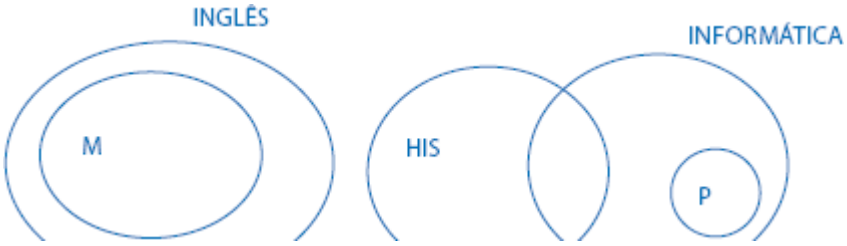


Obs.: nesse caso, pode tocar ou não. As próximas sentenças irão fornecer a certeza.

5. **Nenhum** aluno de **informática** é aluno de **inglês**.

6. **Nenhum** aluno de **português** é aluno de **história**.

As sentenças 5 e 6 são responsáveis pela separação.



Agora, vamos analisar as respostas.

(A) Errado. Conforme o diagrama.

(B) Errado. Conforme o diagrama.

(C) Certo.

Resposta: letra C.

Método do concursando!

Essa dica pode ser usada quando o tempo da prova está acabando e você quer "chutar" com uma certeza. **Na maioria das questões de concursos, só temos encontrado uma única resposta possível.**

Nessa questão, temos em maioria os quantificadores *todo* e *nenhum.* Lembrem-se: quando relacionamos *todo* e *nenhum*, nossa conclusão deve conter a expressão *nenhum.* Nessa questão, a única resposta com a expressão nenhum é a letra C.

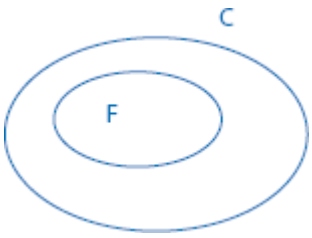
38. (MPOG 2002 ESAF) Na formatura de Hélcio, todos os que foram à solenidade de colação de grau estiveram, antes, no casamento de Hélio. Como nem todos os amigos de Hélcio estiveram no casamento de Hélio, conclui-se que, dos amigos de Hélcio:

(A) todos foram à solenidade de colação de grau de Hélcio e alguns não foram ao casamento de Hélio.
(B) pelo menos um não foi à solenidade de colação de grau de Hélcio.
(C) alguns foram à solenidade de colação de grau de Hélcio, mas não foram ao casamento de Hélio.
(D) alguns foram à solenidade de colação de grau de Hélcio e nenhum foi ao casamento de Hélio.
(E) todos foram à solenidade de colação de grau de Hélcio e nenhum foi ao casamento de Hélio.

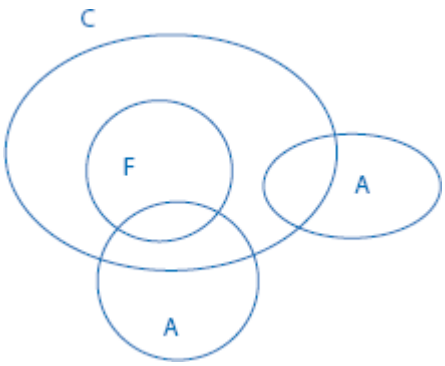
Resolução:

Construindo a relação de diagrama.

1. Todos os que foram à formatura foram ao casamento.



2. Nem todos os amigos foram ao casamento.



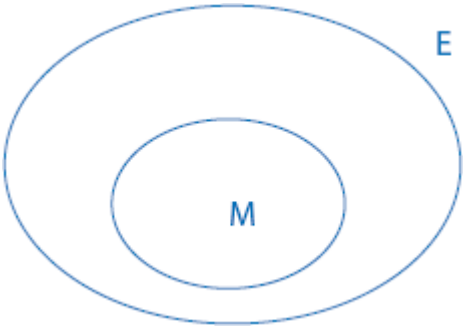
Resposta: *letra B.*

39. (ESAF MPOG 2009) Numa empresa de nanotecnologia, sabe-se que todos os mecânicos são engenheiros e que todos os engenheiros são pós-graduados. Se alguns administradores da empresa também são engenheiros, pode-se afirmar que, nessa empresa:

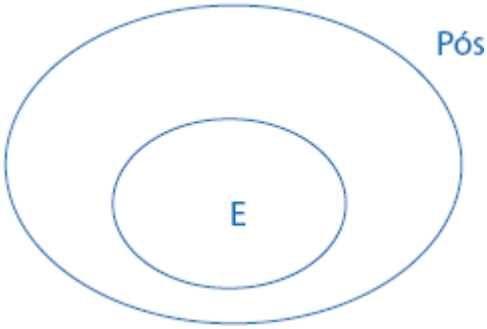
(A) todos os administradores são pós-graduados.
(B) alguns administradores são pós-graduados.
(C) há mecânicos não pós-graduados.
(D) todos os trabalhadores são pós-graduados.
(E) nem todos os engenheiros são pós-graduados.

Resolução:

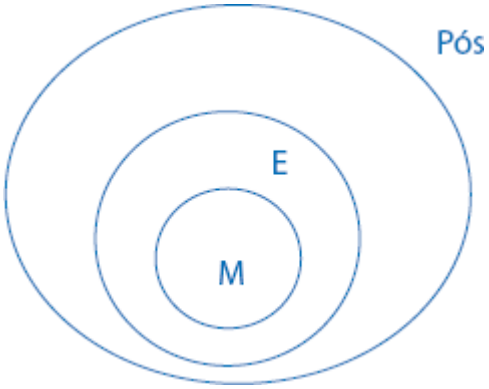
1º diagrama: todos os mecânicos são engenheiros.



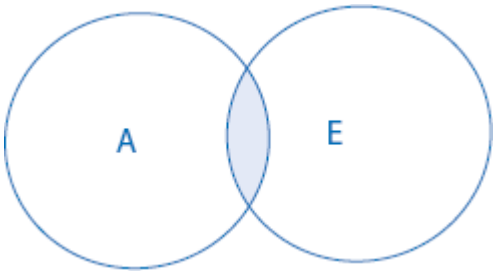
2º diagrama: todos os engenheiros são pós-graduados.



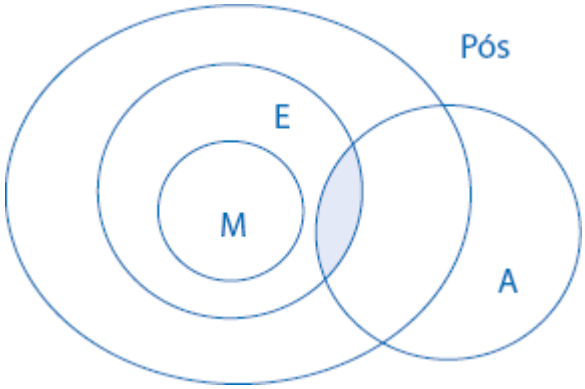
Relação entre as duas primeiras informações é:



3º diagrama: alguns administradores da empresa também são engenheiros.



Relação final:



Vamos analisar as alternativas.

(A) Todos os administradores são pós-graduados.

Item errado, pois podemos afirmar apenas que alguns administradores são pós-graduados.

(B) Alguns administradores são pós-graduados.

Item correto.

Resposta: letra B.

Agora, vamos ao teste de argumento, utilizando a forma simbólica.

Atenção: geralmente, as bancas de concursos apresentam a demonstração simbólica de forma direta ou indireta.

No texto complementar III teremos os tipos de silogismo hipotético.

Caso 1: forma direta

(CESPE) Se P e Q são proposições, então a forma P → Q significa “se P, então Q”; a forma ¬ P significa “não P”; e a forma ¬ P → Q significa “ou não P ou Q”. Considere que as quatro formas simbólicas de argumento dadas na tabela abaixo constituem argumentos corretos.

I	II	III	IV
$P \rightarrow Q$ P Portanto, Q	$P \rightarrow Q$ $\neg Q$ Portanto, $\neg P$	$\neg P \rightarrow \neg Q$ Q Portanto, P	$\neg P \vee Q$ P Portanto, Q

Julgue os itens subsequentes com base nessas informações.

40. (CESPE) Considere o seguinte argumento: "Se tartarugas são lentas, então tartarugas não vencerão a corrida. Tartarugas vencerão a corrida. Portanto, tartarugas não são lentas." Nesse caso, o argumento está correto porque tem a forma II.

Resolução:

O objetivo da questão é escrever o argumento na forma simbólica e depois conferir com o quadro fornecido.

"Se tartarugas são lentas, então tartarugas não vencerão a corrida". $(p \rightarrow q)$

Tartarugas vencerão a corrida. $\neg q$

Portanto, tartarugas não são lentas. $\neg p$

A forma simbólica é:

$p \rightarrow q$

$\neg q$

Portanto, $\neg p$.

Resposta: item CERTO.

☑ ***Dica:***

A primeira frase é base para montagem da linguagem.

"Se tartarugas são lentas, então tartarugas não vencerão a corrida". $(p \rightarrow q)$

A partir da primeira frase temos como referência a seguinte relação:

p: tartarugas são lentas.

q: tartarugas não vencerão a corrida.

4.15. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

41. (CESPE) O argumento "Ou Júlio não será promovido ou Júlio resolve o problema. Júlio resolve o problema. Portanto, Júlio será promovido" está correto porque tem a forma IV.

( ) Certo ( ) Errado

42. (CESPE) Considere o seguinte argumento: "Se raciocínio lógico não fosse importante, então raciocínio lógico não seria incluído nos concursos públicos. Raciocínio lógico é incluído nos concursos públicos. Portanto, raciocínio lógico é importante." Nessa situação, o argumento está correto porque tem a forma III.

( ) Certo ( ) Errado

43. (CESPE) Considere o seguinte argumento: "Se Mônica é promotora de justiça, então Mônica trabalha mais que Joel. Mônica trabalha mais que Joel. Portanto, Mônica é promotora de justiça." Nessa situação, o argumento está correto porque tem a forma I.

( ) Certo ( ) Errado

Caso 2: forma indireta.

(CESPE-PF) Quando Paulo estuda, ele é aprovado nos concursos em que se inscreve. Como ele não estudou recentemente, não deve ser aprovado neste concurso.

Em cada um dos itens a seguir, julgue se o argumento apresentado tem estrutura lógica equivalente à do texto acima.

44. Quando Paulo gosta de alguém, ele não mede esforços para oferecer ajuda. Como Maria gosta muito de Paulo, ele vai ajudá-la a responder as questões de direito constitucional.

45. Quando os críticos literários recomendam a leitura de um livro, muitas pessoas compram o livro e o leem. O livro sobre viagens maravilhosas, lançado recentemente, não recebeu comentários favoráveis dos críticos literários, assim, não deve ser lido por muitas pessoas.

46. Sempre que Paulo insulta Maria, ela fica aborrecida. Como Paulo não insultou Maria recentemente, ela não deve estar aborrecida.

47. Toda vez que Paulo chega em casa, seu cachorro late e corre a seu encontro. Hoje Paulo viajou, logo, seu cachorro está triste.

Resolução:

Primeiro, deve-se colocar o argumento base na forma simbólica.

Quando Paulo estuda, ele é aprovado nos concursos em que se inscreve. (p → q)

Como ele não estudou recentemente, não deve ser aprovado neste concurso.

(¬ p ¬ q).

p → q

¬ p

Logo, ¬ q

1. Quando Paulo gosta de alguém, ele não mede esforços para oferecer ajuda. Como Maria gosta muito de Paulo, ele vai ajudá-la a responder as questões de direito constitucional.

Quando Paulo gosta de alguém, ele não mede esforços para oferecer ajuda. (p → q)

Como Maria gosta muito de Paulo, ele vai ajudá-la a responder as questões de direito constitucional.

p → q

r

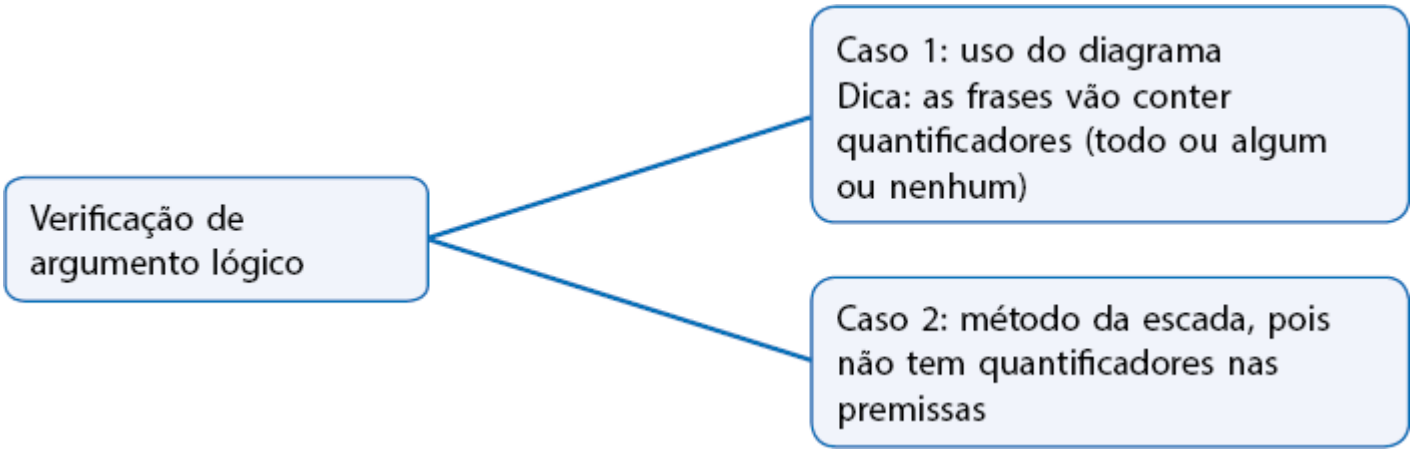
Logo, q.

Resposta: item ERRADO.

As próximas são com vocês!

• Resumo teórico

Não se esqueça da nossa regra inicial!


Verificação de argumento lógico
Caso 1: uso do diagrama
Dica: as frases vão conter quantificadores (todo ou algum ou nenhum)
Caso 2: método da escada, pois não tem quantificadores nas premissas

Existem quatro casos de verificação de um argumento lógico:

Caso 1: O argumento lógico possui uma premissa base.

A premissa base é a premissa que fornece uma certeza, temos dois tipos de premissas bases:

1ª) proposição simples;

2ª) proposição composta na conjunção, pois na conjunção só temos uma dupla verdadeira.

Nesse caso, o método utilizado é o da Escada!

1ª etapa: considerar as premissas com sendo verdadeiras;

2ª etapa: encontrar os valores das proposições simples que formam as premissas;

3ª etapa: se a conclusão for verdadeira, então o argumento é classificado como sendo válido. Caso contrário, ou seja, a conclusão sendo falsa, então o argumento é considerado não válido.

Caso 2: Não temos uma proposição base.

Nesse caso, é necessário escolher uma proposição base como sendo verdadeira para depois aplicar o Método da Escada. Se a nossa escolha for equivocada, então iremos encontrar um valor falso para pelo menos uma premissa ou uma proposição assumir valor verdadeiro em uma frase; e valor falso em outro caso, ou seja, uma proposição assumindo dois valores lógicos.

Caso 3: Montagem da tabela – verdade.

Nesse caso, devemos observar se a tabela verdade é uma tautologia (todos os resultados verdadeiros).

Dica: premissas implica condicional (implicação é uma condicional verdadeira)

Caso 4: Uso de um diagrama lógico.

É necessário construir o diagrama lógico das premissas apresentadas.

Boa resolução!!!

4.16. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

48. (ESAF AFC-STN 2000) Uma escola de arte oferece aulas de canto, dança, teatro, violão e piano. Todos os professores de canto são, também, professores de dança, mas nenhum professor de dança é professor de teatro. Todos os professores de violão são, também, professores de piano, e alguns professores de piano são, também, professores de teatro. Sabe-se que nenhum professor de piano é professor de dança, e como as aulas de piano, violão e teatro não têm nenhum professor em comum, então:

(A) nenhum professor de violão é professor de canto.
(B) pelo menos um professor de violão é professor de teatro.
(C) pelo menos um professor de canto é professor de teatro.
(D) todos os professores de piano são professores de canto.
(E) todos os professores de piano são professores de violão.

49. **(ESAF MPOG 2002)** **Em um grupo de amigas, todas as meninas loiras são, também, altas e magras, mas nenhuma menina alta e magra tem olhos azuis.**

Todas as meninas alegres possuem cabelos crespos, e algumas meninas de cabelos crespos têm também olhos azuis. Como nenhuma menina de cabelos crespos é alta e magra, e como neste grupo de amigas não existe nenhuma menina que tenha cabelos crespos, olhos azuis e seja alegre, então:

(A) pelo menos uma menina alegre tem olhos azuis.
(B) pelo menos uma menina loira tem olhos azuis.
(C) todas as meninas que possuem cabelos crespos são loiras.
(D) todas as meninas de cabelos crespos são alegres.
(E) nenhuma menina alegre é loira.

---

50. **(ESAF)** **Todas as amigas de Beto são, também, amigas de Berenice, mas nenhuma amiga de Berenice é amiga de Bruna. Todas as amigas de Bia são também amigas de Bela, e algumas amigas de Bela são também amigas de Bruna. Como nenhuma amiga de Bela é amiga de Berenice, e como Bela, Bia e Bruna não têm nenhuma amiga em comum, então:**

(A) pelo menos uma amiga de Bia é amiga de Bruna.
(B) pelo menos uma amiga de Beto é amiga de Bruna.
(C) todas as amigas de Bela são amigas de Beto.
(D) todas as amigas de Bela são amigas de Bia.
(E) nenhuma amiga de Bia é amiga de Beto.

---

51. **(ESAF SERPRO 2001)** **Todas as amigas de Aninha que foram à sua festa de aniversário estiveram, antes, na festa de aniversário de Betinha. Como nem todas amigas de Aninha estiveram na festa de aniversário de Betinha, conclui-se que, das amigas de Aninha,**

(A) todas foram à festa de Aninha e algumas não foram à festa de Betinha.
(B) pelo menos uma não foi à festa de Aninha.
(C) todas foram à festa de Aninha e nenhuma foi à festa de Betinha.
(D) algumas foram à festa de Aninha, mas não foram à festa de Betinha.
(E) algumas foram à festa de Aninha e nenhuma foi à festa de Betinha.

---

52. **(ESAF AFRE MG 2005)** **Se André é culpado, então Bruno é inocente. Se André é inocente, então Bruno é culpado. Se André é culpado, Leo é inocente. Se André é inocente, então Leo é culpado. Se Bruno é inocente, então Leo é culpado. Logo, André, Bruno e Leo são, respectivamente:**

(A) Culpado, culpado, culpado.
(B) Inocente, culpado, culpado.
(C) Inocente, culpado, inocente.
(D) Inocente, inocente, culpado.
(E) Culpado, culpado, inocente.

---

53. **(ESAF CGU 2006)** **Márcia não é magra ou Renata é ruiva. Beatriz é bailarina ou Renata não é ruiva. Renata não é ruiva ou Beatriz não é bailarina. Se Beatriz não é bailarina então Márcia é magra. Assim,**

(A) Márcia não é magra, Renata não é ruiva, Beatriz é bailarina.
(B) Márcia é magra, Renata não é ruiva, Beatriz é bailarina.
(C) Márcia é magra, Renata não é ruiva, Beatriz não é bailarina.
(D) Márcia não é magra, Renata é ruiva, Beatriz é bailarina.
(E) Márcia não é magra, Renata é ruiva, Beatriz não é bailarina.

---

54. **(CGU ESAF)** **Ana é artista ou Carlos é compositor. Se Mauro gosta de música, então Flávia não é fotógrafa. Se Flávia não é fotógrafa, então Carlos não é compositor. Ana não é artista e Daniela não fuma. Pode-se, então,**

concluir corretamente que:

(A) Ana não é artista e Carlos não é compositor.
(B) Carlos é compositor e Flávia é fotógrafa.
(C) Mauro gosta de música e Daniela não fuma.
(D) Ana não é artista e Mauro gosta de música.
(E) Mauro não gosta de música e Flávia não é fotógrafa.

---

55. (FCC) Todas as plantas verdes têm clorofila. Algumas plantas que têm clorofila são comestíveis. Logo,

(A) algumas plantas verdes são comestíveis.
(B) algumas plantas verdes não são comestíveis.
(C) algumas plantas comestíveis têm clorofila.
(D) todas as plantas que têm clorofila são comestíveis.
(E) todas as plantas verdes são comestíveis.

---

56. (CESPE TRE 2009). A eleição do presidente de uma associação esportiva é realizada em dois turnos. No primeiro turno, cada sócio é consultado e indica um nome de sua preferência, escolhido entre os seus pares e que satisfaça os requisitos estabelecidos. Concorrem como candidatos no segundo turno os cinco sócios que receberem mais indicações no primeiro turno. O presidente é então escolhido, desse conjunto de cinco candidatos, pelos membros de um colégio eleitoral formado pelos sócios: Edmundo, Gilvan, Roberto, Cláudio e Lourenço. O presidente eleito é aquele que recebe a maioria simples dos votos secretos do colégio eleitoral. Nas últimas eleições dessa associação esportiva, no primeiro turno, foram indicados os candidatos Antônio, Benedito, Carlos, Douglas e Eduardo. Para o segundo turno, um dos sócios analisou a conjuntura e formulou as afirmações seguintes.

I – Se Edmundo votou em Antônio, então Gilvan não votou em Benedito.
II – Se Cláudio não votou em Douglas, então Edmundo votou em Antônio.
III – Nem Roberto votou em Carlos, nem Lourenço votou em Eduardo.
IV – Gilvan votou em Benedito ou Roberto votou em Carlos.
Com base nessas informações, assinale a opção correta.

(A) Se Gilvan votou em Benedito, então Edmundo votou em Antônio.
(B) Cláudio votou em Douglas e Gilvan votou em Benedito.
(C) Roberto votou em Carlos ou Edmundo votou em Antônio.
(D) Cláudio não votou em Douglas e Gilvan não votou em Benedito.
(E) Cláudio votou em Douglas e Edmundo votou em Antônio.

---

57. (CESPE 2009) Um argumento é uma afirmação na qual uma dada sequência finita – p1, p2, ..., pn, n 1 – de proposições tem como consequência uma proposição final q. A esse respeito, considere o seguinte argumento.

– Ou Paulo fica em casa, ou ele vai ao cinema.
– Se Paulo fica em casa, então faz o jantar.
– Se Paulo faz o jantar, ele vai dormir tarde.
– Se Paulo dorme tarde, ele não acorda cedo.
– Se Paulo não acorda cedo, ele chega atrasado ao seu trabalho.
Sabendo-se que Paulo não chegou atrasado ao seu trabalho, de acordo com as regras de raciocínio lógico, é correto deduzir-se que Paulo:

(A) ficou em casa.
(B) foi ao cinema.
(C) fez o jantar.
(D) dormiu tarde.
(E) não acordou cedo.

---

58. (ESAF 2008) Sou amiga de Abel ou sou amiga de Oscar. Sou amiga de Nara ou não sou amiga de Abel. Sou

amiga de Clara ou não sou amiga de Oscar. Ora, não sou amiga de Clara. Assim,

(A) sou amiga de Nara e amiga de Abel.
(B) não sou amiga de Clara e não sou amiga de Nara.
(C) sou amiga de Oscar e não sou amiga de Clara.
(D) sou amiga de Oscar e amiga de Nara.
(E) não sou amiga de Nara e sou amiga de Abel.

---

59. (TRT-AP/PA 2010) Se Alceu tira férias, então Brenda fica trabalhando. Se Brenda fica trabalhando, então Clóvis chega mais tarde ao trabalho. Se Clóvis chega mais tarde ao trabalho, então Dalva falta ao trabalho. Sabendo-se que Dalva não faltou ao trabalho, é correto concluir que:

(A) Alceu não tira férias e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
(B) Brenda não fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
(C) Clóvis não chega mais tarde ao trabalho e Alceu não tira férias.
(D) Brenda fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
(E) Alceu tira férias e Brenda fica trabalhando.

---

60. (CESGRANRIO) Suponha que todos os professores sejam poliglotas e todos os poliglotas sejam religiosos. Pode-se concluir que, se:

(A) João é religioso, João é poliglota.
(B) Pedro é poliglota, Pedro é professor.
(C) Joaquim é religioso, Joaquim é professor.
(D) Antônio não é professor, Antônio não é religioso.
(E) Cláudio não é religioso, Cláudio não é poliglota.

---

61. (ESAF – 2009) Determinado rio passa pelas cidades A, B e C. Se chove em A, o rio transborda. Se chove em B, o rio transborda e, se chove em C, o rio não transborda. Se o rio transbordou, pode-se afirmar que:

(A) choveu em A e choveu em B.
(B) não choveu em C.
(C) choveu em A ou choveu em B.
(D) choveu em C.
(E) choveu em A.

---

62. (VUNESP 2014) Se Carlos não é funcionário público, então Laura é sua irmã. Ou Marcelo ou Ana é analista administrativo. Se Laura é irmã de Carlos ou Débora é esposa de Hugo, então Marcelo não é analista administrativo. Constatado que Ana não é analista administrativo, conclui-se corretamente que

(A) Débora não é esposa de Hugo e Carlos não é funcionário público.
(B) Débora não é esposa de Hugo e Carlos é funcionário público.
(C) Débora é esposa de Hugo e Carlos é funcionário público.
(D) Débora é esposa de Hugo e Carlos não é funcionário público.
(E) Débora é esposa de Hugo ou Carlos não é funcionário público.

---

63. (ESAF) Se X está contido em Y, então X está contido em Z. Se X está contido em P, então X está contido em T. Se X não está contido em Y, então X está contido em P. Ora, X não está contido em T. Logo:

(A) Z está contido em T e Y está contido em X.
(B) X está contido em Y e X não está contido em Z.
(C) X está contido em Z e X não está contido em Y.
(D) Y está contido em T e X está contido em Z.
(E) X não está contido em P e X está contido em Y.

---

64. **(FCC) Se Rasputin não tivesse existido, Lenin também não existiria. Lenin existiu. Logo,**

(A) Lenin e Rasputin não existiram.
(B) Lenin não existiu.
(C) Rasputin existiu.
(D) Rasputin não existiu.
(E) Lenin existiu.

65. **(CESGRANRIO) Considere verdadeiras as afirmativas a seguir.**

I – Alguns homens gostam de futebol.
II – Quem gosta de futebol vai aos estádios.
Com base nas afirmativas acima, é correto concluir que:

(A) Todos os homens vão aos estádios.
(B) Apenas homens vão aos estádios.
(C) Há homens que não vão aos estádios.
(D) Se um homem não vai a estádio algum, então ele não gosta de futebol.
(E) Nenhuma mulher vai aos estádios.

66. **(CESPE) Considere a seguinte sequência de proposições.**

I – Se Nicole é considerada uma ótima atriz, então Nicole ganhará o prêmio de melhor atriz do ano.
II – Nicole não é considerada uma ótima atriz.
III – Portanto, pode-se concluir que Nicole não ganhará o prêmio de melhor atriz do ano.
Nesse caso, essa sequência constitui uma argumentação válida, porque, se as proposições I e II são verdadeiras, a proposição III também é verdadeira.

( ) Certo ( ) Errado

67. **(CESPE) Considere verdadeiras as duas premissas abaixo:**

O raciocínio de Pedro está correto, ou o julgamento de Paulo foi injusto.
O raciocínio de Pedro não está correto.
Portanto, se a conclusão for a proposição "O julgamento de Paulo foi injusto", tem-se uma dedução lógica correta.

( ) Certo ( ) Errado

68. **(CESGRANRIO) Admita verdadeira a declaração: "se A é C, então B não é C".**

Conclui-se corretamente que:

(A) se B é C, então A não é C.
(B) se B é C, então A é C.
(C) se B não é C, então A não é C.
(D) se B não é C, então A é C.
(E) se A não é C, então B é C.

GABARITO

01. C	02. Certo	03. Errado	04. Errado	05. Certo	06. Certo	07. B	08. Certo Errado Errado	09. E
10. E	11. A	12. B	13. A	14. C	15. Errado	16. B	17. B	18. A
19. Certo	20. D	21. D	22. C	23. B	24. Errado	25. Errado	26. Certo	27. Certo
28. Errado	29. E	30. A	31. C	32. A	33. Certo	34. C	35. E	36. B

37. C	38. B	39. B	40. Certo	41. Errado	42. Certo	43. Errado	44. Errado	45. Errado
46. Certo	47. Errado	48. A	49. E	50. E	51. B	52. B	53. A	54. B
55. C	56. B	57. A	58. C	59. C	60. E	61. B	62. B	63. E
64. C	65. D	66. Errado	67. Certo	68. A				

5

RACIOCÍNIO SEQUENCIAL

5.1. INTRODUÇÃO

Como estudar o Raciocínio Sequencial?

Na minha visão, é um ramo do raciocínio logico de caráter prático. Por isso, a melhor forma de estudar é por meio da prática.

O objetivo desse tipo de enunciado é avaliar a sua capacidade de reconhecer o padrão lógico utilizado. Para facilitar a sua capacidade de observação, o tema será dividido nos seguintes temas: número, datas (calendário), letras e figuras.

Tema 1: números

> ***Dica:***
>
> O padrão geralmente é encontrado por meio de um processo de tentativa e erro. Mas, como saber o padrão correto? O padrão correto é aquele que visualizamos uma repetição de no mínimo duas vezes.

> ***Exemplo:***
>
> Sequência: 3, 5, 7... (o padrão é de aumento de 2, pois visualizamos esse padrão duas vezes. De 3 para 5: aumentamos duas unidades e de 5 para 7: aumentamos duas unidades).

5.2. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(FCC) Considere que os termos da sucessão (0, 1, 3, 4, 12, 13, ...) obedecem a uma lei de formação. Somando o oitavo e o décimo termos dessa sucessão, obtém-se um número compreendido entre**

(A) 150 e 170.
(B) 130 e 150.
(C) 110 e 130.
(D) 90 e 110.
(E) 70 e 90.

Resolução:

Vamos observar a lei de formação.

(0, 1, 3, 4, 12, 13, ...)

Você deve estar se perguntando: como encontrar o padrão lógico?

Não existe uma fórmula mágica, mas um treinamento intensivo auxilia na visualização mais eficaz.

Os números estão aumentando, então olho primeiro por uma relação de soma, mas percebo que errei nessa tentativa.

Motivo: 0 para 1: aumentamos 1, 1 para 3: aumentamos 2, 3 para 4: aumentamos 1, 4 para 12: aumentamos 8, logo, não tem um padrão, olhando por uma ideia de soma.

O padrão é: soma 1, depois multiplica por 3.

$1^a = 0$

$2^a = 0 + 1 = 1$

$3^a = 1.3 = 3$

$4^a = 3 + 1 = 4$

$5^a = 4.3 = 12$

$6^a = 12 + 1 = 13$

$7^a = 13.3 = 39$

$8^a = 39 + 1 = 40$

$9^a = 40.3 = 120$

$10^a = 120 + 1 = 121$

Resultado: 121 + 40 = 161.

Resposta: letra A.

---

2. (FCC) Em relação à disposição numérica seguinte, assinale a alternativa que preenche a vaga assinalada pela interrogação:

2 8 5 6 8 ? 11

(A) 1.
(B) 4.
(C) 3.
(D) 29.
(E) 42.

Resolução:

Olhando como sequência única, ou seja, todos os números obedecendo a um padrão, não é possível visualizar um padrão geral. Quando tiver dificuldade em encontrar um padrão geral, então é possível pensar em um caso de duas sequências dentro de uma só. Nesse caso, os números que ocupam as posições pares apresentam um padrão, e os números localizados na posição ímpar possuem outro padrão.

Essa sequência é composta por duas sequências internas.

Posições ímpares: 2 - 5 - 8 - 11. Essa sequência aumenta de três em três.

Posições pares: 8 - 6 - ? Essa sequência diminui de dois em dois.

O próximo número será o 4, pois 6 - 2 = 4.

Resultado: letra B.

---

3. (FCC) Estabelecido um certo padrão de formação, foram obtidos os termos da seguinte sequência numérica:

43,2 – 44,4 – 45,6 – 46,8 – 47,0 – 48,2 – 49,4 – 50,6 – ...

A soma do nono e décimo termos da sequência assim obtida é:

(A) 103,8.
(B) 103,6.
(C) 103,4.
(D) 102,6.
(E) 102,4.

Resolução:

43,2 – 44,4 – 45,6 – 46,8 – 47,0 – 48,2 – 49,4 – 50,6 – ...

43,2 para 44,4: aumentamos 1,2.

44,4 para 45,6: aumentamos 1,2.

45,6 para 46,8: aumentamos 1,2.

46,8 para 47,0: aumentamos 0,2.

47,0 para 48,2: aumentamos 1,2.

48,2 para 49,4: aumentamos 1,2.

49,4 para 50,6: aumentamos 1,2.

Observe que esse padrão não é o correto, pois não temos uma repetição do padrão duas vezes.

1ª + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 0,2

2ª + 1,2 + 1,2 + 1,2. Está faltando o aumento de 0,2.

Qual o padrão, então?

43,2 – 44,4 – 45,6 – 46,8 – 47,0 – 48,2 – 49,4 – 50,6 – 51,8 – 52,0

Observe que o segundo algarismo segue o seguinte padrão: aumento de uma em uma unidade e os algarismos, depois da vírgula, são algarismos pares 0, 2, 4, 6 e 8.

Resultado: 51,8 + 52,0 = 103,8.

Resposta: letra A.

---

4. (FCC 2011) A tabela abaixo apresenta os múltiplos de 3 dispostos segundo determinado padrão:

1ª Coluna	2ª Coluna	3ª Coluna	4ª Coluna	5ª Coluna
3	6	9	12	15
18	21	24	27	30
33	36	39	42	45
48	51	54	57	60
63	66	69	72	75
-	-	-	-	-
-	-	-	-	-
-	-	-	-	-

Caso esse padrão seja mantido indefinidamente, com certeza, o número 462 pertencerá a:

(A) primeira coluna.
(B) segunda coluna.
(C) terceira coluna.
(D) quarta coluna.
(E) quinta coluna.

Resolução:

Nesse caso, deve-se observar o padrão de crescimento de cada coluna.

A linha representa o resto da divisão do número com o fator de crescimento.

Exemplo:

Se o resto for 3, então o número pertence à primeira coluna.

Observe que o padrão de crescimento de cada coluna é 15 + 15...

A divisão de 462 por 15 tem como resto o número 12. Logo, o número 12 está na quarta coluna, e, por consequência, o número 462 está na quarta coluna.

Resposta: letra D.

---

5. (FCC 2012) Duas sequências são construídas conforme descrito abaixo:

Sequência 1: primeiro termo igual a 10 e qualquer outro termo, a partir do segundo, igual ao anterior acrescido de duas unidades.

Sequência 2: primeiro termo igual a 1 e qualquer outro termo, a partir do segundo, igual ao anterior acrescido do número de termos do primeiro até este termo anterior.

Um termo da sequência 1 que é igual a um termo da sequência 2 é:

(A) 18.
(B) 20.
(C) 22.
(D) 24.
(E) 26.

Resolução:

Sequência 1: primeiro termo igual a 10 e qualquer outro termo, a partir do segundo, igual ao anterior acrescido de duas unidades.

a_1: 10

a_2: 10 + 2 = 12

a_3: 12 + 2 = 14

a_4: 14 + 2 = 16

a_5: 16 + 2 = 18

a_6: 18 + 2 = 20

a_7: 20 + 2 = 22

Sequência 2: primeiro termo igual a 1 e qualquer outro termo, a partir do segundo, igual ao anterior acrescido do número de termos do primeiro até este termo anterior.

Dica:

O número é igual ao anterior + a distância do termo anterior até o termo 1 (iniciando a contagem no termo a_1).

a_1: 1

a_2: 1 + 1 (distância de a_1 até a_1) = 2

a_3: 2 + 2 (distância de a_2 até a_1) = 4

a_4: 4 + 3 (distância de a_3 até a_1) = 7

a_5: 7 + 4 (distância de a_4 até a_1) = 11

a_6: 11 + 5 (distância de a_5 até a_1) = 16

a_7: 16 + 6 (distância de a_6 até a_1) = 22

Resposta: letra C.

---

6. (FDC AGERIO 2015) A sequência de números 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... é conhecida como sequência de Fibonacci. O 14º termo desta sequência é:

(A) 233.
(B) 273.
(C) 327.
(D) 373.
(E) 377.

Resolução:

A sequência de Fibonacci é definida da seguinte forma a_n: $a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_1 = 0$

$a_2 = a_3 = 1$

$a_4 = a_3 + a_2 = 1 + 1 = 2$

$a_5 = a_4 + a_3 = 2 + 1 = 3$

$a_6 = a_5 + a_4 = 3 + 2 = 5$

$a_7 = a_6 + a_5 = 5 + 3 = 8$

$a_8 = a_7 + a_6 = 8 + 5 = 13$

$a_9 = a_8 + a_7 = 13 + 8 = 21$

$a_{10} = a_9 + a_8 = 21 + 13 = 34$

$a_{11} = a_{10} + a_9 = 34 + 21 = 55$

$a_{12} = a_{11} + a_{10} = 55 + 34 = 89$

$a_{13} = a_{12} + a_{11} = 89 + 55 = 144$

$a_{14} = a_{13} + a_{12} = 144 + 89 = 233$

Resposta: letra A.

---

7. (VUNESP 2014 TJ-SP) Observe as regularidades da sequência a seguir:
(10; 11; 20; 21; 22; 30; 31; 32; 33; 40; ...; 98; 99).
Pode-se afirmar corretamente que a soma dos algarismos que compõem o 38º elemento é:

(A) 7.
(B) 10.
(C) 9.
(D) 6.
(E) 8.

1ª Resolução:

(10; 11; 20; 21; 22; 30; 31; 32; 33; 40; ...; 98; 99).

10 – 11 (dezena 10: tem dois números)

20 – 21 – 22 (dezena 20: tem três números)

30 – 31 – 32 – 33 (dezena 30: tem quatro números)

40 – 41 – 42 – 43 – 44 (dezena 40: temos cinco números)

Dica: o número 44 ocupa a 14ª posição

50 – tem seis números. O número 55: 20ª posição.

60 – tem sete números. O número 66: 27ª posição.

70 – tem oito números. O número 77: 35ª posição.

80: 36ª posição.

81: 37ª posição.

82: 38ª posição.

8 + 2 = 10.

Resposta: letra D.

2ª Resolução:

10 – 11 (soma 1 e 2)

20, 21 e 22 (soma 2, 3 e 4)

30, 31, 32 (soma 3, 4 e 5)

Dica: 10 – 11 (dois números), 20, 21, 22 (três números), 30, 31, 32, 33 (quatro números)...

Sequência (soma): 1, 2, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 6, 4, 5, 6, 7, 8, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 8, 9, 10 (38ª termo).

Resposta: letra D.

---

8. (VUNESP TJ-SP 2014) Na sequência (10; 11; 12; 13; 100; 110; 120; 130; 1.000; 1.100; 1.200; 1.300; 10.000; ...), a diferença e entre o menor número de 7 algarismos e o maior número de 6 algarismos é igual a:

(A) 97.000.
(B) 970.000.
(C) 87.000.
(D) 870.000.
(E) 1.130.000.

Resolução:

Cada grupo possui quatro números.

10; 11; 12; 13;

100; 110; 120; 130;

1.000; 1.100; 1.200; 1.300;

10.000; ...

O menor número de 7 algarismos: 1.000.000.

O maior número de 6 algarismos: 130.000.

1.000.000 - 130.000 = 870.000.

Resposta: letra D.

---

9. (FCC BAHIAGAS 2010) Observe a sequência que foi criada com uma lógica matemática:

7; 29; quarenta;
8; 11; vinte;
3; 31; trinta;
5; 73; oitenta;
6; 52; ...

A palavra que completa o espaço é:

(A) noventa.
(B) sessenta.
(C) trinta.
(D) vinte.
(E) dez.

Resolução:

7 + 29 = quarenta (valor aproximado para a dezena mais próxima);

8 + 11= vinte;

3 + 31= trinta;

5 + 73= oitenta;

6 + 52 = 58 (sessenta é a dezena mais próxima).

Resposta: letra B.

Tema 2: letras

O nosso objetivo é observar o padrão das sequências compostas por letras. É fundamental conhecer a posição de cada letra no nosso alfabeto.

Se liga!

É importante conhecer o alfabeto com 26 letras:
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
Fique esperto, pois é possível a questão solicitar o alfabeto com 23 letras, sem K, Y e W.
A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z

10. (FCC) Considere que a sequência (C, E, G, F, H, J, I, L, N, M, O, Q, ...) foi formada a partir de certo critério. Se o alfabeto usado é o oficial, que tem 23 letras, então, de acordo com esse critério, a próxima letra dessa sequência deve ser:

(A) P.
(B) R.
(C) S.
(D) T.
(E) U.

Resolução:

(C, E, G, F, H, J, I, L, N, M, O, Q, ...) a cada três letras, a próxima é a letra anterior na ordem do alfabeto.

C, E, G a próxima letra foi F.

Temos as sequências: C, E, G – F, H, J – I, L, N – M, O, Q.

A última sequência é M, O, Q, logo, a próxima letra será P.

Resposta: letra A.

---

11. (FCC TRT Mato Grosso 2004) Atente para os vocábulos que formam a sucessão lógica, escolhendo a alternativa que substitui "X" corretamente: LEIS, TEATRO, POIS, "X".

(A) Camarão.
(B) Casa.
(C) Homero.
(D) Zeugma.
(E) Eclipse.

Resolução:

LE*IS*, TEAT*RO*, PO*IS*. O final das palavras obedece à seguinte sequência: is, ro, is, ro.

Resposta: letra C.

12. (FCC) Assinale a alternativa que completa a série seguinte: J J A S O N D ?

(A) J.
(B) L.
(C) M.
(D) N.
(E) O.

Resolução:

Quando observar letras sem um padrão de crescimento ou decrescimento entre elas, então elas podem representar a primeira letra de uma relação (dias da semana ou meses do ano).

A sequência corresponde aos meses do ano: junho – julho – agosto – setembro – outubro – novembro – dezembro – janeiro.

Resposta: letra A.

13. (FCC TRT-SP 2008) Os dois primeiros pares de palavras abaixo foram escritos segundo determinado critério. Esse mesmo critério deve ser usado para descobrir qual a palavra que comporia corretamente o terceiro par.

ESTAGNAR – ANTA
PARAPEITO – TIRA
RENOVADO – ?

Assim sendo, a palavra que deverá substituir o ponto de interrogação é:

(A) AVON.
(B) DONO.
(C) NOVA.
(D) DANO.
(E) ONDA.

Resolução:

ES<u>TA</u>G**NA**R – **AN**<u>TA</u>

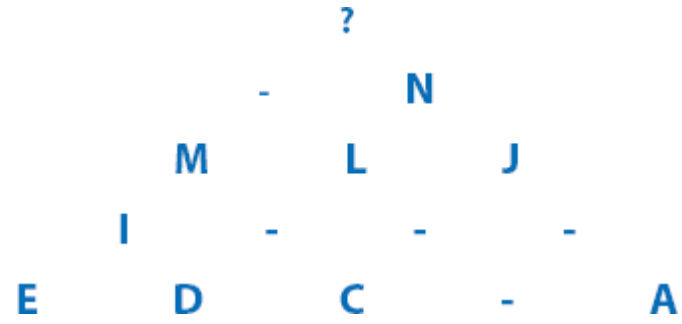
PA<u>RA</u>PEITO – TI<u>RA</u>

RE<u>NO</u>V **AD**O – ?

Seguindo a regra destacada, é possível observar a palavra DANO como resultado.

Resposta: letra D.

14. (FCC – Auxiliar Fiscalização Financeira – TC-SP – 2005) O triângulo a seguir é composto de letras do alfabeto dispostas segundo um determinado critério.



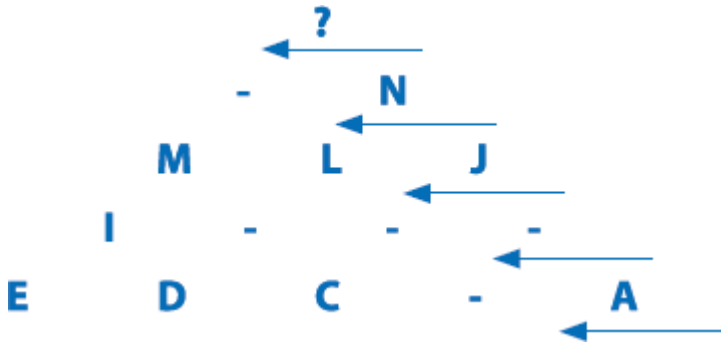
Considerando que no alfabeto usado não entram as letras K, W, e Y, então, segundo o critério utilizado na disposição das letras do triângulo a letra que deverá ser colocada no lugar do ponto de interrogação é:

(A) C.

(B) I.
(C) O.
(D) P.
(E) R.

Resolução:

A relação segue a ordem do alfabeto no sentido ( ).



Temos o alfabeto crescente começando pela letra A.
A última letra será P.

Resposta: letra D.

Tema 3: datas

Caso 1: encontrar um determinado dia da semana.

É fundamental dominar o calendário civil, ou seja, conhecer a quantidade de dias de cada mês do ano.
Outra parte importante é conhecer a característica de um ano bissexto. Vamos conhecer!

☑ ***Dica 1:***

O ano possui 366 dias e o mês de fevereiro tem 29 dias. A consequência é que no ano bissexto o mês de fevereiro terá um dia da quinta semana. Se a questão informar que o mês de fevereiro tem 5 domingos, então esse ano é bissexto.

☑ ***Dica 2:***

Dois meses consecutivos somados tem 60 dias. Janeiro (31) + fevereiro (29) = 60 dias ou fevereiro (29) + março (31) = 60 dias.

☑ ***Dica 3:***

Todos os anos múltiplos de 400 são bissextos. Exemplos: 1600, 2000, 2400, 2800.

☑ ***Dica 4:***

Todos os anos múltiplos de 4, mas não múltiplos de 100, também são bissextos.

Exemplos:

1996, 2004, 2008, 2012.

Curiosidade do Calendário Gregoriano, que nós utilizamos!

Feitas as correções de calendário, definiu-se a nova regra para o cálculo dos anos bissextos:

De 4 em 4 anos é ano bissexto.

De 100 em 100 anos não é ano bissexto.

De 400 em 400 anos é ano bissexto.

Prevalecem as últimas regras sobre as primeiras.

Fique esperto!

São bissextos todos os anos múltiplos de 400, p. ex.: 1600, 2000, 2400, 2800...
São bissextos todos os múltiplos de 4 e não múltiplos de 100, p. ex.: 1996, 2004, 2008, 2012, 2016...
Não são bissextos todos os demais anos.

Dica:

Na prática, isso significa que há 97 anos bissextos a cada 400 anos.

Meses com 30 dias:	Abril, junho, setembro e novembro.
Meses com 31 dias:	janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro.
Mês com 28 ou 29 dias:	Fevereiro.

15. (FCC) Se o dia 8 de março de um certo ano foi uma terça-feira, então o dia 30 de julho desse mesmo ano foi:

(A) uma quarta-feira.
(B) uma quinta-feira.
(C) uma sexta-feira.
(D) um sábado.
(E) um domingo.

Resolução:

• 1º passo: contar a quantidade de dias.

Março: 24 dias (incluindo o dia 8).

Obs.: na contagem de números incluindo os extremos, ou seja, começando a contagem pelo primeiro número, a fórmula é a "diferença dos números + 1".

O mês de março tem 31 dias.

31 - 8 + 1 = 24 (o mês de março tem 24 dias utilizados, pois o dia 8 é o primeiro dia da contagem).

Abril: 30 dias.

Maio: 31 dias.

Junho: 30 dias.

Julho: 30 dias (até dia 30).

Total de dias: 145 dias.

• 2º passo: divisão por 7 (a semana possui 7 dias).

Os dias da semana formam uma sequência cíclica. Esse tipo de sequência tem a seguinte forma: quando chegamos ao último termo devemos retornar para o início.

Exemplo:

Domingo – segunda – terça – quarta – quinta – sexta – sábado (final) – domingo (início).
145 : 7 tem como resultado o resto 5.
O nosso objetivo é encontrar o resto.
145 : 7 tem 20 como quociente e 5 como resto. Isso significa dizer que temos 20 semanas completas e a última semana possui 5 dias.
3º passo: montar a tabela iniciando pelo primeiro dia da nossa sequência.
8 de março é uma terça.
Terça – quarta – quinta – sexta – sábado
1 2 3 4 5
O número 5 está relacionado ao sábado.

Resposta: letra D.

Cuidado!

Se o resto da divisão for o número 0, então devemos considerar o 7º dia da tabela. Quando você divide um número por 7, então não há condições de encontrar o resto 7.

---

16. (FCC 2012) Todos os anos, uma empresa realiza sua festa de confraternização no dia 29 de dezembro ou na última sexta-feira do ano, o que acontecer primeiro. No ano de 2011, a festa ocorreu no dia 29 de dezembro, uma quinta-feira. Sabe-se que:
– os anos de 2012 e 2016 são bissextos, possuindo 366 dias;
– os anos de 2011, 2013, 2014 e 2015 não são bissextos, tendo 365 dias;
– o mês de dezembro possui 31 dias.
Nessas condições, o próximo ano em que a festa de confraternização dessa empresa ocorrerá no dia 29 de dezembro é:

(A) 2012.
(B) 2013.
(C) 2014.
(D) 2015.
(E) 2016.

Resolução:

A pergunta é: quando o dia 29 de dezembro vai ocorrer novamente em uma quinta?

Dica esquematizada!

Caso 1:
Ano não bissexto → ano bissexto

Data antes do dia 28/02: aumenta um dia.

Exemplo:

02/02/2015 (segunda) e 02/02/2016 (terça): aumenta um dia.

Data depois do dia 28/02: aumentam dois dias.

Exemplo:

07/05/2015 (quinta) e 07/05/2016 (sábado): aumentam dois dias.

Caso 2:

Ano bissexto → não ano bissexto
Data antes do dia 28/02: aumentam dois dias.

Exemplo:

02/02/2016 (terça) e 02/02/2017 (quinta): aumentam dois dias.

Data depois do dia 28/02: Aumenta um dia.

Exemplo:

07/05/2016 (sábado) e 07/05/2017 (domingo): aumenta um dia.

Conclusão:

Se o dia base for depois do dia 28 de fevereiro, como nessa questão, então a minha referência será o ano em que estou.

Exemplo:

2011 (ano não bissexto) – quinta.
2012 (ano bissexto) – quinta + 2 dias = sábado.
2013 (ano não bissexto) – sábado + 1= domingo.
2014 (ano não bissexto) – domingo + 1 = segunda.
2015 (ano não bissexto) – segunda + 1 = terça.
2016 (ano bissexto) – terça + 2 = quinta.

Resposta: letra E.

Professor, se o dia base for antes do dia 28 de fevereiro, então o ano de referência será o ano anterior?

Exemplo:

2 de fevereiro de 2014: domingo.
2014: domingo.
2015 (ano anterior não é bissexto): domingo+ 1 = segunda.
2016 (ano anterior não é bissexto): segunda + 1 = terça.
2017 (ano anterior é bissexto): terça + 2 = quinta.

17. (Oficial de Chancelaria 2009 FCC) Godofredo e Lili aniversariam nos respectivos meses de agosto e setembro, em um mesmo dia da semana. Se o dia do aniversário de Godofredo é o sêxtuplo do dia do de Lili, então a soma das datas em que os dois aniversariam é:

(A) 21.
(B) 14.
(C) 7.
(D) 35.
(E) 28.

Resolução:

Para auxiliar no entendimento, vou montar uma tabela de um mês qualquer.

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

A questão informou que os aniversários ocorreram no mesmo dia da semana. Qual a conclusão que posso tirar da expressão "mesmo dia da semana"?

Vamos escolher um dia aleatório, ok?

Exemplo:

Segunda!

Nesse mês, os dias que serão segunda-feira são: 1, 8, 15, 22 e 29. Observe que a diferença entre os números consecutivos é igual a 7. Não só, a diferença entre qualquer número dessa sequência será um múltiplo de 7, ou seja, é um número divisível por 7.

Exemplo:

29 - 8 = 21 (múltiplo de 7).

A expressão "mesmo dia da semana" = a diferença das datas é um múltiplo de 7.

Agora, vamos montar as possíveis datas de aniversário de Godofredo e Lili.

Dica:

O dia do aniversário de Godofredo é o sêxtuplo do dia do de Lili.

Godofredo (agosto)	Lili (setembro)
6 (1.6 = 6)	1
12 (2.6 = 12)	2
18 (3.6 = 18)	3
24 (4.6 = 24)	4
30 (5.6 = 30)	5

Teste 1: quantos dias temos entre 6 de agosto e 1º de setembro?

Agosto: 31 - 6 = 25.

Setembro: 1.

Total de dias = 25 + 1 = 26, não é um múltiplo de 7. Logo, vamos para o próximo teste.

Comentário: você deve ter ficado na dúvida sobre por que não subtraímos os números e somamos mais 1, processo realizado na questão 15. O objetivo não é contar o intervalo, começando pelo dia 6 de agosto. A nossa missão é calcular a diferença das datas.

Teste 2: quantos dias temos entre 12 de agosto e 2 de setembro?

Agosto: 31 - 12 = 19

Setembro: 2

Total de dias = 19 + 2 = 21, é um múltiplo de 7. Logo, encontramos as datas dos aniversários.

Resultado: 2 + 12 = 14 (soma das datas)

Resposta: letra B.

---

18. (FCC2014) Ano bissexto é aquele em que acrescentamos 1 dia no mês de fevereiro, perfazendo no ano um total de 366 dias. São anos bissextos os múltiplos de 4, exceto os que também são múltiplos de 100 e simultaneamente não são múltiplos de 400. De acordo com essa definição, de 2014 até o ano 3000 teremos um total de anos bissextos igual a:

(A) 245.
(B) 239.
(C) 244.
(D) 238.
(E) 249.

Resolução:

1º passo: quantos anos possui o intervalo de 2014, incluído na contagem, até o ano 3000?

3000 − 2014 + 1 (contagem com extremos) = 987 anos.

2º passo: os anos bissextos acontecem de 4 em 4 anos, então quantos ciclos temos nesse período?

987: 4, temos quociente = 246 e resto 3.

Conclusão: temos 246 possíveis anos bissextos, mas por que possíveis?

A questão colocou uma regra: são anos bissextos os múltiplos de 4, exceto os que também são múltiplos de 100 e simultaneamente não são múltiplos de 400.

Podemos excluir desse período os seguintes anos: 2100 − 2200 − 2300 – 2500 – 2600 – 2700 – 2900 = 7 anos.

Logo, 246 - 7 (anos eliminados pela restrição) = 239 anos bissextos.

O ano 3000 é um ano não bissexto? O ano 3000 foi excluído da contagem, pois o nosso ciclo é incompleto (resto 3). Logo, foi necessário excluir o último termo da contagem. Se montar uma PA, a visualização ficará mais fácil.

Resposta: letra B.

---

19. (FCC 2012) Se em um determinado ano o mês de agosto teve cinco sextas-feiras, cinco sábados e cinco domingos, então o dia 13 de setembro desse ano caiu em:

(A) uma quarta-feira.
(B) uma quinta-feira.
(C) uma sexta-feira.
(D) um sábado.
(E) um domingo.

Resolução:

O que significa dizer que temos cinco sextas, cinco sábados e cinco domingos?

A conclusão é a seguinte: sexta é o primeiro dia do mês e domingo é o último dia do mês. Vamos conferir na tabela?

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Comentário:

Essa relação só acontece quando o primeiro dia de sequência, de cinco repetições, é o primeiro dia do mês e o último dia da sequência é o último dia do mês.

Conclusão: 31 de agosto foi um domingo.

1ª etapa: contagem do período.

Agosto: 1 (contando o dia 31).

Setembro: 13 (data final).

Total de dias = 1 + 13 = 14.

2ª etapa: divisão por 7.

14: 7, temos resto 0.

3ª etapa: montagem da tabela.

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª

Se liga!

Resto 0 = 7º dia.

Conclusão: o dia 13 de setembro foi um sábado.

Resposta: letra D.

Tema 4: “Sequência posicional”

O nosso objetivo é avaliar a sua capacidade de montar o padrão de acordo com as informações fornecidas ou reconhecer o padrão informado.

20. (FCC TRT AL 2014) P, Q, R, S, T e U são seis departamentos de uma repartição pública, sendo que cada um ocupa exatamente um andar inteiro do prédio de seis andares dessa repartição (os andares vão do 1º ao 6º). A respeito da localização de cada departamento nos andares do prédio, sabe-se que:

− R está a “tantos andares” de Q como Q está de P;
− S está no andar logo abaixo de R;
− T e U não estão em andares adjacentes;
− T não está no 1º andar;
− U está em andar imediatamente acima de P.

Nas condições descritas, o segundo andar do prédio da repartição pública é ocupado pelo departamento:

(A) Q.
(B) T.

(C) S.
(D) R.
(E) U.

Resolução:

− R está a “tantos andares” de Q como Q está de P.
Conclusão: R Q P ou P Q R.

− S está no andar logo abaixo de R.
Conclusão: S R (estão juntos).

− T e U não estão em andares adjacentes.
Conclusão: não estão juntos.

− T não está no 1º andar.
− U está em andar imediatamente acima de P.
Conclusão: U P.

T R S Q U P (começando do 6º andar para o 1º).
Esta sequência satisfaz todas as condições.

Resposta: letra E.

---

21. (FCC) Carol recebeu uma promoção na Repartição Pública onde trabalha e Sueli, sua colega de trabalho, foi incumbida de fazer um discurso no dia de sua posse. Para tal, Sueli anotou alguns dados que serviriam de base para redigir o discurso:

a) Carol começou a trabalhar enquanto cursava o Ensino Médio, aos 16 anos de idade;
b) Carol ingressou no Serviço Público após ter cursado a pós-graduação em Direito;
c) seus pais mudaram-se para o Rio de Janeiro, onde Carol cursou o Ensino Básico;
d) quando cursávamos o 4o ano da Faculdade, Carol apresentou-me seu marido Gastão, uma semana após ter começado a namorá-lo.
e) eu fui escolhida para elaborar o discurso em sua homenagem;
f) conheci Carol na Universidade, em que ambas ingressamos no curso de Direito;
g) Carol nasceu em São Paulo no dia 18 de maio de 1975;
h) Carol concluiu o curso de bacharelado em Direito, em 1999;
i) seu primeiro emprego foi como auxiliar em um escritório de advocacia;
j) Carol casou-se com Gastão 6 meses após o início do namoro.

Para que todos esses dados sejam incluídos no discurso na ordem cronológica em que ocorreram, a ordem de inserção deverá ser:

(A) g − c − a − d − f − j − h − i − b − e.
(B) g − a − c − i − f − d − h − j − b − e.
(C) g − c − a − i − f − d − j − h − b − e.
(D) e − g − c − a − i − f − d − j − h − b.
(E) e − a − i − c − f − h − g − b − d − j.

Resolução:

O objetivo é organizar a ordem cronológica dos fatos informados.
1ª etapa: letra g: Carol nasceu em São Paulo no dia 18 de maio de 1975.
Podemos excluir as alternativas D e E.
2ª etapa: letra c: seus pais mudaram-se para o Rio de Janeiro, onde Carol cursou o Ensino Básico.
Excluímos a alternativa B.
3ª etapa: letra a: Carol começou a trabalhar enquanto cursava o Ensino Médio, aos 16 anos de idade.

4ª etapa: letra i: seu primeiro emprego foi como auxiliar em um escritório de advocacia.

Resposta: letra C.

---

22. (FCC TRT-AL 2014) Jorge é o funcionário responsável por criar uma senha mensal de acesso ao sistema financeiro de uma empresa. A senha deve ser criada com 8 caracteres alfanuméricos. Jorge cria as senhas com um padrão dele e não divulgou. Observe as senhas de quatro meses seguidos.

Janeiro: 008CA511.
Fevereiro: 014DB255.
Março: 026EC127.
Abril: 050FD063.

Jorge informou que as senhas seguem um padrão sequencial, mês a mês. Sendo assim, a única alternativa que contém 3 caracteres presentes na senha preparada para o mês de junho é:

(A) 1 – I – 6.
(B) 9 – H – 5.
(C) 1 − G − 2.
(D) 4 − F − 3.
(E) 8 − J − 1.

Resolução:

1ª sequência:

008 − 014 (8 + 6) − 026 (14 + 12) − 050 (26 + 24) − 098 (50 + 48) − 194 (98 + 96).

2ª sequência:

C − D − E − F − G − H

3ª sequência:

A − B − C − D − E − F

4ª sequência:

511 − 255 (511 − 255) − 127 (255 − 128) − 63 (127 − 64) − 31 (63 − 32) − 15 (31 − 16).

Junho: 194HF15.

Resposta: letra B.

---

23. (FCC TRT BA 2014). Em uma concessionária de automóveis, cinco carros de cores diferentes (vermelho, azul, branco, preto e prata) foram expostos em fila, em ordem decrescente de preço. O carro vermelho que foi exposto é mais caro do que o prata, mas é mais barato do que o branco. Além disso, sabe-se que o carro preto ficou imediatamente depois do carro prata na fila. Apenas com essas informações, pode- se concluir que o carro mais barato do grupo:

(A) pode ser o azul ou o preto.
(B) certamente é o branco.
(C) pode ser o branco ou o azul.
(D) certamente é o preto.
(E) pode ser o branco ou o preto.

Resolução:

Cuidado: a ordem é decrescente (valor maior para o menor).

O carro vermelho que foi exposto é mais caro do que o prata, mas é mais barato do que o branco.

Branco − Vermelho − Prata

Além disso, sabe-se que o carro preto ficou imediatamente depois do carro prata na fila.

Branco − Vermelho − Prata − Preto

O carro mais barato pode ser o azul ou preto.

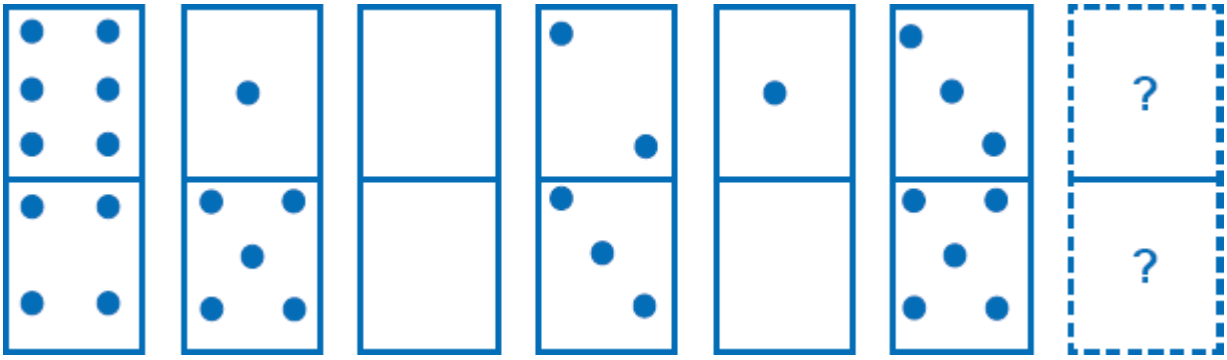
Opções: Branco − Vermelho − Prata − Preto − Azul
Branco − Vermelho − Azul − Prata − Preto

Resposta: letra A.

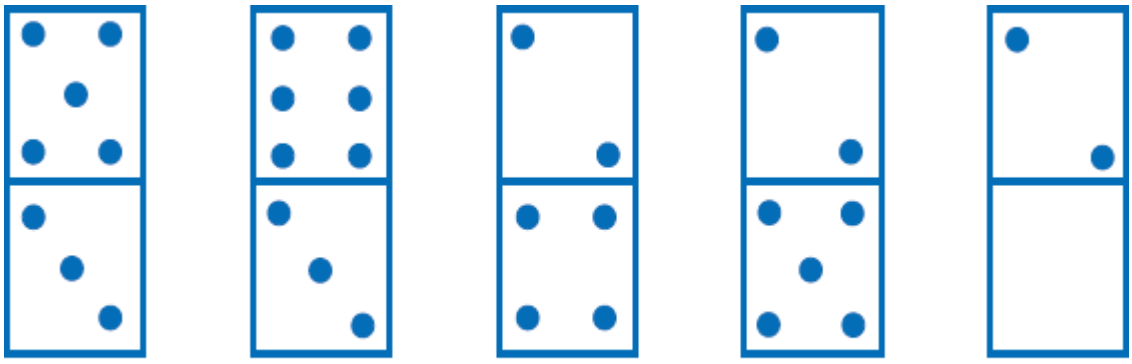
Tema 5: figuras

As principais questões de sequências envolvendo figuras são: "dominó" ou "figura geométrica".

24. (TCE-SP Ag. Fisc. Financeira − Fiscalização FCC 2005) As pedras de dominó abaixo foram, sucessivamente, colocadas da esquerda para a direita e modo que, tanto a sua parte superior como a inferior, seguem determinados padrões.



A pedra de dominó que substitui a que tem os pontos de interrogação é



Resolução:

No dominó, temos a seguinte sequência 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6!
O dominó é um exemplo de sequência cíclica.
Na parte superior a regra é +2 (casa) depois -1 (depois volta uma casa).
Superior:
6 para 1 (andou duas casas).
1 para 0 (voltou uma casa).
0 para 2 (andou duas casas).
2 para 1 (voltou uma casa).
1 para 3 (andou duas casas).
Agora, deve voltar uma casa 3 para 2 (volta uma casa).
Na parte inferior, temos a seguinte regra: anda 1 casa, depois 2, depois 3 e assim sucessivamente!
4 para 5 (andou uma casa).
5 para 0 (andou duas casas: 6 e 0).

0 para 3 (andou três casas: 1, 2, 3).

3 para 0 (andou quatro casas: 4, 5, 6 e 0).

0 para 5 (andou cinco casas: 1, 2, 3, 4 e 5).

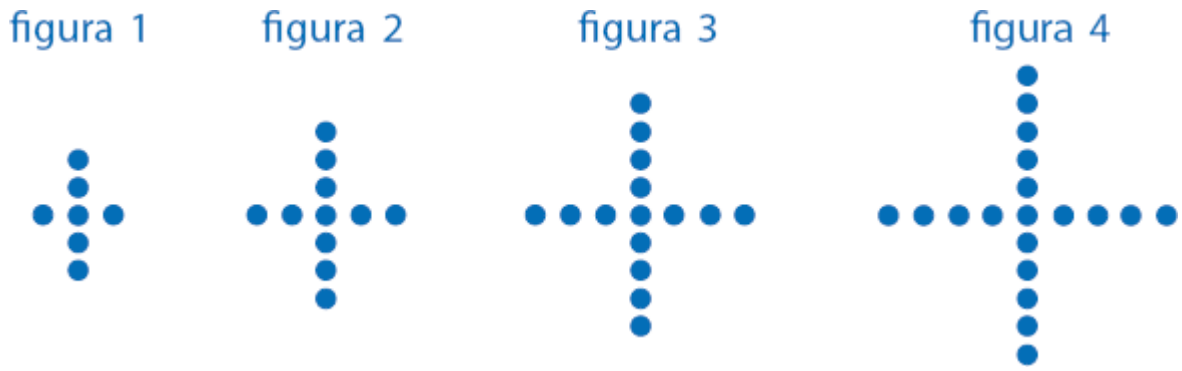
Agora, devemos andar 6 casas!

5 para 4 (andou 6 casas: 6, 0, 1, 2, 3 e 4).

Resposta: letra C.

---

25. (FCC PM-BA) Considere que a seguinte sequência de figuras foi construída segundo um certo critério.



Se tal critério for mantido para obter as figuras subsequentes, o total de pontos da figura de número 15 deverá ser:

(A) 69.
(B) 67.
(C) 65.
(D) 63.
(E) 61.

Resolução:

Usando a fórmula de P.A $a_n = a_1 + (n - 1).\ r$

Figura 1: 7 pontos.

Figura 2: 11 pontos.

Figura 3: 15 pontos.

Aumento de 4 pontos, isto é, r = 4.

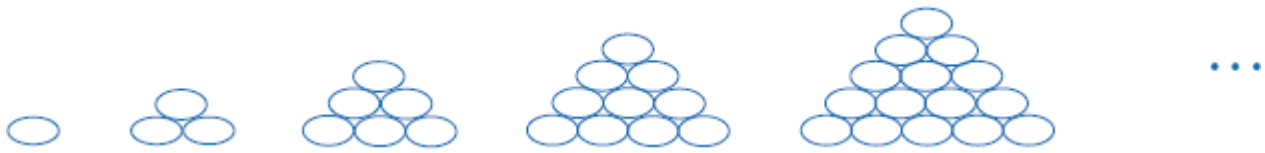
$a_{15} = 7 + (15 - 1).4$

$a_{15} = 7 + 14.\ 4 = 7 + 56 = 63$

Resposta: letra D.

---

26. (FCC) Considere que a sucessão de figuras abaixo obedece a uma lei de formação.



O número de circunferências que compõem a 100ª figura dessa sucessão é:

(A) 5.151.
(B) 5.050.
(C) 4.950.

(D) 3.725.
(E) 100.

Resolução:

Essa sequência de circunferências é chamada de *números triangulares.*

Fórmula: $T\ n = \frac{n(n+1)}{2}$

Na questão, queremos o 100º número da figura.

$$T\ 100 = \frac{100(100+1)}{2} = \frac{100.101}{2} = 50.101 = 5.050.$$

Resposta: letra B.

5.3. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

27. (FCC TRT Mato Grosso 2004) Esta sequência de palavras segue uma lógica:

− Pá
− Xale
− Japeri

Uma quarta palavra que daria continuidade lógica à sequência poderia ser:

(A) Casa.
(B) Anseio.
(C) Urubu.
(D) Café.
(E) Sua.

28. (FCC TRT Mato Grosso 2004) A sucessão seguinte de palavras obedece a uma ordem lógica. Escolha a alternativa que substitui "X" corretamente: RÃ, LUÍS, MEIO, PARABELO, "X".

(A) Calçado.
(B) Pente.
(C) Lógica.
(D) Sibipiruna.
(E) Soteropolitano.

29. (FCC 2005) Os termos da sequência (77, 74, 37, 34, 17, 14,...) são obtidos sucessivamente através de uma lei de formação. A soma do sétimo e oitavo termos dessa sequência, obtidos segundo essa lei, é:

(A) 21.
(B) 19.
(C) 16.
(D) 13.
(E) 11.

30. (FCC TCE-SP) Incumbido de fazer um discurso no casamento de seu amigo Fábio, Daniel rascunhou alguns dados que achava essenciais para compor a sua fala:

1) o primeiro apartamento que comprou com seu salário ficava a uma quadra do seu local de trabalho;
2) Fábio nasceu em 31 de março de 1976, no interior de São Paulo;
3) conheceu Taís, sua futura esposa, em março, durante um seminário sobre Administração Pública;
4) seus pais se mudaram para a capital, onde Fábio cursou o ensino básico e participou de algumas competições de voleibol;

5) nos conhecemos na universidade, onde ambos fazíamos parte do time de voleibol;
6) Fábio apresentou-me à Taís uma semana depois de conhecê-la;
7) Fábio estudou na Universidade de São Paulo, onde formou-se em Administração;
8) Fábio pediu Taís em casamento no dia de Natal seguinte;
9) o primeiro emprego de sua vida aconteceu somente após sua formatura, em uma empresa de Campinas.

Para que Daniel possa redigir coerentemente seu discurso, esses dados podem ser inseridos no discurso na sequência:

(A) 2 – 3 – 6 – 8 – 7 – 5 – 9 – 1 – 4.
(B) 2 – 3 – 4 – 6 – 9 – 1 – 7 – 5 – 8.
(C) 2 – 4 – 7 – 8 – 6 – 5 – 3 – 9 – 1.
(D) 2 – 4 – 7 – 5 – 9 – 1 – 3 – 6 – 8.
(E) 2 – 4 – 9 – 3 – 6 – 8 – 7 – 5 – 1.

---

31. (FCC TRT-RJ 2013) Em um planeta fictício X, um ano possui 133 dias de 24 horas cada, dividido em 7 meses de mesma duração. No mesmo período em que um ano terrestre não bissexto é completado, terão sido transcorridos no planeta X, exatamente,

(A) 1 ano, 6 meses e 4 dias.
(B) 2 anos e 4 dias.
(C) 2 anos e 14 dias.
(D) 2 anos, 5 meses e 14 dias.
(E) 2 anos, 5 meses e 4 dias.

---

32. (FCC PM-BA 2006) Os dois pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.

lacração – cal
amostra – soma
lavrar – ?

Segundo o mesmo critério, a palavra que deverá ocupar o lugar do ponto de interrogação é:

(A) alar.
(B) rala.
(C) ralar.
(D) larva.
(E) arval.

---

33. (FCC PM-MA 2006) Cinco camisetas de cores diferentes foram dispostas em uma pilha. A verde está abaixo da amarela e acima da azul. A vermelha está acima da marrom e esta fica abaixo da verde. A amarela e a verde se encostam, assim como esta e a marrom. Qual é a cor da camiseta do topo da pilha?

(A) Azul.
(B) Amarela.
(C) Verde.
(D) Vermelha.
(E) Marrom.

---

34. (FCC TRF-1ª Região 2006) Assinale a alternativa que completa a série seguinte: C3, 6G, L10,...

(A) C4.
(B) 13M.
(C) 9I.
(D) 15R.
(E) 6Y.

---

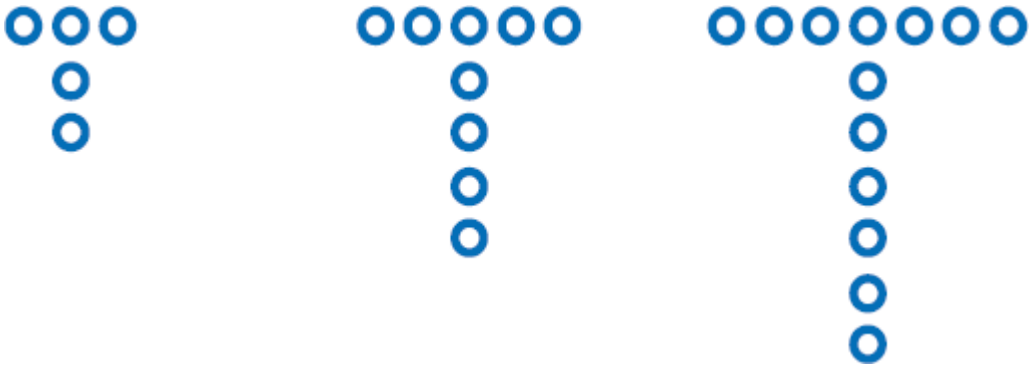
35. (PONTUA TRE-SC 2011) Observe a sequência numérica abaixo e assinale a alternativa CORRETA, que

corresponde ao próximo número da sequência:

77, 49, 36, 18, ...

(A) 8.
(B) 7.
(C) 10.
(D) 14.

36. (FEPESE TRT – SC 2005) Tisiu ficou sem parceiro para jogar bola de gude; então pegou sua coleção de bolas de gude e formou uma sequência de "T" (a inicial de seu nome), conforme a figura:



Supondo que o guri conseguiu formar 10 "T" completos, pode-se, seguindo o mesmo padrão, afirmar que ele possuía:

(A) exatamente 41 bolas de gude.
(B) menos de 220 bolas de gude.
(C) pelo menos 230 bolas de gude.
(D) mais de 300 bolas de gude.
(E) exatamente 300 bolas de gude.

---

37. (FCC TJ-PE 2007) Há cinco objetos alinhados numa estante: um violino, um grampeador, um vaso, um relógio e um tinteiro. Conhecemos as seguintes informações quanto à ordem dos objetos:

− O grampeador está entre o tinteiro e o relógio.
− O violino não é o primeiro objeto e o relógio não é o último.
− O vaso está separado do relógio por dois outros objetos.

Qual é a posição do violino?

(A) Segunda posição.
(B) Terceira posição.
(C) Quarta posição.
(D) Quinta posição.
(E) Sexta posição.

---

38. (CESGRANRIO CAPES 2008) Observando o calendário de um certo ano, Gabriel percebeu que havia dois meses consecutivos que totalizavam 60 dias. Se esse ano começa em uma segunda-feira, então termina em uma

(A) segunda-feira.
(B) terça-feira.
(C) quarta-feira.
(D) quinta-feira.
(E) sexta-feira.

---

39. (ESAF MRE 2002) Quatro meninas que formam uma fila estão usando blusas de cores diferentes, amarelo, verde, azul e preto. A menina que está imediatamente antes da menina que veste blusa azul é menor do que a que está imediatamente depois da menina de blusa azul. A menina que está usando blusa verde é a menor de todas e está depois da menina de blusa azul. A menina de blusa amarela está depois da menina que veste blusa

preta. As cores das blusas da primeira e da segunda meninas da fila são, respectivamente:

(A) amarelo e verde.
(B) azul e verde.
(C) preto e azul.
(D) verde e preto.
(E) preto e amarelo.

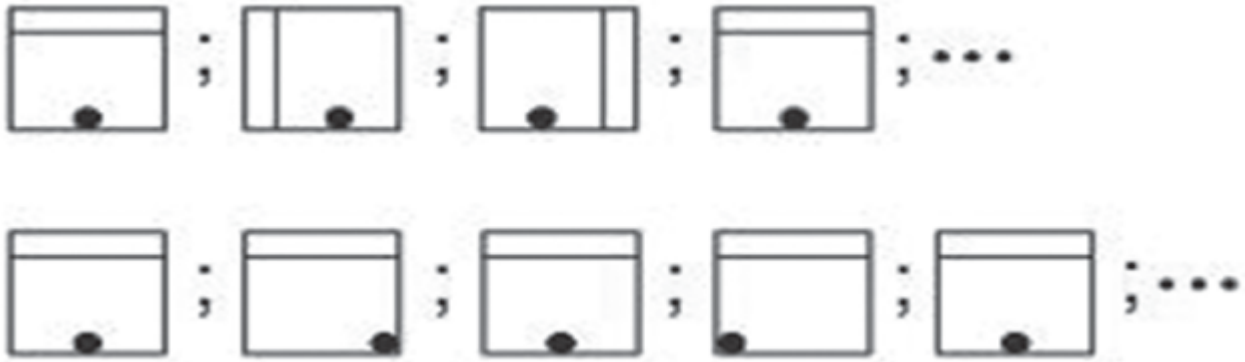
---

40. **(FCC PM-BA 2007) Uma lesma encontra-se no fundo de um poço de 15 metros de profundidade. Suponha que durante o dia ela suba exatamente 3 metros, e à noite, quando está dormindo, ela escorrega exatamente 1 metro pela parede do poço. Nessas condições, quantos dias essa lesma levaria para ir do fundo ao topo desse poço?**

(A) 10.
(B) 9.
(C) 8.
(D) 7.
(E) 6.

---

41. **(FCC TJ-PE 2012) A sequência de figuras denominada A é formada por três figuras que se repetem ilimitadamente, sempre na mesma ordem. A sequência de figuras denominada B é formada por quatro figuras que se repetem ilimitadamente, sempre na mesma ordem.**



Considerando as 15 primeiras figuras de cada sequência, pode-se observar que o número de vezes em que as duas sequências apresentam figuras simultaneamente iguais é:

(A) 1.
(B) 2.
(C) 3.
(D) 4.
(E) 5.

---

42. **(NCE) Considere a sequência abaixo:**

BBB XBX BBB	BXB XBX BXB	XXB XBX BXX

O próximo termo da sequência é:

(A)

XXX XXX XXX

(B)

XXB XBX BXX

(C)

XXX XXX XXB

(D)

XXX XBX XXX

(E)

XXX XBX BXX

43. **(NCE) Na série de Fibonacci, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. Sabendo-se que os dois primeiros termos, por definição, são 0 e 1, o sexto termo da série é:**

(A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.
(E) 6.

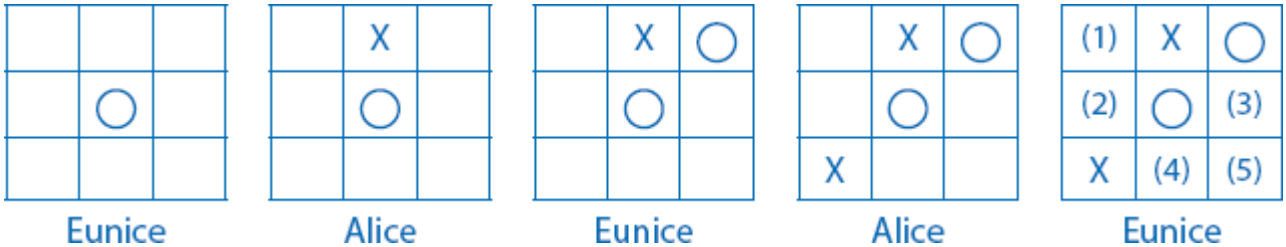
44. **(FCC TRF-4ª Região 2010) Uma propriedade comum caracteriza o conjunto de palavras seguinte:**
MARCA − BARBUDO − CRUCIAL − ADIDO − FRENTE − ?
De acordo com tal propriedade, a palavra que, em sequência, substituiria corretamente o ponto de interrogação é:

(A) HULHA.
(B) ILIBADO.
(C) FOFURA.
(D) DESDITA.
(E) GIGANTE.

45. **(CESGRANRIO REFAP AS 2007) Os anos bissextos têm, ao contrário dos outros anos, 366 dias. Esse dia a mais é colocado sempre no final do mês de fevereiro, que, nesses casos, passa a terminar no dia 29. O primeiro dia de 2007 caiu em uma segunda-feira. Sabendo que 2007 não é ano bissexto, mas 2008 será, em que dia da semana começará o ano de 2009?**

(A) Terça-feira.
(B) Quarta-feira.
(C) Quinta-feira.
(D) Sexta-feira.
(E) Sábado.

46. **(FCC TRF-4ª Região 2007) O esquema abaixo representa, da esquerda para a direita, uma sucessão de jogadas feitas por Alice e Eunice numa disputa do "Jogo da Velha".**



Para que, com certeza, a partida termine com uma vitória de Eunice, então, ao fazer a sua terceira jogada, em qual posição ela deverá assinalar a sua marca?

(A) Somente em (2).
(B) Somente em (3).
(C) Em (3) ou em (5).
(D) Em (1) ou em (2).
(E) Em (2) ou em (4).

---

47. (FCC TRF-4ª Região 2007) Observe a seguinte sucessão de multiplicações:

5 x 5 = 25
35 x 35 = 1.225
335 x 335 = 112.225
3.335 x 3.335 = 11.122.225

A análise dos produtos obtidos em cada linha permite que se conclua corretamente que, efetuando 33.333.335 × 33.333.335, obtém-se um número cuja soma dos algarismos é igual a:

(A) 28.
(B) 29.
(C) 31.
(D) 34.
(E) 35.

---

48. (FCC TRT-BA 2013) Um ano bissexto possui 366 dias, o que significa que ele é composto por 52 semanas completas mais 2 dias. Se em um determinado ano bissexto o dia 1º de janeiro caiu em um sábado, então o dia 31 de dezembro cairá em:

(A) um sábado.
(B) um domingo.
(C) uma 2ª feira.
(D) uma 3ª feira.
(E) uma 4ª feira.

---

49. (FCC TRT-AL 2011) Nos últimos 100 metros de uma corrida, Saturno está na frente, Netuno é o segundo, Júpiter é o terceiro e Plutão é o último. A 50 metros do fim, Saturno muda de posição com Júpiter. No fim, Júpiter troca de posição com Netuno.

De acordo com a proposição, fica em último lugar e ganha a corrida, respectivamente,

(A) Plutão e Júpiter.
(B) Netuno e Saturno.
(C) Saturno e Netuno.
(D) Netuno e Plutão.
(E) Plutão e Netuno.

---

50. (FCC TRT-GO 2013) A audiência do Sr. José estava marcada para uma segunda-feira. Como ele deixou de apresentar ao tribunal uma série de documentos, o juiz determinou que ela fosse remarcada para exatos 100 dias após a data original. A nova data da audiência do Sr. José cairá em uma:

(A) quinta-feira.
(B) terça-feira.
(C) sexta-feira.
(D) quarta-feira.
(E) segunda-feira.

---

51. **(FCC TRT-PR 2013)** **Uma senha formada por três letras distintas de nosso alfabeto possui exatamente duas letras em comum com cada uma das seguintes palavras: ARI, RIO e RUA. Em nenhum dos três casos, porém, uma das letras em comum ocupa a mesma posição na palavra e na senha. A primeira letra dessa senha é:**

(A) I.
(B) A.
(C) R.
(D) O.
(E) L.

52. **(FCC TRT-BA 2013)** **Observando os resultados das multiplicações indicadas a seguir, pode-se identificar um padrão.**

11 x 11 = 121
101 x 101 = 10.201
1.001 x 1.001 = 1.002.001

111 x 111 = 12.321
101.101 x 10.101 = 102.030.201
1.001.001 x 1.001.001 = 1.002.003.002.001

De acordo com esse padrão, o resultado da multiplicação 1.010.101 × 1.010.101 é igual a:

(A) 1.234.321.
(B) 102.343.201.
(C) 10.023.032.001.
(D) 1.020.304.030.201.
(E) 1.002.003.004.003.002.001.

53. **(FCC TRT-PR 2013)** **Em nosso calendário, há dois tipos de anos em relação à sua duração: os bissextos, que duram 366 dias, e os não bissextos, que duram 365 dias. O texto abaixo descreve as duas únicas situações em que um ano é bissexto.**

− Todos os anos múltiplos de 400 são bissextos – exemplos: 1600, 2000, 2400, 2800.
− Todos os anos múltiplos de 4, mas não múltiplos de 100, também são bissextos – exemplos: 1996, 2004, 2008, 2012.

Sendo n o total de dias transcorridos no período que vai de 1º de janeiro de 1898 até 31 de dezembro de 2012, uma expressão numérica cujo valor é igual a n é:

(A) 29 + 365 x (2012 − 1898 + 1).
(B) 28 + 365 x (2012 − 1898).
(C) 28 + 365 x (2012 − 1898 + 1).
(D) 29 + 365 x (2012 − 1898).
(E) 30 + 365 x (2012 − 1898).

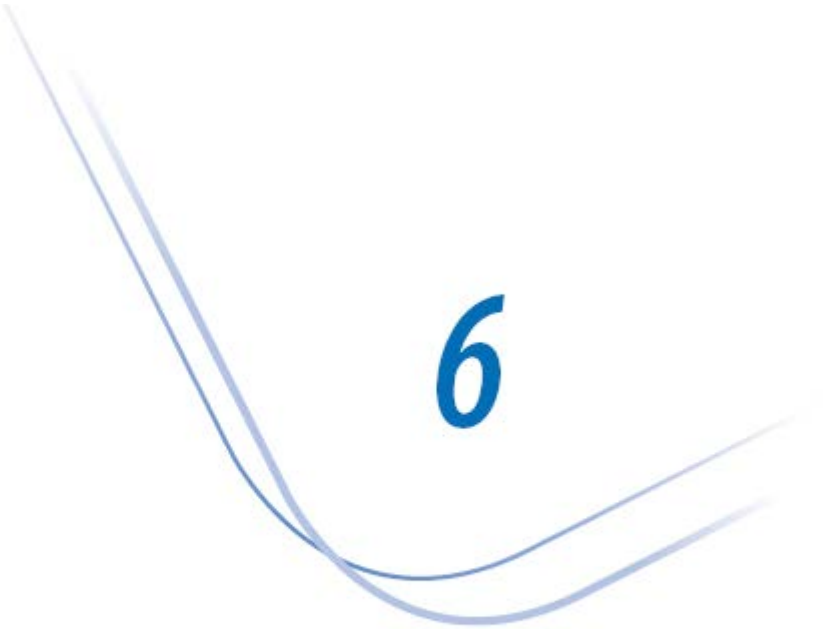
54. **(FCC AL-PE 2014)** **O dia 4 de março de 2014 foi uma terça-feira. Sendo assim, é correto afirmar que o dia 4 de março de 2015 será.**

(A) segunda-feira.
(B) quarta-feira.
(C) quinta-feira.
(D) domingo.
(E) terça-feira.

GABARITO

01. A	02. B	03. A	04. D	05. C	06. A	07. D	08. D	09. B
10. A	11. C	12. A	13. D	14. D	15. D	16. E	17. B	18. B
19. D	20. E	21. C	22. B	23. A	24. C	25. D	26. B	27. B
28. D	29. E	30. D	31. E	32. E	33. D	34. D	35. A	36. C

37. D	38. B	39. C	40. D	41. C	42. D	43. D	44. C	45. C
46. C	47. A	48. B	49. E	50. D	51. D	52. D	53. C	54. B



6

RACIOCÍNIO ANALÍTICO

"Eu não posso ensinar nada a ninguém,
eu apenas posso ensiná-lo a pensar." (Sócrates)

6.1. INTRODUÇÃO

Nesse capítulo, iremos estudar o raciocínio analítico. Esse tipo de raciocínio lógico tem como finalidade testar a sua capacidade de analisar situações, eventos, hipóteses fornecidas e, o mais importante, a sua capacidade de reflexão sobre o problema exposto. As questões clássicas sobre esse tema são: associação lógica, verdade e mentira, quem é o culpado etc.

A metodologia utilizada nesse capítulo será a de prática/teoria. Iremos aprender praticando as principais questões de concurso. Antes de iniciar o treinamento, seguem algumas dicas básicas:

☑ ***Dica 1:***

Não tente deduzir. Você deve encontrar a hipótese que coincida com a informação fornecida pelo enunciado.

☑ ***Dica 2:***

Faça um resumo do enunciado e veja que tema está sendo cobrado: "verdade e mentira", "encontre o culpado" etc.

☑ ***Dica 3:***

Tenha calma!

6.2. TREINAMENTO COMENTADO

Caso 1: Associação lógica

O objetivo desse estilo de questão é relacionar os fatos informados, respeitando as restrições informadas.

> ☑ ***Dica:***
>
> Nesse caso, o princípio da não contradição será a chave para encontrarmos a resposta correta!

1. (FCC) A tabela indica os plantões de funcionários de uma repartição pública em três sábados consecutivos:

11/Setembro	18/Setembro	25/Setembro
Cristina	Ricardo	Silvia
Beatriz	Cristina	Beatriz
Julia	Fernanda	Ricardo

Dos seis funcionários indicados na tabela, 2 são da área administrativa e 4 são da área de informática. Sabe-se que para cada plantão de sábado são convocados 2 funcionários da área de informática, 1 da área administrativa e que Fernanda é da área de informática. Um funcionário que necessariamente é da área de informática é:

(A) Beatriz
(B) Cristina.
(C) Júlia.
(D) Ricardo.
(E) Silvia.

Resolução:

A única certeza que possuímos é que Fernanda é de informática. Por isso, vamos começar pela segunda coluna, pois é a única em que Fernanda aparece. Você deve estar se perguntando: como resolver? É simples! Vamos utilizar o método da suposição!

• 1º passo:

Vamos supor que Cristina é da área de informática. Não esqueça que em cada plantão dois são da área de informática e da área administrativa. Fazendo a suposição que Cristina é da área de informática, logo, Ricardo é da área administrativa. A partir dessas informações, temos as seguintes conclusões:

11/setembro	18/setembro	25/setembro
Cristina I	Ricardo A	Silvia I
Beatriz I	Cristina I	Beatriz I
Julia A	Fernanda I	Ricardo A

• 2º passo:

Vamos supor que Ricardo é da área de informática, logo, Cristina é da área administrativa. Esta nos fornecerá as seguintes conclusões:

11/setembro	18/setembro	25/setembro
Cristina A	Ricardo I	Silvia A
Beatriz I	Cristina A	Beatriz I
Julia I	Fernanda I	Ricardo I

Comparando as possibilidades, temos:

11/setembro	18/setembro	25/setembro

Cristina I A	Ricardo A I	Silvia I A
Beatriz I I	Cristina I A	Beatriz I I
Julia A I	Fernanda I I	Ricardo A I

A única pessoa que sempre será da área de informática é Beatriz.

Resposta: letra A.

---

2. (FCC) Certo dia, três técnicos distraídos, André, Bruno e Carlos, saíram do trabalho e cada um foi a um local antes de voltar para casa. Mais tarde, ao regressarem para casa, cada um percebeu que havia esquecido um objeto no local em que havia estado. Sabe-se que:

– Um deles esqueceu o guarda-chuva no bar, e outro, a agenda na pizzaria;

– André esqueceu um objeto na casa da namorada;

– Bruno não esqueceu a agenda e nem a chave de casa.

É verdade que:

(A) Carlos foi a um bar.

(B) Bruno foi a uma pizzaria.

(C) Carlos esqueceu a chave de casa.

(D) Bruno esqueceu o guarda-chuva.

(E) André esqueceu a agenda.

Resolução:

Nessa questão, utilizaremos o método da exclusão.

"Um deles esqueceu o guarda-chuva no bar e outro, a agenda na pizzaria."

Conclusão: guarda-chuva – bar.

agenda – pizzaria.

"André esqueceu um objeto na casa da namorada."

Conclusão: André não foi nem bar nem a pizzaria, logo, ele esqueceu a chave.

"Bruno não esqueceu a agenda nem a chave de casa."

Conclusão: Bruno não foi à pizzaria nem a casa da namorada, logo, Bruno foi ao bar.

Conclusão final:

Bruno – bar – guarda-chuva

André – casa da namorada – chave

Carlos – pizzaria – agenda.

Resposta: letra *D.*

---

3. (FCC) Certo dia, três auxiliares judiciários – Alcebíades, Benevides e Corifeu – executaram, num dado período, um único tipo de tarefa cada um. Considere que:

- **as tarefas por eles executadas foram: expedição de correspondências, arquivamento de documentos e digitação de textos;**
- **os períodos em que as tarefas foram executadas foram: das 8 às 10 horas, das 10 às 12 horas e das 14 às 16 horas;**
- **Corifeu efetuou a expedição de correspondências;**
- **o auxiliar que arquivou documentos o fez das 8 às 10 horas;**
- **Alcebíades executou sua tarefa das 14 às 16 horas.**

Nessas condições, é correto afirmar que:

(A) Alcebíades arquivou documentos.

(B) Corifeu executou sua tarefa 8 às 10 horas.

(C) Benevides arquivou documentos.

(D) Alcebíades não digitou textos.
(E) Benevides digitou textos.

Resolução:

Nessa questão utilizaremos o método da exclusão.
"Corifeu efetuou a expedição de correspondências."
Conclusão: Corifeu efetuou a expedição de correspondências.
"O auxiliar que arquivou documentos o fez das 8 às 10 horas."
Conclusão:
O auxiliar ou é Alcebíades ou Benevides.
Corifeu não fez seu serviço das 8 às 10 horas.
"Alcebíades executou sua tarefa das 14 às 16 horas."
Conclusão:
Auxiliar é Benevides.
Corifeu – 10h às 12h.
Alcebíades fez a digitação.

Conclusão final:
Corifeu – expedição – 10h às 12h.
Alcebíades – digitação – 14h às 16h.
Benevides – arquivamento – 8h às 10h.

Resposta: letra C.

---

4. **(FCC PM BAHIA 2007) Durante a perícia feita em uma residência assaltada, foram encontrados os seguintes vestígios que, com certeza, haviam sido deixados pelos assaltantes:**

- **uma lata vazia de refrigerante;**
- **uma lata vazia de cerveja;**
- **um fio de cabelo loiro;**
- **um toco de cigarro.**

Após a realização da perícia, a polícia concluiu que os assaltantes eram apenas dois e que eles se encontravam entre cinco suspeitos – Alceste, Boni, Calunga, Dorival e Eufrásio – cujas características são as seguintes:

- **Alceste: só bebe refrigerante, tem cabelos loiros e não fuma.**
- **Boni: bebe cerveja e refrigerante, tem cabelos pretos e não fuma.**
- **Calunga: não bebe refrigerante e nem cerveja, é ruivo e fuma cigarros.**
- **Dorival: só bebe cerveja, tem cabelos loiros e não fuma.**
- **Eufrásio: só bebe refrigerante, é totalmente careca e fuma cigarros.**

Com base nas informações dadas, é correto afirmar que os assaltantes eram:

(A) Alceste e Boni.
(B) Dorival e Eufrásio.
(C) Boni e Calunga.
(D) Calunga e Dorival.
(E) Alceste e Eufrásio.

Resolução:

Nesse caso, teremos que comparar as duplas e aquela que possuir todos os elementos será a culpada.

Culpados	Refrigerante	Cerveja	Loiro	Cigarro

Alternativa A: Alceste e Boni são os assaltantes.
– Alceste: só bebe refrigerante, tem cabelos loiros e não fuma.
– Boni: bebe cerveja e refrigerante, tem cabelos pretos e não fuma.
– Calunga: não bebe refrigerante nem cerveja, é ruivo e fuma cigarros.
– Dorival: só bebe cerveja, tem cabelos loiros e não fuma.
– Eufrásio: só bebe refrigerante, é totalmente careca e fuma cigarros.

Culpados	Refrigerante	Cerveja	Loiro	Cigarro
Alceste	SIM	NÃO	SIM	NÃO
Boni	SIM	SIM	NÃO	NÃO

Não pode ser a letra A, pois ambos não fumam.
Alternativa B: Dorival e Eufrásio são os assaltantes.
– Alceste: só bebe refrigerante, tem cabelos loiros e não fuma.
– Boni: bebe cerveja e refrigerante, tem cabelos pretos e não fuma.
– Calunga: não bebe refrigerante nem cerveja, é ruivo e fuma cigarros.
– Dorival: só bebe cerveja, tem cabelos loiros e não fuma.
– Eufrásio: só bebe refrigerante, é totalmente careca e fuma cigarros.

Culpados	Refrigerante	Cerveja	Loiro	Cigarro
Dorival	NÃO	SIM	SIM	NÃO
Eufrásio	SIM	NÃO	NÃO	SIM

Essa dupla possui os quatros elementos, logo, é a nossa dupla de assaltantes.

Resposta: letra B.

---

5. (ESAF Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão 2006) Sete meninos, Armando, Bernardo, Cláudio, Délcio, Eduardo, Fábio e Gelson, estudam no mesmo colégio e na mesma turma de aula. A direção da escola acredita que se esses meninos forem distribuídos em duas diferentes turmas de aula haverá um aumento em suas respectivas notas. A direção propõe, então, a formação de duas diferentes turmas: a turma T1 com 4 alunos e a turma T2 com 3 alunos. Dadas as características dos alunos, na formação das novas turmas, Bernardo e Délcio devem estar na mesma turma. Armando não pode estar na mesma turma nem com Bernardo, nem com Cláudio. Sabe-se que, na formação das turmas, Armando e Fábio foram colocados na turma T1. Então, necessariamente, na turma T2, foram colocados os seguintes alunos:

(A) Cláudio, Délcio e Gelson.
(B) Bernardo, Cláudio e Gelson.
(C) Cláudio, Délcio e Eduardo.
(D) Bernardo, Cláudio e Délcio.
(E) Bernardo, Cláudio e Eduardo.

Resolução:

Essa questão merece o comentário: que vacilo da ESAF!
1º degrau: resumo do enunciado.
T1 4 alunos e T2 3 alunos.
Bernardo e Délcio juntos.

Com essa informação de que Bernardo e Délcio aparecem juntos, já mataríamos a questão, devido às respostas. Em nossas alternativas devem aparecer os dois juntos ou não ter os dois juntos. Logo, a única resposta que sobra é a letra D.

Armando não pode estar na mesma turma nem com Bernardo, nem com Cláudio.

Conclusão: Bernardo, Claudio e Délcio estão na mesma turma.

Armando e Fábio foram colocados na turma T1.

Sobram somente duas vagas e Bernardo, Claudio e Délcio devem estar juntos; logo, eles não pertencem ao grupo T1.

Conclusão final:

T2: Bernardo, Cláudio e Délcio.

Resposta: letra D.

---

6. (ESAF AFC 2006) Cinco irmãs nasceram, cada uma em um Estado diferente do Brasil. Lúcia é morena como a cearense, é mais moça do que a gaúcha e mais velha do que Maria. A cearense, a paulista e Helena gostam de teatro tanto quanto Norma. A paulista, a mineira e Lúcia são, todas, psicólogas. A mineira costuma ir ao cinema com Helena e Paula. A paulista é mais moça do que a goiana, mas é mais velha do que a mineira; esta, por sua vez, é mais velha do que Paula. Logo:

(A) Norma é gaúcha, a goiana é mais velha do que a mineira, e Helena é mais moça do que a paulista.
(B) Paula é gaúcha, Lúcia é mais velha do que Helena, e a mineira é mais velha do que Maria.
(C) Norma é mineira, a goiana é mais velha do que a gaúcha, e Maria é mais moça do que a cearense.
(D) Lúcia é goiana, a gaúcha é mais moça do que a cearense, e Norma é mais velha do que a mineira.
(E) Paula é cearense, Lúcia é mais velha do que a paulista, e Norma é mais moça do que a gaúcha.

Resolução:

1º degrau: resumo das sentenças.

1) Lúcia é morena como a cearense, é mais moça do que a gaúcha e mais velha do que Maria.

2) A cearense, a paulista e Helena gostam de teatro tanto quanto Norma.

3) A paulista, a mineira e Lúcia são, todas, psicólogas.

4) A mineira costuma ir ao cinema com Helena e Paula.

5) A paulista é mais moça do que a goiana, mas é mais velha do que a mineira; esta, por sua vez, é mais velha do que Paula.

No caso da sentença 5, é necessário saber o estado em que cada uma nasceu.

Vamos construir a tabela base.

	CE	MG	SP	RG	GO
Lúcia					
Helena					
Paula					
Norma					
Maria					

Vamos analisar as sentenças e tirar as conclusões.

1) Lúcia é morena como a cearense, é mais moça do que a gaúcha e mais velha do que Maria.

Conclusão: Lúcia não é cearense e não é gaúcha.

Maria não é gaúcha nem cearense.

	CE	MG	SP	RG	GO
Lúcia	NÃO			NÃO	
Helena					

Paula					
Norma					
Maria	NÃO			NÃO	

2) A cearense, a paulista e Helena gostam de teatro tanto quanto Norma.
Conclusão: Helena e Norma não são cearenses nem paulistas.

	CE	MG	SP	RG	GO
Lúcia	NÃO			NÃO	
Helena	NÃO		NÃO		
Paula	*SIM*	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Norma	NÃO		NÃO		
Maria	NÃO			NÃO	

Como descobrimos que Paula é cearense, então fechamos a coluna CE e a linha de Paula.
3) A paulista, a mineira e Lúcia são, todas, psicólogas.
Conclusão: Lúcia não é paulista nem mineira.

	CE	MG	SP	RG	GO
Lúcia	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
Helena	NÃO		NÃO		NÃO
Paula	*SIM*	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Norma	NÃO		NÃO		NÃO
Maria	NÃO	NÃO	*SIM*	NÃO	NÃO

Como descobrimos que Lúcia é goiana, então fechamos a coluna GO.
Na coluna SP, sobrou uma possibilidade, logo, Maria é paulista.
4) A mineira costuma ir ao cinema com Helena e Paula.
Conclusão: Helena não é mineira.

	CE	MG	SP	RG	GO
Lúcia	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
Helena	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	NÃO
Paula	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Norma	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO
Maria	NÃO	NÃO	SIM	NÃO	NÃO

Como sabemos que Helena é gaúcha, fechamos a 4ª coluna.
Conclusão parcial:
Paula é cearense.
Lúcia é goiana.
Helena é gaúcha.
Norma é mineira.
Maria é paulista.

5) A paulista é mais moça do que a goiana, mas é mais velha do que a mineira; esta, por sua vez, é mais velha do que Paula.

Conclusão: Maria é mais moça que Lúcia.

Maria é mais velha que Norma.

Norma é mais velha que Paula.

Resposta: letra E.

---

7. (ESAF AFRFB 2009) Três meninos, Zezé, Zozó e Zuzu, todos vizinhos, moram na mesma rua em três casas contíguas. Todos os três meninos possuem animais de estimação de raças diferentes e de cores também diferentes. Sabe-se que o cão mora em uma casa contígua à casa de Zozó; a calopsita é amarela; Zezé tem um animal de duas cores – branco e laranja –; a cobra vive na casa do meio. Assim, os animais de estimação de Zezé, Zozó e Zuzu são, respectivamente:

(A) cão, cobra, calopsita.
(B) cão, calopsita, cobra.
(C) calopsita, cão, cobra.
(D) calopsita, cobra, cão.
(E) cobra, cão, calopsita.

Resolução:

Temos três meninos, três animais e três cores diferentes.

Vamos montar a tabela.

	Cão	Cobra	Calopsita
Zezé			
Zozó			
Zuzu			

1ª informação: “o cão mora em uma casa contígua à casa de Zozó”.

Conclusão: Zozó não tem um cão.

	Cão	Cobra	Calopsita
Zezé			
Zozó	Não		
Zuzu			

2ª informação: “calopsita é amarela e Zezé tem um animal de duas cores – branco e laranja”.

Conclusão: Zezé não tem uma calopsita.

	Cão	Cobra	Calopsita
Zezé			Não
Zozó	Não		
Zuzu			

3ª informação: “a cobra vive na casa do meio”.

A cobra vive na casa do meio, logo:

	Cobra	

O cão mora em uma casa contígua à casa de Zozó, então Zozó é o dono da cobra.

Dica: casa contígua = casa do lado.

	Cão	Cobra	Calopsita
Zezé			Não
Zozó	Não	Sim	Não
Zuzu			

Analisando essa tabela, podemos concluir que Zuzu é dono da calopsita.

	Cão	Cobra	Calopsita
Zezé			Não
Zozó	Não	Sim	Não
Zuzu	Não	Não	Sim

Analisando essa tabela, podemos concluir que Zuzu é dono da calopsita.

Zezé é dono do cão.

Conclusão:

Zezé é dono do cão.

Zozó é dono da cobra.

Zuzu é dono da calopsita.

Resposta: letra A.

---

8. (FCC INSS 2012) Abaixo estão listadas cinco proposições a respeito de Maria, Luís, Paula e Raul, sendo que, entre parênteses, está indicado se a proposição é verdadeira (V), ou falsa (F).

– Maria tem 20 anos de idade (F).
– Luís é marido de Maria (V).
– Paula é irmã caçula de Maria (F).
– Raul é filho natural de Luís (V).
– Luís já foi casado duas vezes (V).

Das informações do enunciado, é correto afirmar que:

(A) Paula é tia de Raul.
(B) Luís é mais novo do que Maria.
(C) Paula tem mais do que 20 anos.
(D) Raul é mais novo do que Luís.
(E) Luís é mais velho do que Maria.

Resolução:

Conclusão (proposições verdadeiras):

– Maria não tem de 20 anos de idade.

– Luís é marido de Maria.

– Paula não é irmã caçula de Maria.

– Raul é filho natural de Luís.

– Luís já foi casado duas vezes.

Dica: Raul é filho natural de Luís, logo, Raul é mais novo que Luís.

Resposta: letra B.

9. (FCC TRT-AL 2014) Álvaro, Bianca, Cléber e Dalva responderam uma prova de três perguntas, tendo que assinalar verdadeiro (V) ou falso (F) em cada uma. A tabela indica as respostas de cada uma das quatro pessoas às três perguntas.

	Pergunta 1	Pergunta 2	Pergunta 3
Álvaro	V	V	F
Bianca	V	F	F
Cléber	F	F	V
Dalva	F	V	F

Dentre as quatro pessoas, sabe-se que apenas uma acertou todas as perguntas, apenas uma errou todas as perguntas, e duas erraram apenas uma pergunta, não necessariamente a mesma. Sendo assim, é correto afirmar que:

(A) Bianca acertou todas as perguntas.
(B) Álvaro errou a pergunta 3.
(C) Cléber errou todas as perguntas.
(D) Dalva acertou todas as perguntas.
(E) Duas pessoas erraram a pergunta 3.

Resolução:

Comentário: podemos utilizar o método da suposição.

• 1º teste: Álvaro acertou todas as questões.

Conclusão:

Bianca: acertou duas, Cléber: errou todas e Dalva: acertou duas.

Essa suposição satisfaz as condições informadas na questão, que são: “uma acertou todas as perguntas, apenas uma errou todas as perguntas, e duas erraram apenas uma pergunta”.

• 2º teste: Bianca acertou todas as questões.

Conclusão:

Álvaro: acertou duas e Cléber: acertou uma (errou duas).

Obs.: não satisfaz as condições.

• 3º teste: Cléber acertou todas as questões.

Conclusão:

Álvaro: errou todas, Bianca: acertou 1 (errou duas).

Obs.: não satisfaz as condições.

• 4º teste: Dalva acertou todas as questões.

Conclusão:

Álvaro: acertou duas, Bianca: acertou uma (errou duas).

Obs.: não satisfaz as condições.

Resposta: letra C.

10. (CESGRANRIO IBGE 2013) Um professor escolheu três alunos de sua turma para fazerem seminários sobre

medidas de tendência central: João, Carlos e Maria. A média aritmética, a mediana e a moda foram as medidas escolhidas pelo professor para serem os temas dos seminários. Cada um dos alunos abordou apenas uma das três medidas de tendência central, sendo que, ao final, cada uma delas foi tema de algum seminário. Sabe-se que:

- **Sobre a mediana, falou João ou Maria;**
- **Sobre a moda, falou Maria ou Carlos;**
- **Sobre a média aritmética, falou Carlos ou Maria;**
- **Ou João falou sobre a média aritmética, ou Carlos falou sobre a moda.**

A média aritmética, a mediana e a moda foram, respectivamente, os temas dos seminários de:

(A) Maria, João e Carlos.
(B) João, Maria e Carlos.
(C) Maria, Carlos e João.
(D) Carlos, Maria e João.
(E) Carlos, João e Maria.

Resolução:

Resumo: cada um dos alunos abordou apenas uma das três medidas de tendência central, sendo que, ao final, cada uma delas foi tema de algum seminário.

Comentário: podemos utilizar a técnica da suposição.

Suposição: João falou sobre a mediana.

• Ou João falou sobre a média aritmética, ou Carlos falou sobre a moda.

Essa proposição temos apenas uma informação verdadeira (no "ou... ou" símbolos diferentes apresentam um resultado verdadeiro), logo, a proposição "Carlos falou da moda" seria a nossa verdade.

Conclusão parcial, porém precisa ser confirmada:

João falou sobre a mediana (suposição).

Carlos falou sobre a moda (dedução).

Dessa forma, Maria ficou com a média aritmética.

Vamos testar as afirmações realizadas!

• Sobre a mediana, falou João ou Maria (V F = V, no conectivo ou).

• Sobre a moda, falou Maria ou Carlos (F V = V, no conectivo ou).

• Sobre a média aritmética, falou Carlos ou Maria (F V = V, no conectivo ou).

Conclusão: não tivemos contradição nessa suposição, ou seja, todas as premissas testadas apresentaram um valor verdadeiro.

Resposta: letra A.

---

11. (FCC TRT PE 2012) Em um torneio de futebol, as equipes ganham 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto em caso de derrota. Na 1ª fase desse torneio, as equipes são divididas em grupos de quatro, realizando um total de seis jogos (dois contra cada um dos outros três times do grupo). Classificam-se para a 2ª fase as duas equipes com o maior número de pontos. Em caso de empate no número de pontos entre duas equipes, prevalece aquela com o maior número de vitórias.

A tabela resume o desempenho dos times de um dos grupos do torneio, após cada um ter disputado cinco jogos.

Equipe	Jogos realizados	Vitórias	Empates	Derrotas
Arranca Toco	5	3	1	1
Bola Murcha	5	2	0	3
Canela Fina	5	1	3	1
Espanta Sapo	5	1	2	2

Sabendo que, na última rodada desse grupo, serão realizados os jogos Arranca Toco *x* Espanta Sapo e Bola Murcha *x* Canela Fina, avalie as afirmações a seguir.

I. A equipe Arranca Toco já está classificada para a 2ª fase, independentemente dos resultados da última rodada.

II. Para que a equipe Canela Fina se classifique para a 2ª fase, é necessário que ela vença sua partida, mas pode não ser suficiente.

III. Para que a equipe Espanta Sapo se classifique para a 2ª fase, é necessário que ela vença sua partida, mas pode não ser suficiente.

Está correto o que se afirma em:

(A) I, II e III.
(B) I, apenas.
(C) I e II, apenas.
(D) II e III, apenas.
(E) I e III, apenas.

Resolução:

Temos a seguinte pontuação:

Arranca Toco = 10 pontos.

Bola Murcha = 6 pontos.

Canela Fina = 6 pontos.

Espanta Sapo = 5 pontos.

Agora, vamos analisar as afirmações.

I. A equipe Arranca Toco já está classificada para a segunda fase, independentemente dos resultados da última rodada. Afirmação verdadeira, pois a equipe Arranca Toco tem 4 pontos de vantagem e não pode ser alcançada, pois a vitória vale 3 pontos.

II. Para que a equipe Canela Fina se classifique para a segunda fase, é necessário que ela vença sua partida, mas pode não ser suficiente.

Afirmação falsa. A equipe Canela Fina disputa com a equipe Bola Murcha, logo, a equipe Canela Fina, para se classificar, é necessário que vença o jogo. A vitória da equipe Canela Fina é suficiente para a classificação.

III. Para que a equipe Espanta Sapo se classifique para a segunda fase, é necessário que ela vença sua partida, mas pode não ser suficiente. Afirmação verdadeira, pois se no jogo Bola Murcha e Canela Fina ocorrer um ganhador, então a vitória do Espanta Sapo não será suficiente.

Resposta: letra E.

---

12. (ESAF MPU – Administrativa – 2004) Em torno de uma mesa quadrada, encontram-se sentados quatro sindicalistas. Oliveira, o mais antigo entre eles, é mineiro. Há também um paulista, um carioca e um baiano. Paulo está sentado à direita de Oliveira. Norton, à direita do paulista. Por sua vez, Vasconcelos, que não é carioca, encontra-se à frente de Paulo. Assim,

(A) Paulo é paulista e Vasconcelos é baiano.
(B) Paulo é carioca e Vasconcelos é baiano.
(C) Norton é baiano e Vasconcelos é paulista.
(D) Norton é carioca e Vasconcelos é paulista.
(E) Paulo é baiano e Vasconcelos é paulista.

Resolução:

Resumo do enunciado.

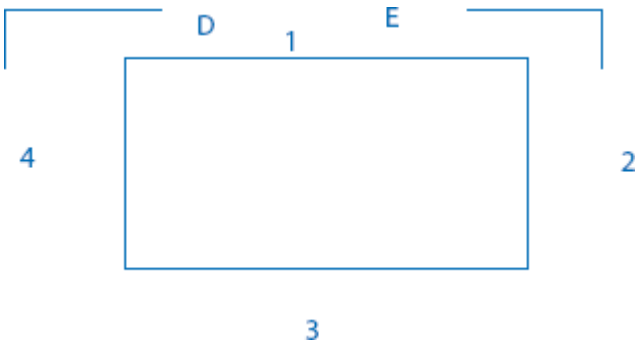
1) Oliveira é o mais antigo e é mineiro.

2) Paulo está à direita de Oliveira.

3) Norton está à direita do paulista.

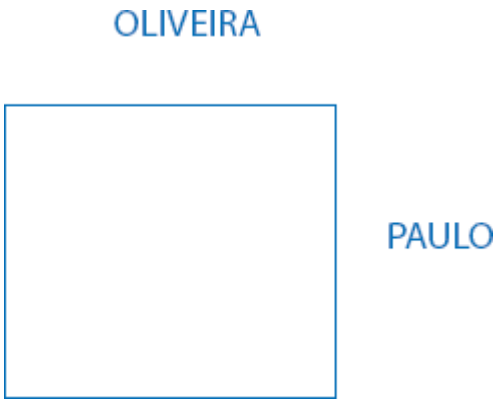
4) Vasconcelos não é carioca e está à frente de Paulo.

Mesa quadrada.



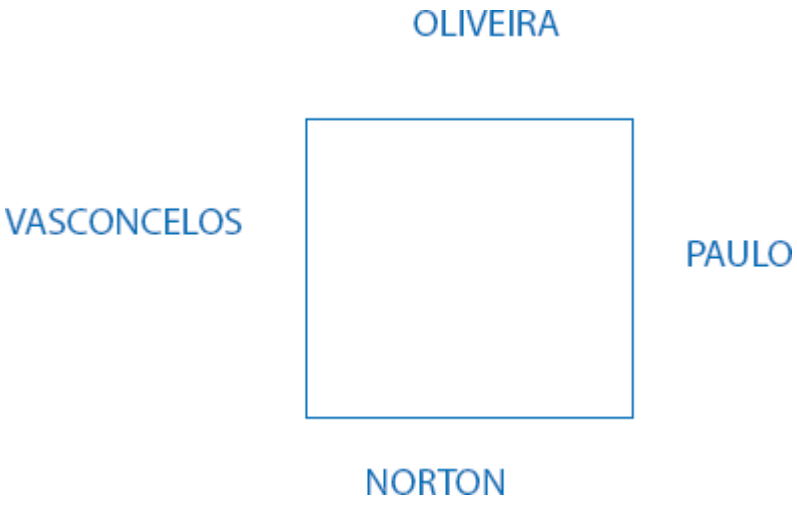
2) Paulo está à direita de Oliveira.

Vamos supor que Oliveira está na posição 1. Como Paulo está à direita de Oliveira, logo, ele estará na posição 2.



3) Vasconcelos não é carioca e está à frente de Paulo.

Podemos concluir que Vasconcelos está na posição 4 e Norton na posição 3.



Conclusão:

Oliveira é mineiro.

Paulo é paulista, pois está à direita de Norton.

Vasconcelos não é mineiro nem paulista nem carioca. Logo, ele é baiano.

Com isso, Norton é carioca.

Resumo da conclusão:

Oliveira é mineiro.

Paulo é paulista.

Norton é carioca.

Vasconcelos é baiano.

Resposta: *letra A.*

Caso 2: Verdade e mentira

A questão deste perfil tem como característica principal verificar a natureza da pessoa ou descobrir quem é o culpado.

Nesse caso, é necessário imaginar hipóteses e verificar a validade de cada uma delas, ou seja, se a hipótese coincide com o enunciado da questão, então foi realizado uma escolha correta. Exemplo: a questão vai dizer que apenas um mentiu ou apenas um falou a verdade (essa informação será o referencial para verificar a veracidade da nossa hipótese).

Se liga!

Existem alguns métodos utilizados para reduzir a quantidade de hipóteses levantadas.

Método 1: perguntas clássicas

Pergunta 1: você é mentiroso?	A resposta sempre será *não*, independente da natureza da pessoa. Logo, esse tipo de pergunta não permite conclusão sobre a natureza (se mente ou fala a verdade).
Pergunta 2: você fala sempre a verdade (veraz)?	A resposta sempre será *sim*, independente da natureza da pessoa. Logo, esse tipo de pergunta não permite conclusão sobre a natureza (se mente ou fala a verdade).

Método 2: afirmações clássicas

Afirmação 1: quando uma pessoa afirma que a outra fala uma verdade. Exemplo: Carlos Henrique disse que Sormnay é veraz.	Nesse caso, podemos concluir que as pessoas citadas na frase são de mesma natureza, ou seja, ou as duas sempre falam a verdade ou as duas sempre mentem.
Afirmação 2: quando uma pessoa afirma que a outra falou uma mentira. Exemplo: Carlos Henrique disse que Ronilton é mentiroso.	Nesse caso, podemos concluir que as pessoas citadas na frase são de natureza distintas, ou seja, um sempre diz a verdade e o outro sempre mente.

Infelizmente, não podemos utilizar esses métodos para todas as questões de Verdades e Mentiras.

Se liga!

Esses métodos são utilizados na verificação de encontrar quem está mentindo.

13. **(FCC) Certo dia, três Técnicos Judiciários – Abel, Benjamim e Caim – foram incumbidos de prestar atendimento ao público, arquivar um lote de documentos e organizar a expedição de correspondências, não respectivamente. Considere que cada um deverá executar um único tipo de tarefa e que, arguidos sobre qual tipo de tarefa deveriam cumprir, deram as seguintes respostas:**

- **aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos;**
- **o encarregado do arquivamento de documentos disse que seu nome era Abel;**
- **o encarregado da expedição de correspondências afirmou que Caim deverá fazer o arquivamento de documentos.**

Se Abel é o único que sempre diz a verdade, então as respectivas tarefas de Abel, Benjamim e Caim são:

(A) atendimento ao público, arquivamento de documentos e expedição de correspondências.
(B) atendimento ao público, expedição de correspondências e arquivamento de documentos.
(C) arquivamento de documentos, atendimento ao público e expedição de correspondências.
(D) expedição de correspondências, atendimento ao público e arquivamento de documentos.
(E) expedição de correspondências, arquivamento de documentos e atendimento ao público.

Resolução:

Nesse tipo de questão de verdade e mentira, utilizaremos o método da suposição. Nesse caso, a hipótese será válida quando encontramos apenas uma frase verdadeira.

Se *liga*!

O Método da suposição é supor hipóteses até encontrar uma hipótese que satisfaça o enunciado. Nesse caso, a hipótese será válida quando encontramos apenas uma frase verdadeira.

1º degrau: retirar o resumo do enunciado.

Abel fala a verdade e dois mentem.

Logo, temos uma pessoa que fala a verdade e duas que mentem.

1. Aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos.
2. O encarregado do arquivamento de documentos disse que seu nome era Abel.
3. O encarregado da expedição de correspondências afirmou que Caim deverá fazer o arquivamento de documentos.

2º degrau: começar o processo de suposição.

Nesse caso, a frase 1 pode ser excluída, pois é uma frase contraditória.

"Aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos." Se essa frase for verdadeira, então Abel será aquele que atendeu ao público; por isso Abel não pode ter dito a frase 1. Não esqueça que Abel sempre fala a verdade. Relação contraditória.

1ª suposição:

O encarregado do arquivamento de documentos disse que seu nome era Abel. (V)

O encarregado da expedição de correspondências afirmou que Caim deverá fazer o arquivamento de documentos. (F)

Aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos. (V)

Possibilidade errada, pois teremos duas pessoas falando a verdade, o que contradiz o enunciado.

Se liga!

Nesse caso, se a frase 2 for verdadeira, Abel será o encarregado do arquivamento e por isso a frase 3 também será verdadeira.

2ª suposição:

O encarregado da expedição de correspondências afirmou que Caim deverá fazer o arquivamento de documentos. (V)

Aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos. (F)

O encarregado do arquivamento de documentos disse que seu nome era Abel. (F)

Podemos concluir que temos duas frases falsas e uma verdadeira. Logo, possibilidade correta.

Conclusão final:

Abel – encarregado de expedição.

Caim – arquivamento.

Benjamim – atendimento ao público.

Resposta: letra D.

14. (ESAF AFC 2002) Cinco aldeões foram trazidos à presença de um velho rei, acusados de haver roubado laranjas do pomar real. Abelim, o primeiro a falar, falou tão baixo que o rei, que era um pouco surdo, não ouviu o que ele disse. Os outros quatro acusados disseram:

Bebelim: Cebelim é inocente.
Cebelim: Dedelim é inocente.
Dedelim: Ebelim é culpado.
Ebelim: Abelim é culpado.

O mago Merlim, que vira o roubo das laranjas e ouvira as declarações dos cinco acusados, disse então ao rei: Majestade, apenas um dos cinco acusados é culpado, e ele disse a verdade; os outros quatro são inocentes e todos os quatro mentiram. O velho rei, que embora um pouco surdo, era muito sábio, logo, concluiu corretamente que o culpado era:

(A) Abelim.
(B) Bebelim.
(C) Cebelim.
(D) Dedelim.
(E) Ebelim.

Resolução:

Essa questão é do tipo "encontrando o culpado", por isso o método utilizado é o da suposição.

1º degrau: resumo do enunciado.

Apenas um falou a verdade, quatro mentiram e o culpado fala a verdade.

2º degrau: resumo das sentenças.

Bebelim: Cebelim é inocente.

Cebelim: Dedelim é inocente.

Dedelim: Ebelim é culpado.

Ebelim: Abelim é culpado.

Nessa questão, iremos testar apenas a primeira e segunda sentença; porque elas se contradizem. Por isso, uma deve ser verdadeira e a outra falsa. Pois se as duas forem mentira, teremos dois culpados.

1ª suposição: o culpado é Bebelim.

Frase	Valor	Situação
Bebelim: Cebelim é inocente.	V	Base.
Cebelim: Dedelim é inocente.	V	Verdadeiro, pois o culpado é Bebelim. Ok!
Dedelim: Ebelim é culpado.	F	Contradição, pois o culpado nessa é Bebelim. Logo, Ebelim é inocente.
Ebelim: Abelim é culpado.	F	Falso, pois o culpado Bebelim.

2ª suposição: o culpado é Cebelim.

Frase	Valor	Situação
Bebelim: Cebelim é inocente.	F	Ok! Afirmativa falsa.
Cebelim: Dedelim é inocente.	V	Base. O culpado é Cebelim, pois ele fala a verdade.
Dedelim: Ebelim é culpado.	F	Ok! Afirmativa falsa.
Ebelim: Abelim é culpado.	F	Ok! Afirmativa falsa.

Conclusão: Cebelim é o culpado.

Resposta: letra C.

Método prático!

Esse método deve ser utilizado no caso de "chute", quando o tempo de prova não permitir resolver a questão com calma. Aliás, um problema sério é que muitos concurseiros deixam questões em branco ou chutam por causa da falta de tempo.

As sentenças 1 e 2 se contradizem, pois se ambas forem mentiras, teremos dois culpados.

Por isso, o culpado ou é Cebelim ou é Bebelim.

Logo, temos duas alternativas possíveis.

15. (ESAF MPU Administrativa 2004) Você está à frente de duas portas. Uma delas conduz a um tesouro; a outra, a uma sala vazia. Cosme guarda uma das portas, enquanto Damião guarda a outra. Cada um dos guardas sempre diz a verdade ou sempre mente, ou seja, ambos os guardas podem sempre mentir, ambos podem sempre dizer a verdade, ou um sempre dizer a verdade e o outro sempre mentir. Você não sabe se ambos são mentirosos, se ambos são verazes, ou se um é veraz e o outro é mentiroso. Mas, para descobrir qual das portas conduz ao tesouro, você pode fazer três (e apenas três) perguntas aos guardas, escolhendo-as da seguinte relação:

P1: O outro guarda é da mesma natureza que você (isto é, se você é mentiroso ele também o é, e se você é veraz ele também o é)?
P2: Você é o guarda da porta que leva ao tesouro?
P3: O outro guarda é mentiroso?
P4: Você é veraz?
Então, uma possível sequência de três perguntas, que é logicamente suficiente para assegurar, seja qual for a natureza dos guardas, que você identifique corretamente a porta que leva ao tesouro, é:

(A) P2 a Cosme, P2 a Damião, P3 a Damião.
(B) P3 a Damião, P2 a Cosme, P3 a Cosme.
(C) P3 a Cosme, P2 a Damião, P4 a Cosme.
(D) P1 a Cosme, P1 a Damião, P2 a Cosme.
(E) P4 a Cosme, P1 a Cosme, P2 a Damião.

Resolução:

Nesse caso, primeiro temos que saber a natureza dos guardas e depois saber quem guarda o tesouro. Logo, nossa primeira pergunta é sobre a natureza, e essa pergunta deve ser feita aos dois. Com isso, já matamos a questão.

Resposta: letra D.

Lembre-se: a contradição ocorre quando repetimos a pergunta e a partir da contradição descobrimos quem é veraz e quem é mentiroso.

Vamos testar a hipótese para tirar as dúvidas.

Pergunta: *O outro guarda é da mesma natureza que você (isto é, se você é mentiroso ele também o é, e se você é veraz ele também o é)?*

Hipótese	P1 Cosme responde	P2 Damião responde
Cosme veraz e Damião veraz	SIM	SIM
Cosme veraz e Damião mentiroso	NÃO	SIM
Cosme mentiroso e Damião veraz	SIM	NÃO
Cosme mentiroso e Damião mentiroso	NÃO	NÃO

Veja que temos a conclusão sobre a natureza dos guardas, pois as respostas apresentadas sempre serão distintas. Por isso, é

possível conhecer a natureza dos guardas. Exemplo: se a primeira e segunda pergunta forem respondidas com sim, sabemos que ambos falam a verdade, conforme quadro *supra*. A terceira é sobre a quem está com o tesouro.

Pergunta: o outro guarda é mentiroso?

Hipótese	P1 Cosme responde	P2 Damião responde
Cosme veraz e Damião veraz	Não	Não
Cosme veraz e Damião mentiroso	Sim	Sim
Cosme mentiroso e Damião veraz	Não	Não
Cosme mentiroso e Damião mentiroso	Não	Não

Observe que as respostas serão iguais, logo não é possível concluir nada sobre a natureza dos guardas.

16. (ESAF Técnico SERPRO 2001) Daniel encontra-se em visita ao país X. Este país é formado por apenas duas tribos, a saber, a tribo dos Nuncamentem e a dos Semprementem. Embora utilizem exatamente a mesma língua, os Nuncamentem sempre dizem a verdade, e os Semprementem jamais dizem a verdade. Daniel ainda não domina o idioma local. Sabe que "balá" e "melé" são as palavras utilizadas para significar "sim" e "não". O que Daniel não sabe é qual delas significa "sim" e qual delas significa "não". Daniel encontra três amigos, habitantes de X, sem saber quantos deles são Nuncamentem e quantos são Semprementem. Daniel pergunta a cada um dos três separadamente: "Os teus dois amigos são Nuncamentem?". A esta pergunta, todos os três respondem "balá". A seguir, Daniel pergunta a cada um dos três separadamente: "Os teus dois amigos são Semprementem?". A esta pergunta, os dois primeiros respondem "balá", enquanto o terceiro responde "melé". Daniel pode, então, concluir corretamente que:

(A) exatamente dois amigos são Semprementem e "balá" significa "sim".
(B) exatamente dois amigos são Nuncamentem e "balá" significa "sim".
(C) exatamente dois amigos são Semprementem e "balá" significa "não".
(D) os três amigos são Semprementem e "balá" significa "não".
(E) exatamente dois amigos são Nuncamentem e "balá" significa "não".

Resolução:

1º degrau: resumo do enunciado.

Existem duas tribos, Semprementem (verdadeiros) e Nuncamente (mentirosos).

Não sabemos a quantidade de pessoas de cada tribo nem o significado da balá e melé, apenas que representam sim e não.

1) Pergunta: "Os teus dois amigos sempre dizem a verdade?"

O 1º habitante responde: balá.

O 2º habitante responde: balá.

O 3º habitante responde: balá.

2) Pergunta: "Os teus dois amigos sempre mentem?"

O 1º habitante responde: balá.

O 2º habitante responde: balá.

O 3º habitante responde: melé.

A conclusão que temos é que os dois primeiros habitantes são da mesma tribo, pois as respostas foram iguais. Nesse caso, temos apenas duas opções VVF ou FFV.

2º degrau:

1ª suposição: VVF

"Os teus dois amigos sempre dizem a verdade?"

	Resposta	Comentário

1º habitante Nuncamentem	balá	Ele deve responder *não*, pois um amigo fala a verdade e outro mente.
2º habitante Nuncamentem	balá	Ele deve responder *não*, pois um amigo fala a verdade e outro mente.
2º habitante Semprementem	balá	Ele dever dizer *não*, pois ele sempre mente e se ele respondesse sim estaria falando a verdade.

Não tivemos contradição, logo, podemos concluir que *balá* é *não* e *melé* é *sim.*

Vamos testar a segunda suposição:

O 1º habitante responde: balá.

O 2º habitante responde: balá.

O 3º habitante responde: balá.

"Os teus dois amigos sempre mentem?"

	Resposta	Comentário
1º habitante Nuncamentem	balá	Ele deve responder *não*, pois um amigo fala a verdade e outro mente.
2º habitante Nuncamentem	balá	Ele deve responder *não*, pois um amigo fala a verdade e outro mente.
3º habitante Semprementem	melé	Ele dever dizer *sim*, pois ele sempre mente. Lembre-se: os dois amigos dele nunca mentem.

Podemos observar que nossa suposição está certa.

Resposta: letra E.

---

17. **(ESAF AFC/CGU 2003/2004) Três homens são levados à presença de um jovem lógico. Sabe-se que um deles é um honesto marceneiro, que sempre diz a verdade.**
Sabe-se, também, que um outro é um pedreiro, igualmente honesto e trabalhador, mas que tem o estranho costume de sempre mentir, de jamais dizer a verdade. Sabe-se, ainda, que o restante é um vulgar ladrão que ora mente, ora diz a verdade. O problema é que não se sabe quem, entre eles, é quem. À frente do jovem lógico, esses três homens fazem, ordenadamente, as seguintes declarações:
O primeiro diz: "Eu sou o ladrão."
O segundo diz: "É verdade; ele, o que acabou de falar, é o ladrão."
O terceiro diz: "Eu sou o ladrão."
Com base nestas informações, o jovem lógico pode, então, concluir corretamente que:

(A) O ladrão é o primeiro e o marceneiro é o terceiro.
(B) O ladrão é o primeiro e o marceneiro é o segundo.
(C) O pedreiro é o primeiro e o ladrão é o segundo.
(D) O pedreiro é o primeiro e o ladrão é o terceiro.
(E) O marceneiro é o primeiro e o ladrão é o segundo.

Resolução:

Resumo do enunciado:

O marceneiro sempre diz a verdade.

O pedreiro tem o costume de sempre mentir.

O ladrão ora mente, ora diz a verdade.

Nesse caso, a questão foi legal: como o marceneiro sempre diz a verdade, ele não poderá ocupar nem a primeira nem a terceira posição, pois ele é inocente.

Logo, o marceneiro foi o segundo, e como ele fala sempre a verdade, podemos concluir que a frase *"É verdade; ele, o que acabou de falar, é o ladrão"* é verdadeira e, por isso, o ladrão é o primeiro.

Resposta: letra B.

---

18. (FCC TRT-SP 2014) Em certo planeta de uma galáxia distante, existem apenas dois partidos, o BEM e o MAL. Quando são perguntados sobre qualquer assunto, os habitantes desse planeta sempre respondem com uma única dentre as duas seguintes palavras: sim ou não. Porém, os integrantes do BEM sempre respondem a verdade, enquanto que os integrantes do MAL necessariamente mentem. Zip e seu irmão Zap são habitantes desse planeta, sendo o primeiro um integrante do BEM e o segundo, do MAL. Dentre as perguntas a seguir, qual é a única que, se for feita tanto para Zip quanto para Zap, gerará respostas diferentes?

(A) Seu irmão é mentiroso?
(B) Você é mentiroso?
(C) Você é o Zip?
(D) Zip é mentiroso?
(E) Seu irmão chama-se Zip?

Resolução:

O nosso objetivo é encontrar respostas diferentes para uma mesma pergunta. Lembre-se que Zip fala sempre a verdade e Zap sempre mente.

Teste 1: Seu irmão é mentiroso?

Zip: Sim (resposta verdadeira, pois o irmão dele é mentiroso).

Zap: Sim (resposta falsa, pois o irmão dele não é mentiroso).

Encontramos respostas iguais, então vamos continuar.

Teste 2: Você é mentiroso?

Zip: Não (resposta verdadeira, pois ele não é mentiroso).

Zap: Não (resposta falsa, pois ele é mentiroso).

Encontramos respostas iguais, então vamos continuar.

Teste 3: Você é o Zip?

Zip: Sim (resposta verdadeira, pois ele é ZIP).

Zap: Sim (resposta falsa, pois não é ZIP).

Encontramos respostas iguais, então vamos continuar.

Teste 4: Zip é mentiroso?

Zip: Não (resposta verdadeira, pois ele é ZIP).

Zap: SIM (resposta falsa, pois ZIP não é mentiroso).

Encontramos respostas diferentes.

Resposta: letra D.

- **Resumo Teórico**

As questões apresentadas no treinamento comentado têm como objetivo aumentar a sua capacidade de verificação das informações contidas no enunciado. Vamos só relembrar as dicas fundamentais!

Não se esqueça das dicas do início do capítulo!

☑ *Dica 1:*

Não tente deduzir. Você deve encontrar a hipótese que coincida com a informação fornecida pelo

enunciado.

☑ *Dica 2:*

Faça um resumo do enunciado e veja que tema está sendo cobrado: “verdade-mentira”, “encontre o culpado” etc.

☑ *Dica 3:*

Tenha calma!

Lembre-se das perguntas clássicas no caso de verdade e mentira!

Métodos de dicas

Pergunta 1: você é mentiroso?	A resposta sempre será *não*, independente da natureza da pessoa. Logo, esse tipo de pergunta não permite conclusão sobre a natureza (se mente ou fala a verdade).
Pergunta 2: você fala sempre a verdade (veraz)?	A resposta sempre será *sim*, independente da natureza da pessoa. Logo, esse tipo de pergunta não permite conclusão sobre a natureza (se mente ou fala a verdade).
Afirmação 3: quando uma pessoa afirma que a outra fala uma verdade. Exemplo: Carlos Henrique disse que Sormnay é veraz.	Nesse caso, podemos concluir que as pessoas citadas na frase são de mesma natureza, ou seja, ou as duas sempre falam a verdade ou as duas sempre mentem.
Afirmação 4: quando uma pessoa afirma que a outra falou uma mentira. Exemplo: Carlos Henrique disse que Ronilton é mentiroso.	Nesse caso, podemos concluir que as pessoas citadas na frase são de natureza distintas, ou seja, um sempre diz a verdade e o outro sempre mente.

6.3. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

19. **(FCC)** **A sentença seguinte é seguida de um número entre parênteses, que corresponde ao número de letras de uma palavra que se aplica à definição dada.**
“Tudo aquilo que não é cópia ou imitação.” (8)
A alternativa onde se encontra a letra inicial de tal palavra é:

(A) A.
(B) O.
(C) P.
(D) Q.
(E) R.

20. **(CESGRANRIO)** **Em um quarto totalmente escuro, há uma gaveta com 3 pares de meias brancas e 4 pares de meias pretas. Devido à escuridão, é impossível ver a cor das meias. Quantas meias devem ser retiradas para que se tenha certeza de que, entre as meias retiradas, haja pelo menos um par de meias pretas?**

(A) 8.
(B) 6.
(C) 5.
(D) 4.

(E) 2.

---

21. **(ESAF MPU 2004)** **Uma empresa produz androides de dois tipos: os de tipo V, que sempre dizem a verdade, e os de tipo M, que sempre mentem. Dr. Turing, um especialista em Inteligência Artificial, está examinando um grupo de cinco androides – rotulados de Alfa, Beta, Gama, Delta e Épsilon –, fabricados por essa empresa, para determinar quantos entre os cinco são do tipo V. Ele pergunta a Alfa: "Você é do tipo M?" Alfa responde, mas Dr. Turing, distraído, não ouve a resposta. Os androides restantes fazem, então, as seguintes declarações:**

Beta: "Alfa respondeu que sim".
Gama: "Beta está mentindo".
Delta: "Gama está mentindo".
Épsilon: "Alfa é do tipo M".

Mesmo sem ter prestado atenção à resposta de Alfa, Dr. Turing pôde, então, concluir corretamente que o número de androides do tipo V, naquele grupo, era igual a:

(A) 1.
(B) 4.
(C) 2.
(D) 5.
(E) 3.

---

22. **(FCC PM BA)** **A seguinte sentença é seguida de um número entre parêntese, o qual corresponde ao número de letras de uma palavra que se aplica à definição dada. "Entrada ilegal de mercadorias no país." (11)**

A letra inicial de tal palavra é:

(A) T.
(B) S.
(C) E.
(D) B.
(E) C.

---

23. **(FCC PM BAHIA 2007)** **Caetano, Gilberto e Eudes, soldados da Polícia Militar do Estado da Bahia, foram designados certo dia para o patrulhamento de trânsito em três bairros – A, B e C – de uma cidade. Indagados sobre seus locais de patrulhamento, forneceram as seguintes informações:**

– o soldado que vai patrulhar o bairro A disse que Caetano vai patrulhar B;
– o soldado que vai patrulhar B disse chamar-se Gilberto;
– o soldado que vai patrulhar C afirmou que Eudes vai patrulhar B.

Como era sabido que apenas Caetano não mentiu, então os bairros que Caetano, Gilberto e Eudes fizeram patrulhamento em tal dia foram, respectivamente,

(A) A, B e C.
(B) A, C e B.
(C) B, C e A.
(D) C, A e B.
(E) C, B e A.

---

24. **(FCC)** **Cada um dos três participantes de um torneio de xadrez deu uma informação sobre o que ocorreu no evento. João disse que Carlos foi o 3º colocado; Alberto disse que João foi o 2º colocado e Carlos atribuiu a si mesmo a 2ª colocação. Sabendo que só o primeiro colocado disse a verdade, deve-se concluir que:**

(A) Alberto foi o 1º colocado.
(B) João foi o 2º colocado.
(C) Alberto foi o 3º colocado.
(D) Carlos foi o 2º colocado.
(E) João foi o 1º colocado.

---

25. **(ESAF)** **Um professor de lógica encontra-se em viagem em um país distante, habitado pelos verdamanos e pelos mentimanos. O que os distingue é que os verdamanos sempre dizem a verdade, enquanto os mentimanos sempre mentem.**

Certo dia, o professor depara-se com um grupo de cinco habitantes locais. Chamemo-los de Alfa, Beta, Gama, Delta e Épsilon. O professor sabe que um e apenas um no grupo é verdamano, mas não sabe qual deles o é. Pergunta, então, a cada um do grupo quem entre eles é verdamano e obtém as seguintes respostas:

Alfa: "Beta é mentimano".

Beta: "Gama é mentimano".

Gama: "Delta é verdamano".

Delta: "Épsilon é verdamano".

Épsilon, afônico, fala tão baixo que o professor não consegue ouvir sua resposta.

Mesmo assim, o professor de lógica conclui corretamente que o verdamano é:

(A) Delta.
(B) Alfa.
(C) Gama.
(D) Beta.
(E) Épsilon.

---

26. **(ESAF)** **Cinco irmãos exercem, cada um, uma profissão diferente. Luís é paulista, como o agrônomo, e é mais moço do que o engenheiro e mais velho do que Oscar. O agrônomo, o economista e Mário residem no mesmo bairro. O economista, o matemático e Luís são, todos, torcedores do Flamengo. O matemático costuma ir ao cinema com Mário e Nédio. O economista é mais velho do que Nédio e mais moço do que Pedro; este, por sua vez, é mais moço do que o arquiteto. Logo,**

(A) Mário é engenheiro, e o matemático é mais velho do que o agrônomo, e o economista é mais novo do que Luís.
(B) Oscar é engenheiro, e o matemático é mais velho do que o agrônomo, e Luís é mais velho do que o matemático.
(C) Pedro é matemático, e o arquiteto é mais velho do que o engenheiro, e Oscar é mais velho do que o agrônomo.
(D) Luís é arquiteto, e o engenheiro é mais velho do que o agrônomo, e Pedro é mais velho do que o matemático.
(E) Nédio é engenheiro, e o arquiteto é mais velho do que o matemático, e Mário é mais velho do que o economista.

---

27. **(ESAF)** **Caio, Décio, Éder, Felipe e Gil compraram, cada um, um barco. Combinaram, então, dar aos barcos os nomes de suas filhas. Cada um tem uma única filha, e todas têm nomes diferentes. Ficou acertado que nenhum deles poderia dar a seu barco o nome da própria filha e que a cada nome das filhas corresponderia um e apenas um barco.**

Décio e Éder desejavam, ambos, dar a seus barcos o nome de Laís, mas acabaram entrando em um acordo: o nome de Laís ficou para o barco de Décio e Éder deu a seu barco o nome de Mara. Gil convenceu o pai de Olga a pôr o nome de Paula em seu barco (isto é, no barco dele, pai de Olga). Ao barco de Caio, coube o nome de Nair, e ao barco do pai de Nair, coube o nome de Olga. As filhas de Caio, Décio, Éder, Felipe e Gil são, respectivamente,

(A) Mara, Nair, Paula, Olga, Laís.
(B) Laís, Mara, Olga, Nair, Paula.
(C) Nair, Laís, Mara, Paula, Olga.
(D) Paula, Olga, Laís, Nair, Mara.
(E) Laís, Mara, Paula, Olga, Nair.

---

28. **(ESAF)** **Numa ilha há apenas dois tipos de pessoas: as que sempre falam a verdade e as que sempre mentem. Um explorador contrata um ilhéu chamado X para servir-lhe de intérprete. Ambos encontram outro ilhéu, chamado Y, e o explorador lhe pergunta se ele fala a verdade. Ele responde na sua língua e o intérprete diz – Ele disse que sim, mas ele pertence ao grupo dos mentirosos. Dessa situação, é correto concluir que:**

(A) Y fala a verdade.
(B) a resposta de Y foi NÃO.
(C) ambos falam a verdade.
(D) ambos mentem.

(E) X fala a verdade.

---

29. **(CESPE PF 2009)** **Considere que um delegado, quando foi interrogar Carlos e José, já sabia que, na quadrilha à qual estes pertenciam, os comparsas ou falavam sempre a verdade ou sempre mentiam. Considere, ainda, que, no interrogatório, Carlos disse: José só fala a verdade, e José disse: Carlos e eu somos de tipos opostos. Nesse caso, com base nessas declarações e na regra da contradição, seria correto o delegado concluir que Carlos e José mentiram.**

---

30. **(TRT-PA/AP FCC 2010)** **Quatro casais vão jogar uma partida de buraco, formando quatro duplas. As regras para formação de duplas exigem que não sejam de marido com esposa. A respeito das duplas formadas, sabe-se que:**

– Tarsila faz dupla com Rafael;
– Julia não faz dupla com o marido de Carolina;
– Amanda faz dupla com o marido de Julia;
– Rafael faz dupla com a esposa de Breno;
– Lucas faz dupla com Julia;
– Nem Rafael, nem Lucas fazem dupla com Amanda;
– Carolina faz dupla com o marido de Tarsila;
– Pedro é um dos participantes.

Com base nas informações, é correto afirmar que:

(A) Carolina não é esposa de Breno, nem de Lucas, nem de Pedro.
(B) Amanda não é esposa de Lucas, nem de Rafael, nem de Pedro.
(C) Tarsila é esposa de Lucas.
(D) Rafael é marido de Julia.
(E) Pedro é marido de Carolina.

---

31. **(FCC 2011)** **São dados cinco conjuntos, cada qual com quatro palavras, três das quais têm uma relação entre si e uma única que nada tem a ver com as outras:**

X = {cão, gato, galo, cavalo}.
Y = {Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá}.
Z = {abacaxi, limão, chocolate, morango}.
T = {violino, flauta, harpa, guitarra}.
U = {Aline, Maria, Alfredo, Denise}.

Em X, Y, Z, T e U, as palavras que nada têm a ver com as demais são, respectivamente:

(A) galo, Canadá, chocolate, flauta e Alfredo.
(B) galo, Bolívia, abacaxi, guitarra e Alfredo.
(C) cão, Canadá, morango, flauta e Denise.
(D) cavalo, Argentina, chocolate, harpa e Aline.
(E) gato, Canadá, limão, guitarra e Maria.

---

32. **(CESPE)** **No livro *Alice no País dos Enigmas*, o professor de matemática e lógica Raymond Smullyan apresenta vários desafios ao raciocínio lógico que têm como objetivo distinguir-se entre verdadeiro e falso. Considere o seguinte desafio inspirado nos enigmas de Smullyan.**

Duas pessoas carregam fichas nas cores branca e preta. Quando a primeira pessoa carrega a ficha branca, ela fala somente a verdade, mas, quando carrega a ficha preta, ela fala somente mentiras. Por outro lado, quando a segunda pessoa carrega a ficha branca, ela fala somente mentira, mas, quando carrega a ficha preta, fala somente verdades.

Com base no texto anterior, julgue o item a seguir.

Se a primeira pessoa diz "Nossas fichas não são da mesma cor" e a segunda pessoa diz "Nossas fichas são da mesma cor", então, pode-se concluir que a segunda pessoa está dizendo a verdade.

---

33. **(ESAF)** **Três amigos – Luís, Marcos e Nestor – são casados com Teresa, Regina e Sandra (não necessariamente nesta ordem). Perguntados sobre os nomes das respectivas esposas, os três fizeram as seguintes declarações:**

Nestor: "Marcos é casado com Teresa".

Luís: "Nestor está mentindo, pois a esposa de Marcos é Regina".

Marcos: "Nestor e Luís mentiram, pois a minha esposa é Sandra".

Sabendo-se que o marido de Sandra mentiu e que o marido de Teresa disse a verdade, segue-se que as esposas de Luís, Marcos e Nestor são, respectivamente:

(A) Sandra, Teresa, Regina.
(B) Sandra, Regina, Teresa.
(C) Regina, Sandra, Teresa.
(D) Teresa, Regina, Sandra.
(E) Teresa, Sandra, Regina.

---

34. **(ESAF)** **Cinco colegas foram a um parque de diversões e um deles entrou sem pagar. Apanhados por um funcionário do parque, que queria saber qual deles entrou sem pagar, eles informaram:**

– "Não fui eu, nem o Manuel", disse Marcos.
– "Foi o Manuel ou a Maria", disse Mário.
– "Foi a Mara", disse Manuel.
– "O Mário está mentindo", disse Mara.
– "Foi a Mara ou o Marcos", disse Maria.

Sabendo-se que um e somente um dos cinco colegas mentiu, conclui-se logicamente que quem entrou sem pagar foi:

(A) Mário.
(B) Marcos.
(C) Mara.
(D) Manuel.
(E) Maria.

---

35. **(ESAF)** **O sultão prendeu Aladim em uma sala. Na sala há três portas. Delas, uma e apenas uma conduz à liberdade; as duas outras escondem terríveis dragões. Uma porta é vermelha, outra é azul e a outra branca. Em cada porta há uma inscrição. Na porta vermelha está escrito: "esta porta conduz à liberdade". Na porta azul está escrito: "esta porta não conduz à liberdade". Finalmente, na porta branca está escrito: "a porta azul não conduz à liberdade". Ora, a princesa – que sempre diz a verdade e que sabe o que há detrás de cada porta – disse a Aladim que pelo menos uma das inscrições é verdadeira, mas não disse nem quantas, nem quais. E disse mais a princesa: que pelo menos uma das inscrições é falsa, mas não disse nem quantas nem quais. Com tais informações, Aladim concluiu corretamente que:**

(A) a inscrição na porta branca é verdadeira e a porta vermelha conduz à liberdade.
(B) a inscrição na porta vermelha é falsa e a porta azul conduz à liberdade.
(C) a inscrição na porta azul é verdadeira e a porta vermelha conduz à liberdade.
(D) a inscrição na porta branca é falsa e a porta azul conduz à liberdade.
(E) a inscrição na porta vermelha é falsa e a porta branca conduz à liberdade.

---

36. **(ESAF)** **Três meninos, Alberto, Bernardo e Paulo, suspeitos de haver roubado o caderno de Maria, foram levados à direção da escola. Sabe-se que um e apenas um dos suspeitos é culpado, e que o culpado às vezes fala a verdade e às vezes mente. Sabe-se, também, que dos outros dois suspeitos (que não são culpados), um sempre diz a verdade e o outro sempre mente. A diretora da escola perguntou a cada um dos suspeitos qual entre eles era o culpado. Alberto respondeu: "eu sou o culpado". Bernardo respondeu: "o culpado é Alberto". Por fim Paulo falou: "eu sou o culpado". Acostumada a tratar com questões delicadas, a diretora da escola, corretamente, concluiu que o culpado é:**

(A) Paulo, e Alberto sempre mente.
(B) Bernardo, e Paulo sempre mente.
(C) Alberto, e Paulo sempre mente.

(D) Paulo, e Alberto sempre diz a verdade.
(E) Alberto, e Alberto sempre diz a verdade.

---

37. **(ESAF Fiscal do Trabalho 2003) Três amigas encontram-se em uma festa. O vestido de uma delas é azul, o de outra é preto, e o da outra é branco. Elas calçam pares de sapatos destas mesmas três cores, mas somente Ana está com vestido e sapatos de mesma cor. Nem o vestido nem os sapatos de Júlia são brancos. Marisa está com sapatos azuis. Desse modo,**

(A) o vestido de Júlia é azul e o de Ana é preto.
(B) o vestido de Júlia é branco e seus sapatos são pretos.
(C) os sapatos de Júlia são pretos e os de Ana são brancos.
(D) os sapatos de Ana são pretos e o vestido de Marisa é branco.
(E) o vestido de Ana é preto e os sapatos de Marisa são azuis.

---

38. **(FCC 2014) Quatro senhoras trabalham em uma seção e seus nomes são Marina, Cleuza, Lúcia e Débora. Cada uma está calçando um tipo de calçado diferente e que são: tênis, sandália, sapato de salto alto e sapato baixo, não necessariamente nessa ordem. Sabe-se que Marina não está calçando sandália e que Débora só usa sapato de salto alto. Lúcia é amiga da senhora que está com sapato baixo e nenhuma delas é amiga de Marina. Sendo assim, pode-se concluir corretamente que:**

(A) Marina está com sapato baixo e Débora com sapato de salto alto.
(B) Lúcia está com tênis ou Cleuza está com sandália.
(C) Débora não está com sapato de salto alto ou Cleuza está com sapato baixo.
(D) Marina não está com sandália e Lúcia não está com sandália.
(E) Ou Cleuza está com sapato de salto alto ou Débora está com tênis.

---

39. **(FCC TRF 4) Miguel, Érico, Ricardo, Jaime e Caio são interrogados em um Tribunal para averiguação de um crime certamente cometido por, apenas, um dos cinco. Nos interrogatórios, cada um fez a seguinte afirmação:**

Miguel: – o culpado é Jaime.
Érico: – Ricardo não é culpado.
Ricardo: – o culpado é Caio.
Jaime: – eu não sou culpado.
Caio: – o culpado é Miguel.

Se apenas um dos cinco interrogados diz a verdade, então o crime foi cometido por:

(A) Jaime.
(B) Caio.
(C) Miguel.
(D) Érico.
(E) Ricardo.

---

40. **(FCC 2014 TRT 1) Considere as seguintes afirmações como verdadeiras:**

– **Carlos só jantaria com Júlia se tomasse o ônibus das 19 horas.**
– **Júlia só jantaria com Carlos se ele a convidasse.**
– **Carlos só conseguiria tomar o ônibus das 19 horas se o seu chefe o liberasse mais cedo do serviço.**
– **Carlos tomou o ônibus das 19 horas.**

A partir dessas informações é possível concluir que:

(A) Carlos jantou com Júlia.
(B) O chefe de Carlos o liberou mais cedo do serviço.
(C) Júlia aceitou o convite de Carlos.
(D) Carlos não jantou com Júlia.
(E) Carlos não convidou Júlia para o jantar.

---

41. **(FCC 2014)** **Brasil, Colômbia, Argentina, Uruguai, Paraguai e Chile disputam um torneio de futebol. Na primeira rodada, acontecem, simultaneamente, três jogos desse torneio. Antes dessa rodada, três amigos deram seus palpites sobre os vencedores dos três jogos, não necessariamente na ordem dos jogos. Os palpites foram:Alberto: Brasil, Paraguai, Colômbia.**

Cléber: Paraguai, Uruguai e Chile.
Renato: Colômbia, Argentina e Chile.
De acordo com as informações dadas, o país que disputou a partida com o Brasil nessa rodada foi:

(A) o Uruguai.
(B) o Paraguai.
(C) a Colômbia.
(D) o Chile.
(E) a Argentina.

---

42. **(FCC 2014)** **Um torneio de futebol foi disputado por dez times, entre eles Grêmio, Bahia, Cruzeiro, Avaí e Goiás. Veja o que declararam quatro analistas esportivos antes do início do torneio.**
Analista 1: o Grêmio montou um excelente time e será o campeão.
Analista 2: o Bahia não será o campeão, pois tem enfrentado muitas dificuldades.
Analista 3: o Cruzeiro tem um time muito forte e, por isso, será o campeão.
Analista 4: como o Avaí não tem um bom elenco, não será o campeão.
Sabendo que apenas um dos quatro analistas acertou a previsão, é correto concluir que, necessariamente, o campeão do torneio foi o:

(A) Goiás.
(B) Bahia ou o Avaí.
(C) Grêmio ou o Bahia.
(D) Cruzeiro ou o Avaí.
(E) Grêmio ou o Cruzeiro.

---

43. **(FCC 2012)** **Durante um almoço, três amigas escreveram, ao mesmo tempo, as seguintes frases em seus respectivos diários:**
Paula – Hoje é sexta-feira e ontem foi domingo, mas amanhã será quarta-feira.
Júlia – Ontem foi segunda-feira, mas amanhã será terça.
Luíza – Hoje é terça-feira, mas ontem foi quinta.
Apesar de as frases serem inconsistentes como um todo, cada amiga registrou exatamente uma informação correta em seu diário. Desse modo, o almoço ocorreu numa:

(A) segunda-feira.
(B) terça-feira.
(C) quarta-feira.
(D) quinta-feira.
(E) sexta-feira.

---

44. **(FCC 2012)** **Antônio, Benedito, Carlos e Domingos participam de uma eleição em que somente 3 deles serão escolhidos como conselheiros de um prédio, em função da quantidade de votos recebidos. Após o resultado da eleição, em que não houve empates, cada um deu uma declaração:**
Antônio: Benedito foi eleito.
Benedito: Carlos não obteve melhor resultado que Antônio.
Carlos: Domingos não foi eleito.
Domingos: Antônio não está mentindo.
Sabendo-se que a pessoa que não foi eleita deu uma declaração falsa e todos os outros falaram a verdade, então,

(A) Antônio não foi eleito.
(B) Benedito e Carlos foram eleitos.
(C) Carlos e Domingos foram eleitos.

(D) Antônio e Domingos deram, cada um, uma declaração verdadeira.
(E) Benedito deu uma declaração falsa.

45. (FCC 2013) Em um campeonato de futebol, as equipes ganham 5 pontos sempre que vencem um jogo, 2 pontos em caso de empate e 0 ponto nas derrotas. Faltando apenas ser realizada a última rodada do campeonato, as equipes Bota, Fogo e Mengo totalizam, respectivamente, 68, 67 e 66 pontos, enquanto que a quarta colocada possui menos de 60 pontos. Na última rodada, ocorrerão os jogos:

Fogo *x* Fla e Bota *x* Mengo

Sobre a situação descrita, considere as afirmações a seguir, feitas por três torcedores:

I. Se houver uma equipe vencedora na partida Bota x Mengo, ela será, necessariamente, a campeã.
II. Para que a equipe Fogo seja a campeã, basta que ela vença a sua partida.
III. A equipe Bota é a única que, mesmo empatando, ainda poderá ser a campeã.

Está correto o que se afirma em:

(A) I e II, apenas.
(B) I, apenas.
(C) III, apenas.
(D) II, apenas.
(E) I, II e III.

46. (FCC) Distinguir pensamentos, emoções e reações é um instrumento importante para avaliar a inteligência pessoal de um indivíduo e permitir que ele tenha uma consciência desenvolvida e eficaz de si mesmo. Considerando os pensamentos como processos cognitivos, as emoções como resultados psicológicos e as reações como respostas físicas, analise o seguinte fato.

No último minuto, teu melhor amigo deixa de ir a um jogo de futebol contigo, porque foi a um churrasco com outras pessoas. O que você faz?

1. Te sentes incomodado.
2. Acredita que ele não soube ser leal a quem merecia.
3. Não liga e busca outra alternativa de programa.

As opções de respostas 1, 2 e 3 são, respectivamente, caracterizadas como:

(A) pensamento, emoção e reação.
(B) pensamento, reação e emoção.
(C) emoção, pensamento e reação.
(D) emoção, reação e pensamento.
(E) reação, emoção e pensamento.

GABARITO

01. A	02. D	03. C	04. B	05. D	06. E	07. A	08. B
09. C	10. A	11. E	12. A	13. D	14. C	15. D	16. E
17. B	18. D	19. B	20. A	21. B	22. E	23. D	24. E
25. D	26. A	27. E	28. E	29. Certo	30. A	31. A	32. Certo
33. D	34. C	35. E	36. C	37. C	38. C	39. E	40. B
41. D	42. B	43. B	44. D	45. C	46. C		

7

CONJUNTOS

7.1. INTRODUÇÃO

> ***Fique esperto!***
>
> Esse assunto está sendo muito cobrado em provas de concursos, principalmente no CESPE e nas provas de Raciocínio Lógico Quantitativo (Matemático).

Nesse capítulo, faremos um breve resumo sobre conjuntos e apresentarei uma abordagem objetiva e direta sobre o tema. Além disso, será apresentado de que forma o conteúdo é exigido nas provas de Raciocínio Lógico, com ênfase nas principais bancas de concursos.

> ***Se liga!***
>
> Não existe uma definição de conjunto, pois se trata de um conceito primitivo. No entanto, podemos dizer que conjunto é uma reunião de elementos que possuem uma propriedade comum.

7.1.1. Representação de um conjunto

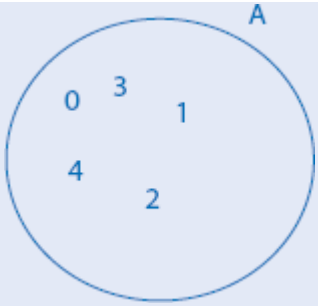
1. Enumeração dos elementos

Exemplo:

A = {0, 1, 2, 3, 4}.

2. Diagrama de Venn

> ***Exemplo:***



3. Uso de uma propriedade

Exemplo:

O conjunto A = {janeiro, junho, julho} pode ser representado da seguinte forma A = {x / x é mês do ano cujo nome começa pela letra j}.
Essa propriedade usada deve ser uma propriedade comum e que permita a outra pessoa descobrir os elementos.

7.1.1.1. Conjunto vazio

É um conjunto que não possui elementos. O conjunto vazio é representado por { } ou Ø.

Cuidado!

{Ø} essa forma representa um conjunto unitário.

7.1.1.2. Conjunto unitário

É um conjunto que possui apenas um elemento.

7.2. RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

Essa relação é utilizada para sabermos se um elemento pertence ou não a um conjunto qualquer.
Símbolos: ∈ pertence e ∉ não pertence.
Esses símbolos só podem ser usados na relação de elementos.

Exemplo:

Dado o conjunto A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Temos as seguintes relações:
$1 \in A$ $7 \notin A$

A ordem é elemento – símbolo – conjunto (1 ∈ A).

Se liga!

A = {a, b, {c}}.
a ∈ A
c ∉ A

Obs.: o elemento que pertence ao conjunto A é {c}.
Uma forma de visualizar os elementos que pertencem a determinado conjunto, é imaginá-lo sem “as chaves”. Exemplo: Os

elementos do conjunto A são: a, b, {c}.

Essa é uma pegadinha clássica da teoria de pertinência! Ufa, essa pegadinha não será mais problema. Vamos caminhando!

7.3. RELAÇÃO DE INCLUSÃO

Essa relação é usada para saber se um conjunto está contido no outro.

Símbolos: $\subset$ está contido e $\not\subset$ não está contido.

$\supset$ contém e $\supset$ não contém.

$A \subset B$ ou $B \supset A$.

Dica:

A "boca" é voltada para o conjunto maior.

Essa relação é usada somente para relação de conjuntos, por isso:

$1 \subset A$ não existe, pois o símbolo de inclusão não pode ser usado na relação de elemento e conjunto.

$\{1\} \subset A$ – essa é a relação verdadeira.

7.4. SUBCONJUNTO

Quando todos os elementos de um conjunto A qualquer pertencem a um outro conjunto B, diz-se, então, que A é um subconjunto de B, ou seja, $A \subset B$.

Obs.:

Todo o conjunto A é subconjunto dele próprio, ou seja, $A \subset A$.

O conjunto vazio, por convenção, é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\{\} \subset A$.

O número de subconjuntos de um conjunto A é dado pela fórmula: 2^n, em que n representa a quantidade de elementos distintos de um conjunto A.

Determine a quantidade de subconjuntos que podemos formar a partir do conjunto A = {a, b, c, d}.

Resolução:

O conjunto A possui quatro elementos distintos, logo: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ subconjuntos.

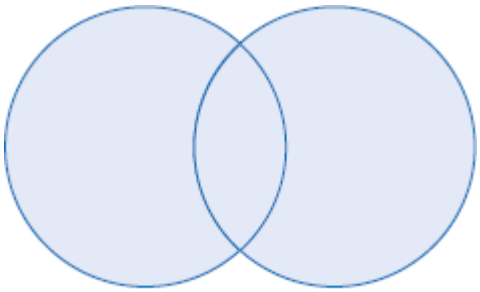
Se liga!

O número de subconjuntos não vazios é expresso pela fórmula 2^n-1.

7.5. OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

7.5.1. União

Dados os conjuntos A e B, define-se como união dos conjuntos A e B o conjunto representado por A ∪ B, formado por todos os elementos pertencentes a A ou B, ou seja: A ∪ B= {x / x ∈ A ou x ∈ B}.



A ∪ B

Considere o conjunto A {1, 2, 3} e o conjunto B {3, 4, 5}. Determine o conjunto A ∪ B.

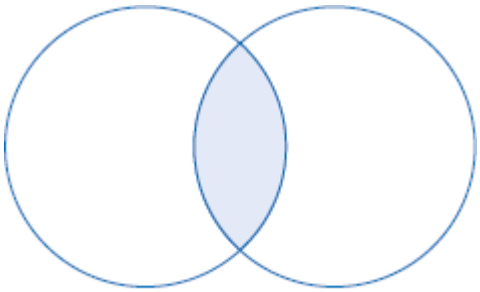
Resposta: A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5}.

7.5.2. Intersecção ou interseção

Curiosidade!

Interseção (português brasileiro) ou intersecção (português europeu).

Dados os conjuntos A e B, define-se como intersecção dos conjuntos A e B o conjunto representado por A ∩ B, formado por todos os elementos pertencentes a A e B, simultaneamente, ou seja: A ∩ B = {x / x ∈ A e x ∈ B}.



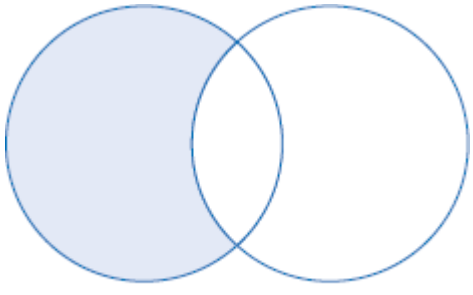
A ∩ B

Considere o conjunto A {1, 2, 3} e o conjunto B {3, 4, 5}. Determine o conjunto A ∩ B.

A ∩ B = {3}.

7.5.3. Diferença

Dados os conjuntos A e B, define-se como diferença entre A e B (nesta ordem) o conjunto representado por A-B, formado por todos os elementos pertencentes a A, mas que não pertencem a B, ou seja, A – B = {x / x ∈ A e x ∉ B}.



A-B

Considere o conjunto A {1, 2, 3} e o conjunto B {3, 4, 5}. Determine o conjunto A – B.

Resposta: A – B = {1, 2 }.

7.5.4. Diferença simétrica – Definição

É a união das duas diferenças.

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

Obs.: $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - A \cap B$.

7.6. REUNIÃO DE ELEMENTOS

Fique esperto!

Esse tema é o mais cobrado nas provas de concursos e afins.

As questões sobre reuniões de elementos podem ser respondidas de duas formas: uso da fórmula da reunião ou uso dos diagramas de Venn.

Qual a melhor opção?

• Situação 1: quando conhecemos a totalidade (total de elementos de um determinado conjunto) dos conjuntos, então o uso da fórmula é a melhor opção desde que a pergunta não remeta a uma região específica. A ideia é simples: temos o total de elementos dos conjuntos e a pergunta é sobre a totalidade de um conjunto? Se a resposta for *sim*, então o uso a da fórmula é a melhor opção.

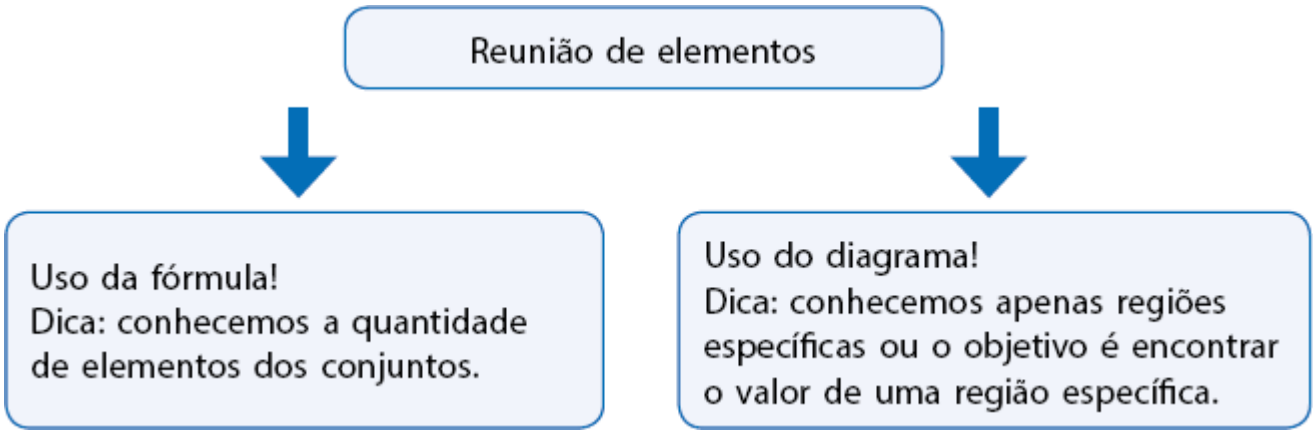
Exemplo *(dessa situação):*

Questão 1 do treinamento proposto.

• Situação 2: quando a pergunta é sobre uma região específica ou quando são informados os valores de regiões específicas, então o uso do diagrama é a melhor opção, na minha opinião.

Exemplo *(dessa situação):*

Questão 3 do treinamento proposto.


Reunião de elementos
Uso da fórmula!
Dica: conhecemos a quantidade de elementos dos conjuntos.
Uso do diagrama!
Dica: conhecemos apenas regiões específicas ou o objetivo é encontrar o valor de uma região específica.

1ª opção: uso da fórmula

Caso 1: dois conjuntos

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Caso 2: três conjuntos

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) – n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cup C)$

Obs.: esse tipo de questões pode ser respondido pelo diagrama lógico.

Se liga!

A fórmula pode ser utilizada para um determinado conjunto. O seu processo de desenvolvimento é fácil de perceber.

Vamos começar com o caso com três conjuntos, ok?

• 1º passo: conjuntos individuais (positivos)

$n(A) + n(B) + n(C)$

• 2º passo: a menor interseção (negativo)

$– n(A \cap B)- n(B \cap C) - n(A \cap C)$

• 3º passo: a próxima interseção (positivo)

$n(A \cap B \cap C)$

Pronto? Vamos montar a fórmula para 4 conjuntos relacionados.

• 1º passo: Conjuntos individuais (positivos)

$n(A) + n(B) + n(C) + n(D)$

• 2º passo: a menor interseção (negativo)

$– n(A \cap B)- n(A \cap C) - n(A \cap D) – n(B \cap C)- n(B \cap D) - n(C \cap D)$

• 3º passo: a próxima interseção (positivo)

$n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap D) + n(B \cap C \cap D)$

• 4º passo: a próxima interseção (negativo)

$n(A \cap B \cap C \cap D)$

A fórmula com quatro conjuntos está pronta.

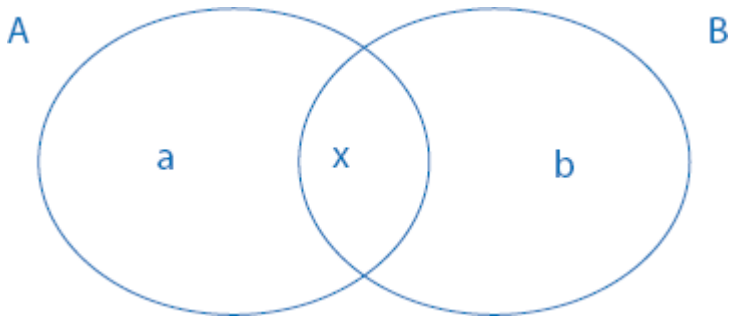
$n(A) + n(B) + n(C) + n(D) – n(A \cap B)- n(A \cap C) - n(A \cap D) – n(B \cap C)- n(B \cap D) - n(C \cap D) + n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap D) + n(B \cap C \cap D) - n(A \cap B \cap C \cap D)$

2º opção: uso do diagrama de Venn

Conhecendo as regiões dos conjuntos!

Caso 1: dois conjuntos

Nesse caso, temos três regiões formadas.



Vamos conhecer as regiões!

a: região do somente A.

Obs.: a região somente A corresponde à região que possui apenas elementos do conjunto A, ou seja, a região de elementos do conjunto A que não realiza intersecção com nenhum outro conjunto.

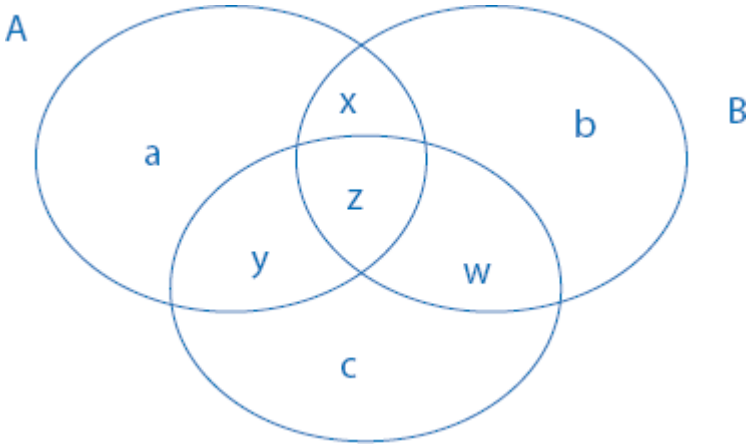
b: região do somente B.

x: n (A ∩ B).

a = n (A) – x.

b = n (B) – x.

Caso 2: três conjuntos



Vamos conhecer as regiões!

a: região do somente A.

b: região do somente B.

c: região do somente C.

x: região do somente (A ∩ B).

y: região do somente (A ∩ C).

w: região do somente (B ∩ C).

z: região de (A ∩ B ∩ C).

Agora, vamos descobrir os valores!

z = n (A ∩ B ∩ C).

x = n (A ∩ B) – z.

y = n (A ∩ C) – z.

w = n (B ∩ C) – z.

a = n (A) – x – y – z.

b = n (B) – x – w – z.

x = n (C) – y – w – z.

Comentário:

Durante as questões vamos compreender melhor todas as regiões.

7.7. TREINAMENTO COMENTADO

1. **Uma empresa divide-se unicamente em dois departamentos A e B. Sabe-se que 19 funcionários trabalham em A, 13 funcionários trabalham em B e existem 4 funcionários que trabalham em ambos os departamentos. O total de funcionários dessa empresa é:**

(A) 24.
(B) 28.
(C) 30.
(D) 34.
(E) 38.

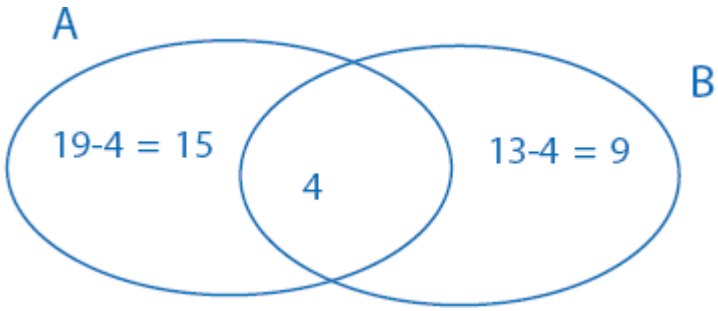
Resolução:

1º degrau: resumo do enunciado.

A = 19, B = 13 e A e B = 4.

2º degrau: montagem do diagrama.

Dica: sempre começar pela intersecção.



Conclusão:

Somente A = 15.

Somente B = 9.

A e B ao mesmo tempo = 4.

Total: 15 + 9 + 4 = 28.

Resposta: letra B.

---

2. **(FCC) Uma pesquisa com os funcionários de uma empresa sobre a disponibilidade de horário para um dia de jornada extra (sábado e/ou domingo) é mostrada na tabela abaixo:**

Disponibilidade	quantidade de funcionários
Apenas sábado	25
No sábado	32
No domingo	37

Dentre os funcionários pesquisados, o total dos que manifestaram jornada extra "apenas" no domingo é igual a:

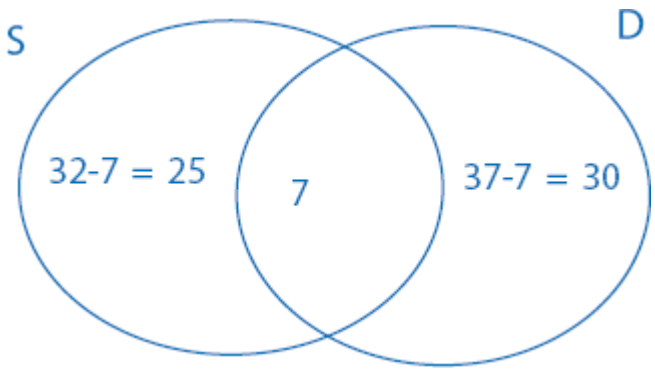
(A) 7.
(B) 14.
(C) 27.
(D) 30.
(E) 37.

Resolução:

Resumo do enunciado.

Apenas no sábado, 25, no sábado, 32, e no domingo, 37.

Como no sábado são 32 e apenas no sábado, 25, logo, 7 trabalham sábado e domingo.



Ou seja, somente no domingo são 30.

Resposta: letra D.

Texto para as questões 3 a 6

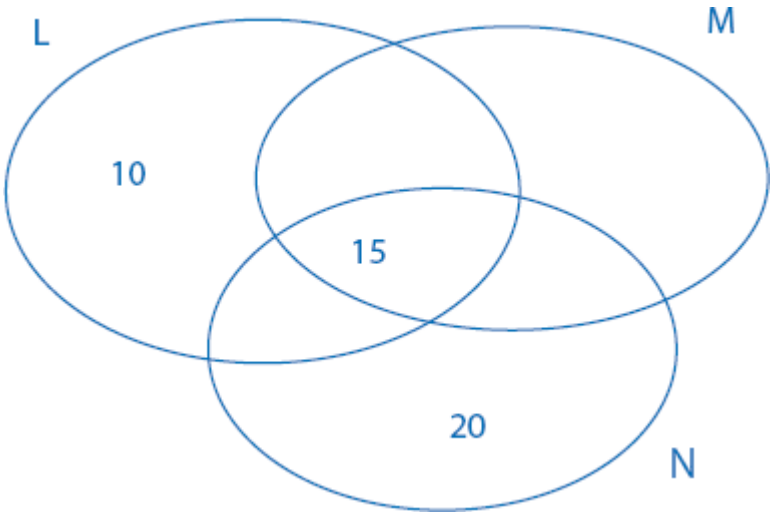
(CESPE) Considere que os livros L, M e N foram indicados como referência bibliográfica para determinado concurso. Uma pesquisa realizada com 200 candidatos que se preparam para esse concurso usando esses livros revelou que:
10 candidatos utilizaram somente o livro L;
20 utilizaram somente o livro N;
90 utilizaram o livro L;
20 utilizaram os livros L e M;
25 utilizaram os livros M e N;
15 utilizaram os três livros.
Considerando esses 200 candidatos e os resultados da pesquisa, julgue os itens seguintes.

Resolução:

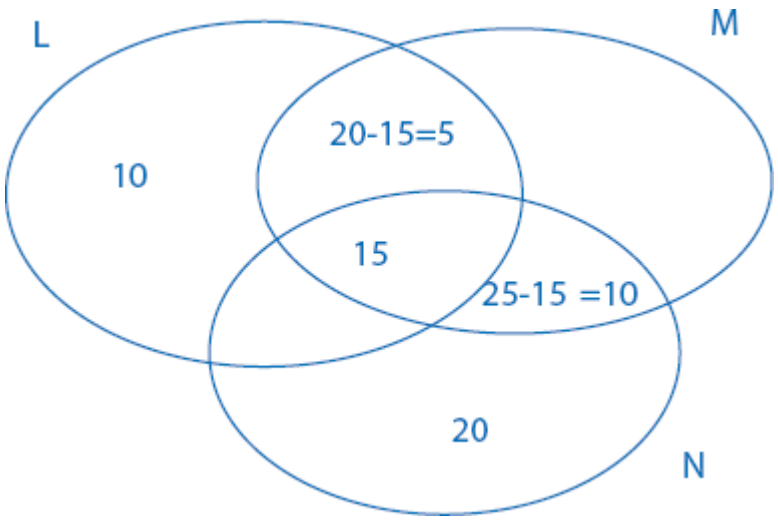
1º degrau: resumo do enunciado.

10 candidatos utilizaram somente o livro L.
20 utilizaram somente o livro N.
90 utilizaram o livro L.
20 utilizaram os livros L e M.
25 utilizaram os livros M e N.
15 utilizaram os três livros.

2º degrau: construção do diagrama.

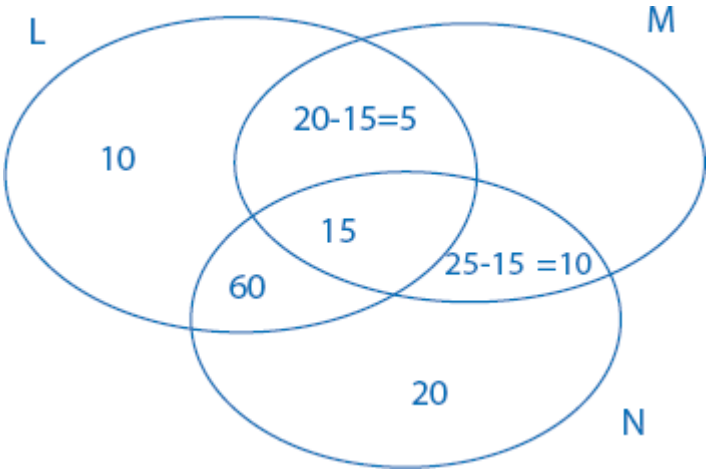


Vamos agora encontrar a intersecção dos conjuntos.



Podemos observar que o espaço L e N não foram fornecidos, mas podemos calcular a partir da subtração de todos os elementos de L pelos que já foram utilizados.

L e N = 90 – 15 – 5 – 10 = 60.



Falta encontrar o espaço somente M. Agora, iremos subtrair o total de elementos pelos elementos utilizados. 200 escolheram pelo menos um livro.

M = 200 – 15 – 60 – 10 – 5 – 10 – 20 = 80.

Conclusão:

Somente L = 10.

Somente M = 80.

Somente N = 20.

Somente L e M = 5.

Somente L e N = 60.

Somente M e N = 10.

Os três livros = 15.

3. Mais de 6 candidatos se prepararam para o concurso utilizando somente os livros *L e M.*

Foram 5.

Resposta: item ERRADO.

---

4. Mais de 100 candidatos se prepararam para o concurso utilizando somente um desses livros.

Nesse caso, devemos somar todos que usaram somente L ou somente M ou somente N.

Resultado: 10 + 80 + 20 = 110.

Resposta: item CERTO.

---

5. Noventa candidatos se prepararam para o concurso utilizando pelos menos dois desses livros.

Nesse caso, pelo menos 2, pode ser 2 ou 3 livros.

Resultado: 5 + 60 + 10 + 15 = 90.

Resposta: item CERTO.

---

6. O número de candidatos que se prepararam para o concurso utilizando o livro M foi inferior a 105.

Nesse caso, todos que usaram o livro M, se fosse somente M a resposta seria 80.

Resultado: 80 + 5 + 10 + 15 = 110.

Resposta: item ERRADO.

---

7. (TRT Mato Grosso 2004) Em uma pesquisa sobre hábitos alimentares realizada com empregados de um Tribunal Regional, verificou-se que todos se alimentam ao menos uma vez ao dia, e que os únicos momentos de alimentação são: manhã, almoço e jantar. Alguns dados tabelados dessa pesquisa são:

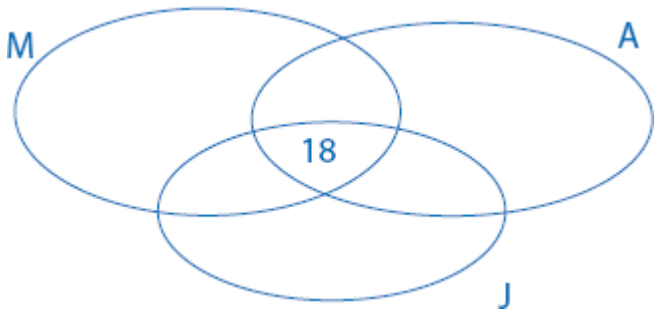
- **5 se alimentam apenas pela manhã.**
- **12 se alimentam apenas no jantar.**
- **53 se alimentam no almoço.**
- **30 se alimentam pela manhã e no almoço.**
- **28 se alimentam pela manhã e no jantar.**
- **6 se alimentam no almoço e no jantar.**
- **18 se alimentam pela manhã, no almoço e no jantar.**

Dos funcionários pesquisados, o número daqueles que se alimentam apenas no almoço é:

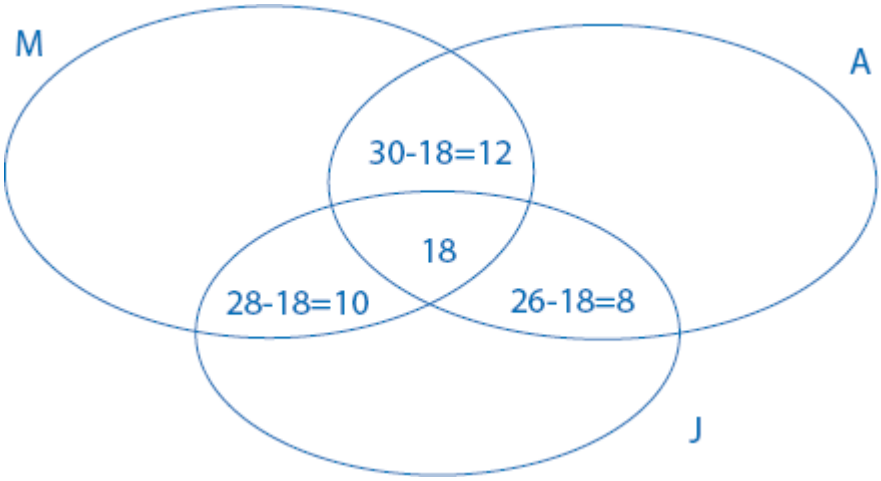
(A) 80% dos que se alimentam apenas no jantar.
(B) o triplo dos que se alimentam apenas pela manhã.
(C) a terça parte dos que fazem as três refeições.
(D) a metade dos funcionários pesquisados.
(E) 30% dos que se alimentam no almoço.

Resolução:

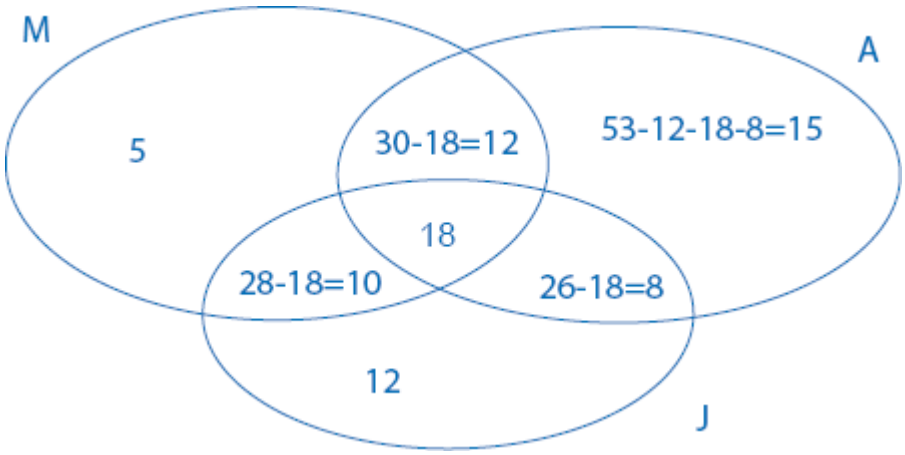
• 1º passo: montar a maior intersecção!



• 2º passo: montar as intersecções menores!



• 3º passo: montar o conjunto individual!



Temos 15 apenas almoço e 5 apenas manhã! Logo, 15 é o triplo de 5.

Resposta: letra B.

(PF AGENTE 2012 – CESPE) Texto para as questões 8 e 9:

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas – aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual – e a pornografia infantil – envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue os itens subsequentes, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

8. Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

Resolução:

Total = 100.

Conjunto A: tráfico de pessoas.

Conjunto B: pornografia infantil.

n (A e B) = 30.

n (A ou B) = 100 – 30 = 70.

n (B) = 60.

Calcular n (A).

N (A ∪ B) = n (A) + n (B) – n (A ∩ B).

70 = x + 60 – 30.

70 = x + 30.

x + 30 = 70.

x = 70 – 30 = 40 (total de elementos do conjunto A).

O conjunto “apenas A” = total de elementos do conjunto A – (A ∩ B).

Apenas A = 40 – 30 = 10.

Resposta: item CERTO.

---

9. Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

Resolução:

Conjunto A: tráfico de pessoas = 40.

Conjunto B: pornografia infantil = 60.

A quantidade de elementos do conjunto tráfico de pessoas é menor do que os de pornografia infantil.

Resposta: item ERRADO.

---

10. (CESPE 2011) Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a intersecção entre B e C possuía o dobro de elementos da intersecção entre A e C. Nesse caso, se a intersecção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

Resolução:

N (A) = n (B)= N (C)= x.

N (A ∩ B) = 0 (conjuntos disjuntos não têm elementos comuns).

N (A ∪ B ∪ C) = 150.

N (B ∩ C) = 2 N (A ∩ C).

N (B ∩ C) = 20.

• 1ª etapa: encontrar o valor de N (A ∩ C).

N (B ∩ C) = 2 N (A ∩ C).

20 = 2 N (A ∩ C).

2 N (A ∩ C)= 20.

N (A ∩ C) = 20/2.

N (A ∩ C) = 10.

• 2ª etapa: encontrar o valor de N (B).

n (A ∪ B ∪ C) = n (A) + n (B) + n (C) – n (A ∩ B) – n(B ∩ C) – n (A ∩ C) + n (A ∩ B ∩ C).

150 = x + x + x – 0 – 20 – 10 + 0.

150 = 3x – 30.

3x – 30 = 150.

3x = 150 + 30.

3x = 180.

X = 180/3.

X = 60.

N(B) = 60.

Resposta: item ERRADO (resultado não é menor que 60).

---

11. (ESAF ATRFB 2009) Uma escola para filhos de estrangeiros oferece cursos de idiomas estrangeiros para seus alunos. Em uma determinada série, 30 alunos estudam francês, 45 estudam inglês, e 40, espanhol. Dos alunos que estudam francês, 12 estudam também inglês e 3 estudam também espanhol. Dos alunos que estudam inglês, 7 estudam também espanhol, e desses 7 alunos que estudam inglês e espanhol, 3 estudam também francês. Por fim, há 10 alunos que estudam apenas alemão. Não sendo oferecidos outros idiomas e sabendo-se que todos os alunos dessa série devem estudar pelo menos um idioma estrangeiro, quantos alunos dessa série estudam nessa escola?

(A) 96.
(B) 100.
(C) 106.
(D) 115.
(E) 125.

Resolução:

Francês = 30.

Inglês = 45.

Espanhol = 40.

Apenas alemão = 10.

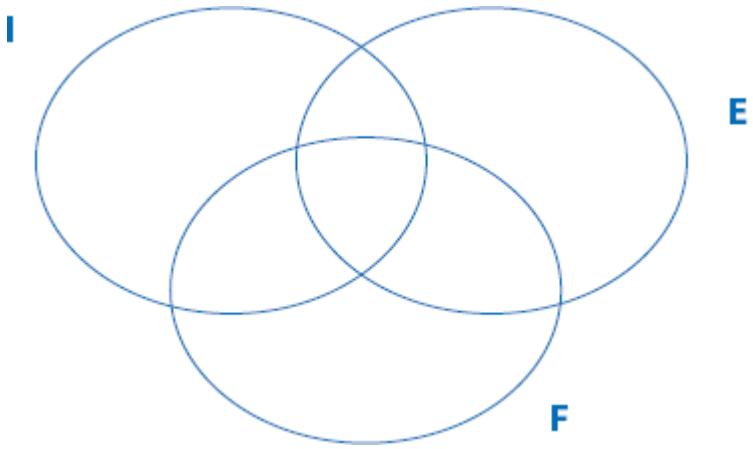
Francês e inglês = 12.

Francês e espanhol = 3.

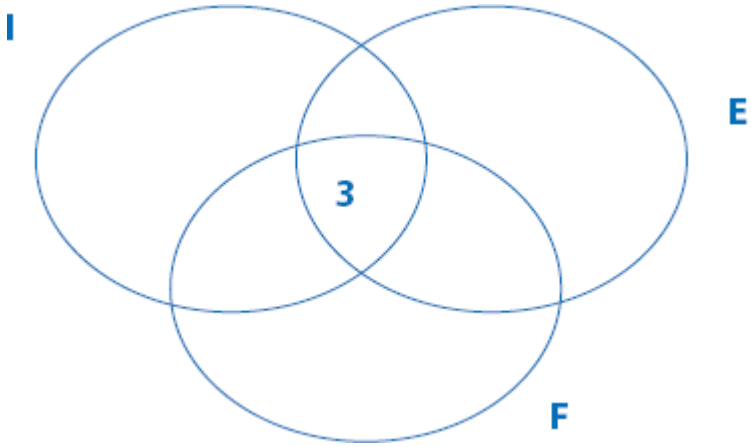
Inglês e espanhol = 7.

Inglês, francês e espanhol = 3.

Montando os conjuntos

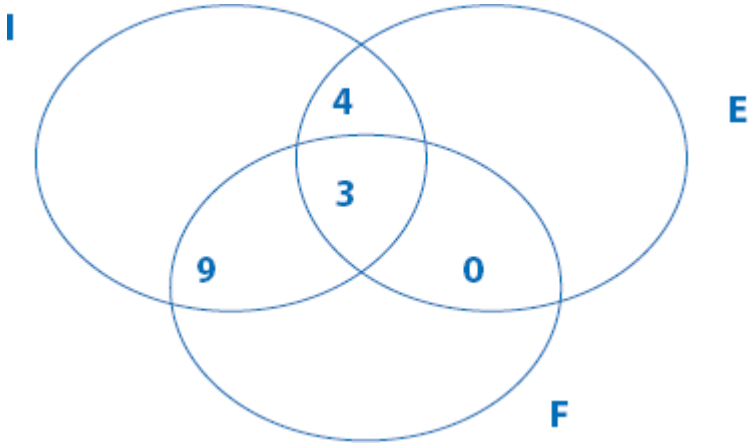


• 1º passo: iniciar pela maior intersecção.

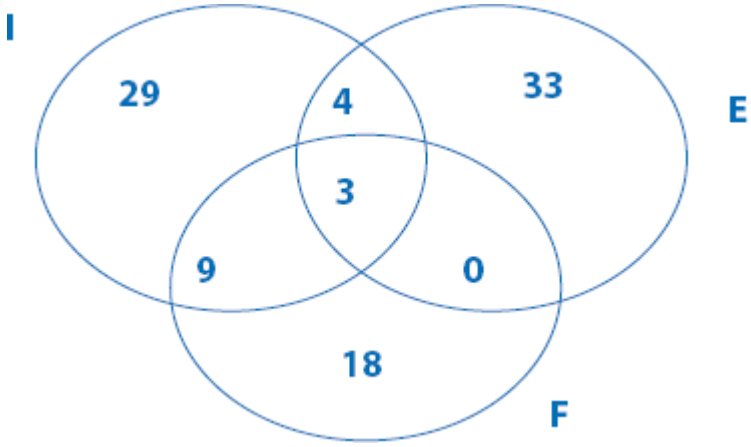


• 2º passo: as intersecções menores.
Cuidado: devemos diminuir da intersecção maior.

Francês e inglês = 12 - 3 = 9.
Francês e espanhol = 3 – 3 = 0.
Inglês e espanhol = 7 – 3 = 4.



• 3º passo: calcular os conjuntos individuais.
Francês = 30 - 3 - 0 - 9 = 18.
Inglês = 45 - 3 - 4 - 9 = 29.
Espanhol = 40 - 0 - 4 - 3 = 33.



Total do conjunto = 29 + 18 + 33 + 9 + 4 + 3 = 96.
Total de pessoas = 96 + 10 (quantidade de pessoas que estudam apenas alemão) = 106.

Resposta: letra C.

12. (FCC TJ PE 2012) Em um clube com 160 associados, três pessoas, A, B e C (não associados), manifestam seu interesse em participar da eleição para ser o presidente deste clube. Uma pesquisa realizada com todos os 160 associados revelou que

- **20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.**
- **20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.**
- **40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.**
- **30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.**
- **10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.**

A quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas é

(A) 20
(B) 30
(C) 40
(D) 50
(E) 60

Resolução:

Resumo das informações:

– 20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.

Conclusão: $n(A \cup B \cup C) = 160 - 20 = 140$

– 20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.

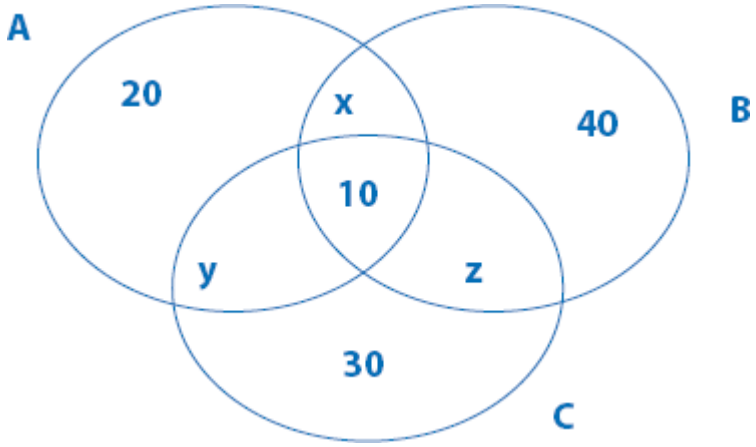
– 40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.

– 30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.

– 10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.

Comentário:

As informações fornecidas são de regiões específicas, por isso o uso do diagrama é a melhor opção! Podemos colocar os valores dentro do diagrama, sem seguir o passo a passo, pois os dados informados correspondem à regiões específicas.



A região do somente “A e B” corresponde ao x, a região do somente “A e C” ao y e a área do somente “B e C” corresponde ao x.

O nosso objetivo é encontrar a quantidade de pessoas que simpatizam com pelo menos duas pessoas (2 pessoas ou 3). A expressão “pelo menos” = mínimo.

A expressão “x + y + z” representa a quantidade de pessoas que simpatizam com exatamente duas pessoas.

Dica: a união é a soma de todas as regiões dos diagramas, por isso podemos afirmar que:

$x + y + z + 20 + 30 + 40 + 10 = 140$

$x + y + z + 100 = 140$

$x + y + z = 140 - 100$

$x + y + z = 40$

Resultado = 40 (simpatizam exatamente com duas pessoas) + 10 (simpatizam com três pessoas) = 50

Resposta: letra D.

Texto para as questões 13 a 16

O Tribunal de Contas da União (TCU) conta com um organograma com a seguinte estrutura, unidades básicas: Secretaria-Geral de Controle Externo (SEGECEX), Secretaria-Geral das Sessões (SGS), Secretaria-Geral de Administração (SEGEDAM). Unidades de apoio estratégico: Secretaria de Planejamento e Gestão (SEPLAN), Secretaria de Tecnologia da Informação (SETEC) e Instituto Serzedello Corrêa (ISC).

A SEGECEX tem por finalidade gerenciar a área técnico-executiva de controle externo visando prestar apoio e assessoramento às deliberações do Tribunal. Integram a estrutura da SEGECEX: Secretaria Adjunta de Fiscalização de Pessoal (SEFIP), Secretaria de Fiscalização de Obras e Patrimônio da União (SECOB), Secretaria de Fiscalização de Desestatização (SEFID), Secretaria de Fiscalização e Avaliação de Programas de Governo (SEPROG), Secretaria de Macroavaliação Governamental (SEMAG), Secretaria de Recursos (SERUR) e trinta e duas Secretarias de Controle Externo (SECEX), sendo seis localizadas em Brasília, sede do TCU, e vinte e seis nas capitais dos estados da Federação. A SGS tem por finalidade prestar apoio e assistência ao funcionamento do Plenário e das Câmaras e gerenciar as bases de informação sobre normas, jurisprudência e deliberações do Tribunal. A SEGEDAM tem por finalidade planejar, organizar, dirigir, controlar, coordenar, executar e supervisionar as atividades administrativas necessárias ao funcionamento do Tribunal, contando, para tanto, com a Secretaria de Recursos Humanos (SEREC), a Secretaria de Orçamento, Finanças e Contabilidade (SECOF), a Secretaria de Material, Patrimônio e Comunicação Administrativa (SEMAT) e a Secretaria de Engenharia e Serviços Gerais (SESEG).

Internet: <www.tcu.gov.br> (com adaptações).

Considere que A seja o conjunto dos órgãos que integram a SEGECEX e B, o conjunto dos órgãos que integram a SEGEDAM. Com base nas informações do texto acima, julgue os itens a seguir.

13. **$A \cap B \neq \emptyset$**

( ) Certo ( ) Errado

14. **O número de secretarias de $A \cup B$ é menor que o somatório do número de secretarias de A e B.**

( ) Certo ( ) Errado

15. **A SERUR é um subconjunto da SEGECEX.**

( ) Certo ( ) Errado

16. **A SESEG é um elemento do conjunto B.**

( ) Certo ( ) Errado

- **Resumo:**

  As secretarias da SEGECEX são: SEFIP, SECOB, SEFID, SEPROG, SEMAG, SERUR, SECEX.

  As secretarias de SEGEDAM são: SEREC, SECOF, SEMAT, SESEG.

Resolução:

13. $A \cap B \neq \emptyset$

Não possui secretarias comuns, logo, a intersecção é igual ao conjunto vazio.

Item errado.

14. O número de secretarias de A ∪ B é menor que o somatório do número de secretarias de A e B.
As secretarias não possuem elementos comuns, logo, o A ∪ B será igual à soma de A e B.
Item errado.

15. A SERUR é um subconjunto da SEGECEX.
A SERUR é um elemento do conjunto SEGECEX.
Item errado.

16. A SESEG é um elemento do conjunto B.
A SESEG é uma secretaria do conjunto B.
Item certo.

---

17. **(ESAF Fiscal de Rendas RJ 2010) Em um amostra de 100 empresas, 52 estão situadas no Rio de Janeiro, 38 são exportadoras e 35 são sociedades anônimas. Das empresas situadas no Rio de Janeiro, 12 são exportadoras e 15 são sociedades anônimas e das empresas exportadoras 18 são sociedades anônimas. Não estão situadas no Rio de Janeiro nem são sociedades anônimas e nem exportadoras 12 empresas. Quantas empresas que estão no Rio de Janeiro são sociedades anônimas e exportadoras ao mesmo tempo?**

(A) 18
(B) 15
(C) 8
(D) 0
(E) 20

Resolução:

Temos a totalidade dos conjuntos!

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) – n(A \cap B) – n(A \cap B) – n(B \cap C) + n (A \cap B \cap C)$

$n(A \cap B \cap C) = 88$
$n(A) = 52$
$n(B) = 38$
$n(C) = 35$
$n(A \cap B) = 12$
$n(A \cap C) = 15$
$n(B \cap C) = 18$
$n (A \cap B \cap C) = x$

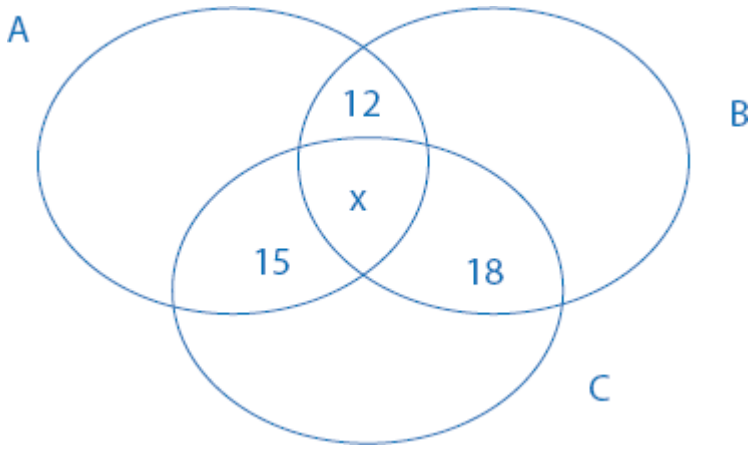
$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) – n(A \cap B) – n(A \cap B) – n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$88 = 52 + 38 + 35 - 12 – 15 - 18 + x$
$88 = 80 + x$
$x + 60 = 88$
$x = 88 - 80 = 8$

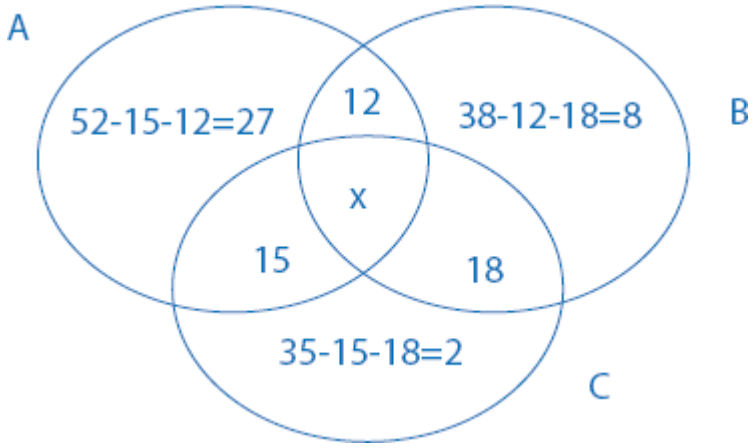
Resposta: letra C.

> **Fique esperto!**
>
> Existe um macete bem legal para encontrar a interseção de três.

• 1º passo: colocar o valor das interseções normalmente.



• 2º passo: montar os valores dos conjuntos, sem usar o x.



• 3º passo: somar os valores encontrados e igualar ao valor da união dos três conjuntos.

27 + 15 + 12 + x + 2 + 18 + 8 = 88

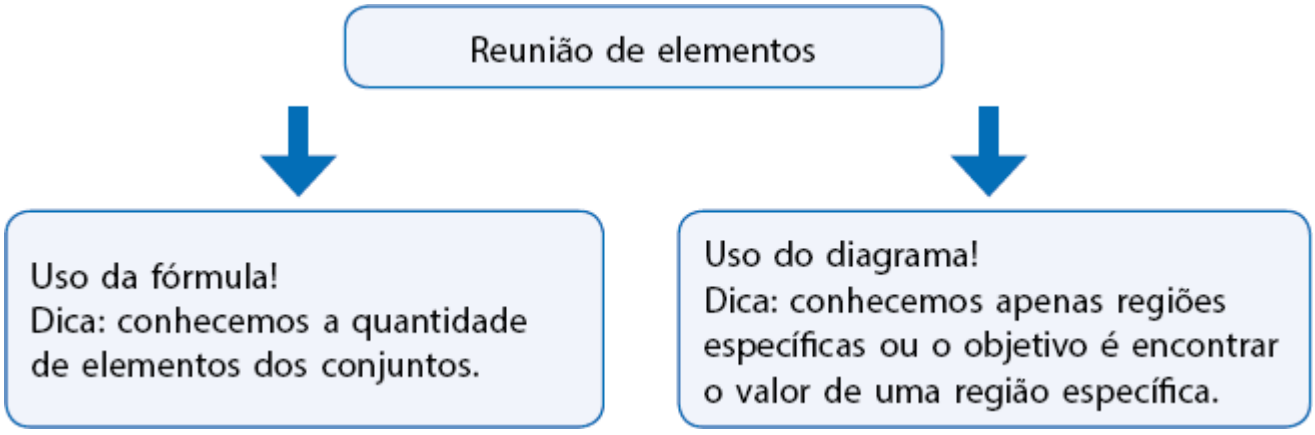
80 + x = 88

x = 88 – 80 = 8

O método apresentado é para encontrar o valor da intersecção de três conjuntos, ok?

• Resumo teórico

A parte fundamental desse assunto é a reunião de elementos entre conjuntos.


Reunião de elementos
Uso da fórmula!
Dica: conhecemos a quantidade de elementos dos conjuntos.
Uso do diagrama!
Dica: conhecemos apenas regiões específicas ou o objetivo é encontrar o valor de uma região específica.

7.8 TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

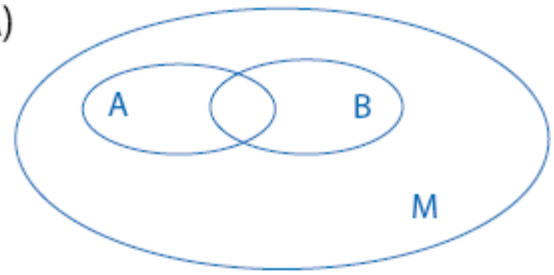
18. (CESPE) Suponha que, dos usuários da Internet no Brasil, 10 milhões naveguem por meio do Internet Explorer, 8 milhões, por meio do Mozilla e 3 milhões, por ambos, Mozilla e Internet Explorer. Nessa situação, o número de usuários que navegam pelo Internet Explorer ou pelo Mozilla é igual a 15 milhões.

19. **(CESPE) Em uma cidade há apenas três jornais: X, Y e Z. Uma pesquisa de mercado sobre a preferência de leitura da população da cidade revelou que: 150 leem o jornal X. 170 leem o jornal Y. 210 leem o jornal Z. 90 não leem jornal algum. 10 leem os três jornais. 40 leem os jornais X e Y. 30 leem os jornais X e Z. 50 leem os jornais Y e Z. O total de pessoas entrevistadas foi 510.**

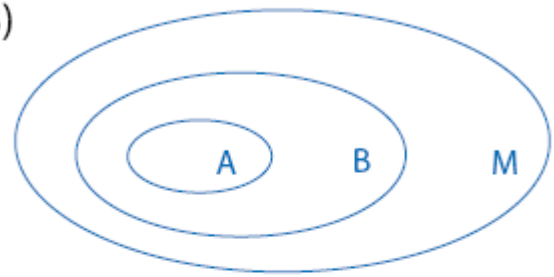
20. **(CESPE) Considere que um conjunto de empregados de uma empresa tenha respondido integralmente ao teste apresentado e tenha sido verificado que 15 deles fizeram uso da opção “às vezes”, 9, da opção “raramente” e 13, da opção “sempre”. Além disso, 4 desses empregados usaram as opções “às vezes” e “raramente”, 8 usaram as opções “às vezes” e “sempre”, 4 usaram as opções “raramente” e “sempre”, e 3 usaram “às vezes”, “sempre” e “raramente”. Nessa situação, é correto afirmar que menos de 30 empregados dessa empresa responderam ao teste.**

21. **(FCC) Denota-se respectivamente por A e B o conjunto de todos atletas da delegação olímpica argentina e brasileira em Atenas, e por M o conjunto de todos os atletas que irão ganhar medalhas nessas Olimpíadas. O diagrama mais adequado para representar possibilidades de intersecção entre os três conjuntos é:**

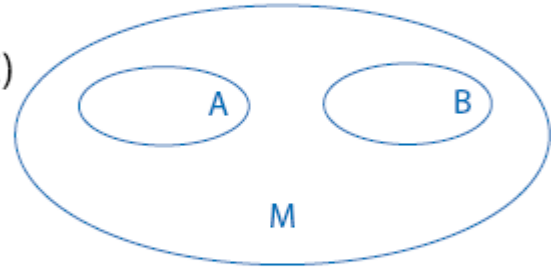
(A)



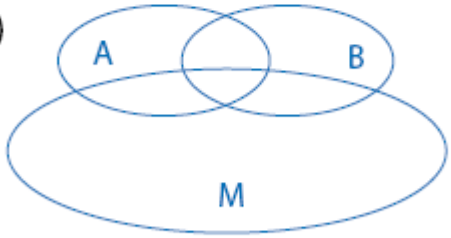
(B)



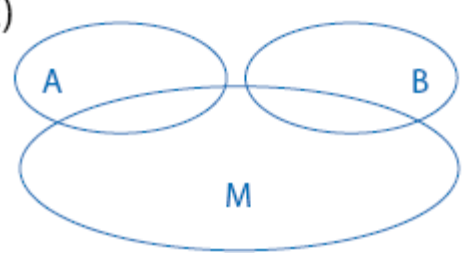
(C)



(D)



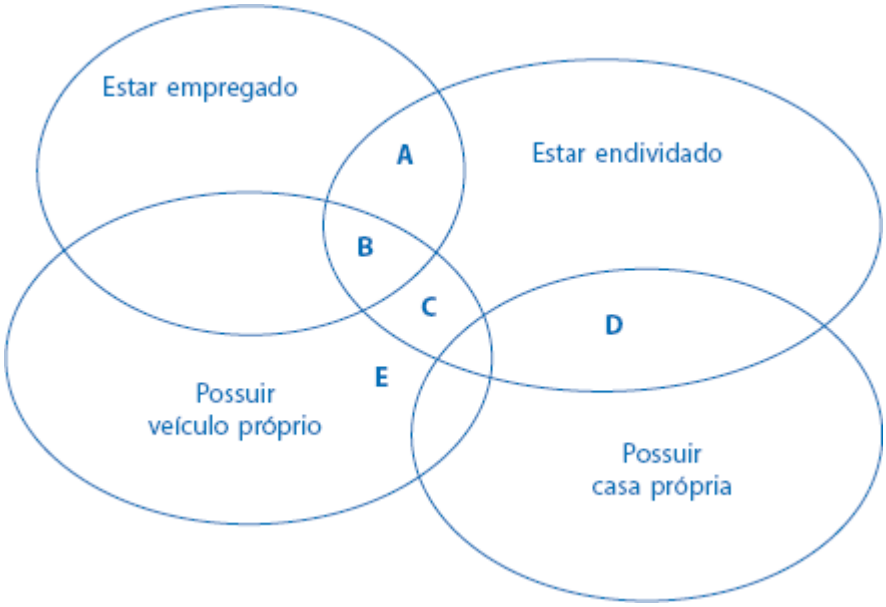
(E)



---

22. **(FCC MPE 2009)** **O esquema de diagramas mostra situação socioeconômica de cinco homens em um levantamento feito na comunidade em que vivem. As situações levantadas foram: estar ou não empregado; estar ou não endividado; possuir ou não um veículo próprio; possuir ou não casa própria.**

Situar-se dentro de determinado diagrama significa apresentar a situação indicada.



Analisando o diagrama, é correto afirmar que:

(A) A possui casa própria, está empregado e endividado, mas não possui veículo próprio.
(B) B possui veículo próprio, está empregado, mas não possui casa própria nem está endividado.
(C) C está endividado e empregado, não possui casa própria nem veículo próprio.
(D) D possui casa própria, está endividado e empregado, mas não possui veículo próprio.
(E) E não está empregado nem endividado, possui veículo próprio, mas não possui casa própria.

---

23. **(FCC – Guarda Portuário – Companhia das Docas – SP – 2006) Em um processo de seleção para uma vaga de emprego, observou-se entre todos os candidatos que:**
– 5 tinham experiência profissional, mas não falavam inglês;
– 3 falavam inglês, mas não tinham experiência profissional;
– ao todo, 9 candidatos tinham experiência profissional;
– ao todo, 7 candidatos não falavam inglês.
O total de candidatos a esta vaga era.

(A) 14.
(B) 15.
(C) 17.
(D) 19.
(E) 21.

---

24. **(FCC – Tribunal de Contas do Estado da Paraíba) Em uma escola de 200 alunos, tem-se que 120 jogam futebol, 100 jogam basquete e 60 jogam futebol e basquete. Sabendo-se que não existe outra modalidade de esporte nesta escola, é correto afirmar que o número de alunos que não praticam futebol ou basquete é:**

(A) 100.
(B) 80.
(C) 60.
(D) 40.
(E) 20.

---

25. **(VUNESP) Numa pesquisa feita com 400 consumidores sobre a preferência entre 3 tipos de refrigerante, constatou-se que: 80 pessoas consumiam os tipos A e B; 60 consumiam os tipos A e C e 40 consumiam B e C. Entre os que consumiam apenas um tipo de refrigerante o resultado foi: 200 consomem o tipo A; 150 o tipo B e 170 o tipo C. Sabendo que entre as pessoas pesquisadas, 40 pessoas não consomem nenhum dos 3 tipos, o número de pessoas que consomem os 3 tipos é**

(A) 10.

(B) 20.
(C) 30.
(D) 40.
(E) 50.

26. **(ESAF)** **Uma escola de idiomas oferece apenas três cursos: um curso de alemão, um curso de francês e um curso de inglês. A escola possui 200 alunos e cada aluno pode matricular-se em quantos cursos desejar. No corrente ano, 50% dos alunos estão matriculados no curso de alemão, 30% no curso de francês e 40% no de inglês. Sabendo-se que 5% dos alunos estão matriculados em todos os três cursos, o número de alunos matriculados em mais de um curso é igual a:**

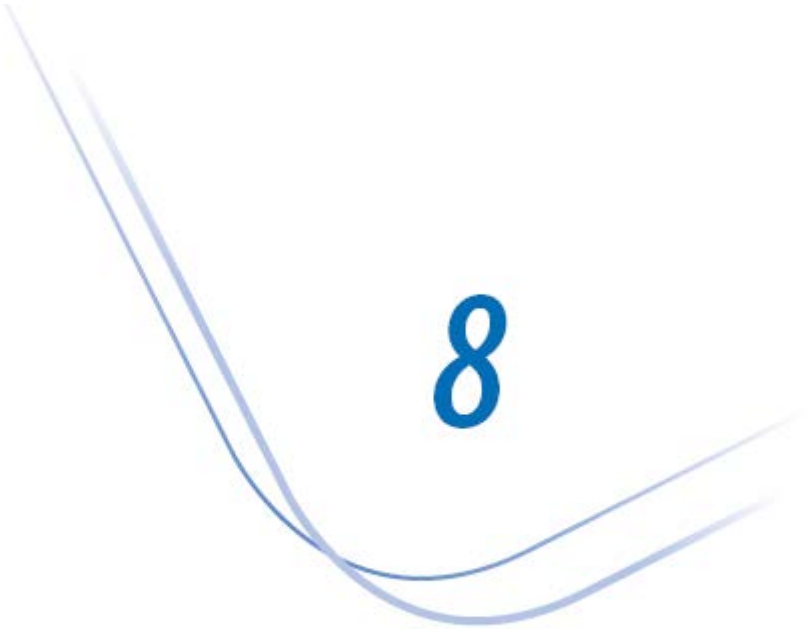
(A) 30.
(B) 10.
(C) 15.
(D) 5.
(E) 20.

27. **(ADVISE 2010)** **Em uma escola que tem 415 alunos, 221 estudam inglês, 163 estudam francês e 52 estudam ambas as línguas. Quantos alunos não estudam nenhuma das duas línguas?**

(A) 52.
(B) 31.
(C) 83.
(D) 93.
(E) 111.

GABARITO

01. B	02. D	03. Errado	04. Certo	05. Certo	06. Errado	07. B	08. Certo
09. Errado	10. Errado	11. C	12. D	13. Errado	14. Errado	15. Errado	16. Certo
17. C	18. C	19. C	20. C	21. E	22. E	23. A	24. D
25. B	26. A	27. C					



8

ANÁLISE COMBINATÓRIA

8.1. INTRODUÇÃO

O tema análise combinatória pode ser cobrado de forma direta, ou seja, o edital informa o tema, como nas bancas ESAF e CESPE, ou de forma indireta, quando no conteúdo programático constar o tema raciocínio matemático.

Esse tópico sempre deixa as pessoas com medo, pois têm a impressão de um assunto difícil. Ainda me lembro da frase de meu professor da Faculdade da disciplina, ele disse: "Não tenho como ensinar análise combinatória, mas posso ensinar os conceitos fundamentais". Meu estimado professor tem razão, pois para aprender análise é necessário ter um conhecimento dos casos especiais.

Em minhas aulas, a pergunta clássica é: "– Como vou saber quando é arranjo, combinação, princípio fundamental de contagem ou permutação?" Nisso, poderei ajudar com algumas dicas e macetes de interpretação. Tenho certeza que, depois desse capítulo, vocês irão desmitificar muitas coisas sobre análise combinatória. Por exemplo: arranjo não é necessário estudar, porque todas as questões de arranjo podem ser respondidas pelo princípio fundamental de contagem.

8.2. PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DE CONTAGEM (PFC)

8.2.1. Definição

É o total de possibilidades de o evento ocorrer.

Princípio multiplicativo: P_1. P_2. P_3. ... .P_n.(regra do "e"). É um princípio utilizado em sucessão de escolha, como ordem.

Exemplo:

Você primeiro escolhe isso, depois aquilo e depois...

Princípio aditivo: $P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n$. (regra do "ou"). É o princípio utilizado quando podemos escolher uma coisa ou outra.

Fique tranquilo, durante as questões comentadas será mais fácil perceber quando utilizar um ou outro princípio.

8.3. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(BNB 2002) Apesar de todos os caminhos levarem a Roma, eles passam por diversos lugares antes. Considerando-se que existem três caminhos a seguir quando se deseja ir da cidade A para a cidade B, e que existem mais cinco opções da cidade B para Roma, qual a quantidade de caminhos que se pode tomar para ir de A até Roma, passando necessariamente por B?**
   (A) Oito.
   (B) Dez.
   (C) Quinze.
   (D) Dezesseis.
   (E) Vinte.

Resolução:

Vamos observar que temos uma sucessão de escolhas:

Primeiro, de A para B e depois de B para Roma.

1ª possibilidade: 3 (A para B).

Obs.: o número 3 representa a quantidade de escolhas para a primeira opção.

2ª possibilidade: 5 (B para Roma).

Temos duas possibilidades: A para B depois B para Roma, logo, uma sucessão de escolhas.

Resultado: 3 . 5 = 15 possibilidades.

Resposta: letra C.

---

2. **Uma fábrica produz três modelos de carros. Para cada modelo, o cliente deve escolher entre sete cores diferentes, cinco tipos de estofamento e vidros brancos ou verdes. Além disso, o cliente pode adquirir, opcionalmente, o limpador do vidro traseiro. A quantidade de maneiras distintas em que esta fábrica pode montar carros para atender a todas as possíveis escolhas de seus clientes é:**
   (A) 60.
   (B) 70.
   (C) 140.
   (D) 210.
   (E) 420.

Resolução:

Temos uma sucessão de escolhas, logo, devemos o utilizar o princípio multiplicativo.

Obs.: vamos escolher o modelo depois as cores e depois...

1ª possibilidade: modelos = 3.

2ª possibilidade: cores = 7.

3ª possibilidade: estofamento = 5.

4ª possibilidade: vidros = 2.

5ª possibilidade: limpador de vidro = 2 (com ou sem limpador).

Resultado: 3 . 7 . 5 . 2 . 2 = 420 possibilidades.

Resposta: letra E.

---

3. **(UNEB) Uma senhora idosa foi retirar dinheiro em um caixa automático, mas se esqueceu da senha. Lembrava que não havia o algarismo 0, que o primeiro algarismo era 8, o segundo era par, o terceiro era menor que cinco e o quarto e último era ímpar. Qual o maior número de tentativas que ela pode fazer, no intuito de acertar a senha?**
   (A) 13.
   (B) 60.
   (C) 75.

(D) 78.
(E) 80.

Resolução:

1ª possibilidade: 8. Apenas um número = 1.
2ª possibilidade: par (2, 4, 6, 8) = 4.
3ª possibilidade: menor que cinco (1, 2, 3, 4) = 4.
4ª possibilidade: ímpar (1, 3, 5, 7, 9) = 5.
Resumo:

1	4	4	5
1ª possibilidade	2ª possibilidade	3ª possibilidade	4ª possibilidade

Resultado: 1 . 4 . 4 . 5 = 80 possibilidades.

> ***Fique esperto!***
>
> Você deve ter se perguntado o porquê de, na primeira possibilidade, o número ser 1 e não 8. Não esqueça: as possibilidades representam a quantidade de elementos; como só temos um elemento, há apenas uma possibilidade.

Resposta: letra E.

---

4. (CESGRANRIO INSS) Para ter acesso a um arquivo, um operador de computador precisa digitar uma sequência de 5 símbolos distintos, formada por duas letras e três algarismos. Ele se lembra dos símbolos, mas não lembrava da ordem da sequência em que eles aparecem. O maior número de tentativas diferentes que o operador pode fazer para acessar o arquivo é:

(A) 115.
(B) 120.
(C) 150.
(D) 200.
(E) 249.

Resolução:

Temos que ter cuidado! Ele sabe os elementos da sequência, mas não sabe a ordem.
Não esqueça: temos elementos distintos, logo, sem repetição.

5	4	3	2	1
1ª possibilidade	2ª possibilidade	3ª possibilidade	4ª possibilidade	5ª possibilidade

Na primeira possibilidade, temos cinco escolhas, porém, como os termos são distintos, cada casa diminui uma possibilidade.
Logo: 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120.

Resposta: letra B.

---

5. (Técnico do BACEN 2005) Os clientes de um banco contam com um cartão magnético e uma senha pessoal de quatro algarismos distintos entre 1 000 e 9 999. A quantidade dessas senhas, em que a diferença positiva entre o primeiro algarismo e o último algarismo é 3, é igual a:

(A) 936.

(B) 896.
(C) 784.
(D) 768.
(E) 728.

Resolução:

A diferença positiva entre o primeiro e último algarismo é 3.

Suposição: primeiro algarismo sendo 3 e o último algarismo sendo 0.

1º algarismo, sendo o dígito 3, logo, uma escolha.

2º algarismo: 8 escolhas (não podemos escolher os dígitos 0 e 3, pois os dígitos são distintos).

3º algarismo: 7 escolhas (abatemos os dígitos 0, 3 e dígito do segundo algarismo).

4º algarismo: 1 escolha (dígito é 0).

Resultado: 1 . 8 . 7 . 1 = 56 escolhas.

Podemos ter as seguintes duplas: (3, 0), (1, 4), (4, 1), (5, 2), (2, 5), (6, 3), (7, 4),(4, 7), (8, 5), (5, 8), (6, 3), (3, 6), temos 13 duplas para assumir a primeira e última posição!

Não escolhemos a dupla (0,3), pois a senha deve começar com o dígito 1!

Para cada dupla temos 56 escolhas!

Resultado 56 . 13 = 728 possibilidades.

Resposta: letra E.

Texto para as questões 6 a 8

(CESPE TRT-DF – 2005) Para a codificação de processos, o protocolo utiliza um sistema com cinco símbolos, sendo duas letras de um alfabeto com 26 letras e três algarismos, escolhidos entre os de 0 a 9. Supondo que as letras ocupem sempre as duas primeiras posições, julgue os itens que se seguem.

6. **O número de processos que podem ser codificados por esse sistema é superior a 650.000.**
7. **O número de processos que podem ser codificados por esse sistema utilizando-se letras iguais nas duas primeiras posições do código é superior a 28.000.**
8. **O número de processos que podem ser codificados por esse sistema de modo que em cada código não haja repetição de letras ou de algarismos é superior a 470.000.**

Resolução:

O nosso protocolo é formado por duas letras e três algarismos. ($L_1L_2A_1A_2A_3$)

Algarismos = 10 (0, 1, 2 a 9).

Letras = 26 (fornecida pela questão).

Vamos resolver o item 6.

O número de processos que podem ser codificados por esse sistema é superior a 650.000.

Nessa questão não há restrição.

26	26	10	10	10
1ª Possibilidade	2ª Possibilidade	3ª Possibilidade	4ª Possibilidade	5ª Possibilidade

Resultado: 26 . 26 . 10 . 10 . 10 = 676.000 possibilidades.

Resposta: item CERTO.

Vamos resolver o item 7.

O número de processos que podem ser codificados por esse sistema utilizando-se letras iguais nas duas primeiras posições do

código é superior a 28.000.

Nesse item, temos a seguinte restrição: letras iguais. A segunda letra é igual à primeira, por isso não podemos escolher a segunda letra.

26	1	10	10	10
1ª Possibilidade	2ª Possibilidade	3ª Possibilidade	4ª Possibilidade	5ª Possibilidade

Resultado: 26 . 1 . 10 . 10 . 10 = 26.000 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

Vamos resolver o item 8.

O número de processos que podem ser codificados por esse sistema de modo que em cada código não haja repetição de letras ou de algarismos é superior a 470.000.

Nesse item, a restrição é não repetir elementos (letras e algarismos).

26	25	10	9	8
1ª Possibilidade	2ª Possibilidade	3ª Possibilidade	4ª Possibilidade	5ª Possibilidade

Resultado: 26 . 25 . 10 . 9 . 8 = 468.000 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

---

9. **(UEFS) Para garantir a segurança de seus moradores, a administração de um condomínio pensou em contratar vigilantes para ocuparem as cinco guaritas construídas na sua área. Devido aos altos custos, só é possível contratar quatro vigilantes, sendo que um deles deve ficar na guarita próxima à entrada do condomínio e que, nos demais postos, devem ficar, no máximo, um vigilante. Nessas condições, o número máximo de maneiras distintas para distribuir esses vigilantes é:**

(A) 24.
(B) 58.
(C) 72.
(D) 96.
(E) 120.

Resolução:

Temos quatro vigilantes e cinco guaritas, sendo obrigatório a guarita da entrada ter um vigilante.

> ***Fique esperto!***
>
> Cada vez que escolhemos um vigilante, diminui uma possibilidade.

Vamos escolher a guarita D ficando vazia.

• 1ª possibilidade: entrada = 4 (vigilantes).
• 2ª possibilidade: guarita A = 3.
• 3ª possibilidade: guarita B = 2.
• 4ª possibilidade: guarita C = 1.

4	3	2	1
Entrada	Guarita A	Guarita B	Guarita C

Resultado: 4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades, porém esse resultado é quantidade de possibilidades ficando vazia a guarita D, mas a questão deixou livre a guarita que vai ficar vazia.

• 5ª possibilidade: guarita vazia (pode ser A ou B ou C ou D) = 4.

Resultado final: 4 . 3 . 2 . 1 . 4 = 96 possibilidades.

Resposta: letra E.

---

10. (ESAF Fiscal Trabalho 98) Três rapazes e duas moças vão ao cinema e desejam sentar-se, os cinco, lado a lado, na mesma fila. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que as duas moças fiquem juntas, uma ao lado da outra, é igual a:

(A) 2.
(B) 4.
(C) 24.
(D) 48.
(E) 120.

Resolução:

Nesse caso, a nossa restrição é ficarem duas mulheres juntas.

Sem restrição, a resposta seria 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120 possibilidades.

M_1	M_2	R_1	R_2	R_3
P_1		P_2	P_3	P_4

Vamos observar que uma posição (P1) será ocupada pelas duas mulheres, pois elas devem permanecer juntas.

• 1ª possibilidade: moças 1 = 2.

• 2ª possibilidade: moça 2 = 1.

• 3ª possibilidade: rapaz 1 = 3.

• 4ª possibilidade: rapaz 2 = 2.

• 5ª possibilidade: rapaz 3 = 1.

Resultado: 2 . 1 . 3 . 2 . 1 = 12 possibilidades, porém nessa ordem.

Temos quatro posições para permutar (trocar) entre si.

• 6ª possibilidade: posição = 4.

Resultado final: 12 . 4 = 48 possibilidades.

Resposta: letra D.

---

11. (MPOG 2000 ESAF) O número de maneiras diferentes que 3 rapazes e 2 moças podem sentar-se em uma mesma fila de modo que somente as moças fiquem todas juntas é igual a:

(A) 6.
(B) 12.
(C) 24.
(D) 36.
(E) 48.

Resolução:

Você deve ter se perguntado, não é a mesma questão?

Não! O enunciado é o mesmo, porém a pergunta é diferente.

Nossa restrição é: *somente as moças ficarem todas juntas*; nesse caso, os rapazes não podem ficar todos juntos. Por isso teremos duas situações.

• 1ª situação:

R_1	M_1	M_2	R_2	R_3
P_1	P_2		P_3	P_4

- 1ª possibilidade: moças 1 = 2.
- 2ª possibilidade: moça 2 = 1.
- 3ª possibilidade: rapaz 1 = 3.
- 4ª possibilidade: rapaz 2 = 2.
- 5ª possibilidade: rapaz 3 = 1.

Resultado 1: 2 . 1 . 3 . 2 . 1 = 12 possibilidades.

• 2ª situação:

R_1	R_2	M_1	M_2	R_3
P_1	P_2	P_3		P_4

- 1ª possibilidade: moças 1 = 2.
- 2ª possibilidade: moça 2 = 1.
- 3ª possibilidade: rapaz 1 = 3.
- 4ª possibilidade: rapaz 2 = 2.
- 5ª possibilidade: rapaz 3 = 1.

Resultado 2 : 2 . 1 . 3 . 2 . 1 = 12 possibilidades.

Temos 1ª situação ou 2ª situação. Regra do “ou” (soma).

Resultado final: 12 + 12 = 24 possibilidades.

Resposta: letra C.

---

12. (ESAF AFRE MG 2005) Sete modelos, entre elas Ana, Beatriz, Carla e Denise, vão participar de um desfile de moda. A promotora do desfile determinou que as modelos não desfilarão sozinhas, mas sempre em filas formadas por exatamente quatro das modelos. Além disso, a última de cada fila só poderá ser ou Ana, ou Beatriz, ou Carla ou Denise. Finalmente, Denise não poderá ser a primeira da fila. Assim, o número de diferentes filas que podem ser formadas é igual a:

(A) 420.
(B) 480.
(C) 360.
(D) 240.
(E) 60.

Resolução:

Nessa questão, temos duas restrições:

1ª) A última posição deve ser: Ana ou Beatriz ou Carla ou Denise.

2ª) Denise não pode ocupar a primeira posição.

• 1ª situação: Ana sendo a última.

5	5	4	1
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

A posição 1 não pode ser ocupada nem por Ana nem por Denise (restrição da questão), logo, cinco possibilidades.

A posição dois não pode ser ocupada por Ana nem pela pessoa que ocupou a primeira posição; porém, pode ser ocupada por Denise. Por isso, cinco possibilidades.

A posição três não pode ser ocupada por Ana, nem pela pessoa da posição 1, nem pela pessoa da posição 2, logo, quatro possibilidades.

A posição quatro pode ser ocupada por Ana (nossa suposição), logo, apenas uma possibilidade.

Resultado 1 = 5 . 5 . 4 . 1 = 100 possibilidades.

• 2ª situação: Beatriz sendo a última.

5	5	4	1
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

A posição 1 não pode ser ocupada nem por Beatriz nem por Denise (restrição da questão), logo, 5 possibilidades.

A posição 2 não pode ser ocupada por Beatriz nem pela pessoa que ocupou a primeira posição; porém, pode ser ocupada por Denise, por isso, 5 possibilidades.

A posição 3 não pode ser ocupada por Beatriz, nem pela pessoa da posição 1, nem pela pessoa da posição 2, logo, 4 possibilidades.

A posição 4 pode ser ocupada por Beatriz (nossa suposição), logo, apenas uma possibilidade.

Resultado 2 = 5 . 5 . 4 . 1 = 100 possibilidades.

• 3ª situação: Carla sendo a última.

5	5	4	1
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

A posição 1 não pode ser ocupada nem por Carla nem por Denise (restrição da questão), logo, 5 possibilidades.

A posição 2 não pode ser ocupada por Carla nem pela pessoa que ocupou a primeira posição; porém, pode ser ocupada por Denise, por isso, 5 possibilidades.

A posição 3 não pode ser ocupada por Carla, nem pela pessoa da posição 1, nem pela pessoa da posição 2, logo, 4 possibilidades.

A posição 4 pode ser ocupada por Carla (nossa suposição), logo, apenas uma possibilidade.

Resultado 3 = 5 . 5 . 4 . 1 = 100 possibilidades.

• 4ª situação: Denise sendo a última.

6	5	4	1
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

A posição 1 não pode ser ocupada por Denise (restrição da questão), e como ela já está na última posição, logo, 6 possibilidades.

A posição 2 não pode ser ocupada por Denise nem pela pessoa que ocupou a primeira posição; logo, 5 possibilidades.

A posição 3 não pode ser ocupada por Denise nem pela pessoa da posição 1 nem pela pessoa da posição 2, logo, 4 possibilidades.

A posição 4 pode ser ocupada por Denise (nossa suposição), logo, apenas uma possibilidade.

Resultado 4 = 6 . 5 . 4 . 1 = 120 possibilidades.

Temos: 1ª situação ou 2ª situação ou 3ª situação ou 4ª situação.

Resultado final: 100 + 100 + 100 + 120 = 420 possibilidades.

Resposta: letra A.

13. (CEFET-BA) A travessia internacional mais alta do mundo está a 4.370 metros de altitude. Considerando os algarismos 0, 3, 4 e 7, se colorarmos em ordem crescente todos os algarismos, não nulos, de algarismos distintos, formados por esses algarismos, então a posição do número 4.370 é:

(A) 30.
(B) 36.
(C) 40.
(D) 41.
(E) 42.

Resolução:

Temos que contar as possibilidades.

• 1ª situação: um número de um algarismo.

Possibilidade: 3, 4, 7 = 3.

O 0 não conta, pois o número 07 é um número de um algarismo.

• 2ª situação: um número de dois algarismos.

3	3
1º algarismo	2º algarismo

O primeiro algarismo não pode ser 0, por isso só temos as seguintes possibilidades: 3, 4, 7.

O segundo algarismo pode ser 0, e devemos excluir o algarismo que escolhemos para primeira posição, logo, 3 possibilidades.

Resultado 2 : 3 . 3 = 9 possibilidades.

• 3ª situação: um número de três algarismos.

3	3	2
1º algarismo	2º algarismo	3º algarismo

O primeiro algarismo não pode ser o zero, logo, 3 possibilidades.

O segundo algarismo pode contar o zero, porém não podemos contar o algarismo da posição 1.

O terceiro algarismo não pode ser nem o primeiro algarismo nem o segundo algarismo, logo, 2 algarismos.

Resultado 3 : 3 . 3 . 2 = 18 possibilidades.

• 4ª situação: número de quatro algarismos, menor que 4.370.

Vamos começar com o número 3 na primeira posição, pois o número 3.074 é menor que 4.370.

1	3	2	1
1º algarismo	2º algarismo	3º algarismo	4º algarismo

A primeira posição só pode ser ocupada pelo algarismo 3, logo, apenas uma possibilidade.

A segunda posição não pode ser ocupada pelo algarismo da primeira posição, logo, 3 possibilidades.

Na terceira posição, devemos excluir os dois algarismos anteriores, logo, 2 possibilidades.

Na quarta posição, devemos excluir os três algarismos anteriores, logo, 1 possibilidade.

Resultado 4 : 1 . 3 . 2 . 1 = 6 possibilidades.

Até agora, temos 3 + 9 + 18 + 6 = 36 possibilidades.

Começando com o algarismo 4, temos: 4.037, 4.073, 4.307. Logo, temos mais três posições.

Números menores que 4.370, temos 39 possibilidades, logo, o número 4.370 estará na 40ª posição.

Resposta: letra C.

---

14. (ESAF MPU 2004) Paulo possui três quadros de Gotuzo e três de Portinari e quer expô-los em uma mesma parede, lado a lado. Todos os seis quadros são assinados e datados. Para Paulo, os quadros podem ser dispostos em qualquer ordem, desde que os de Gotuzo apareçam ordenados entre si em ordem cronológica, da esquerda para a direita. O número de diferentes maneiras que os seis quadros podem ser expostos é igual a:

(A) 20.
(B) 30.
(C) 24.
(D) 120.
(E) 360.

Resolução:

Temos 6 quadros, porém os quadros de Gotuzo devem estar em ordem cronológica e podem estar juntos ou não.

Total de possibilidades: 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720 possibilidades.

No caso da inversão da sequência dos quadros de Gotuzo, temos:

3	2	1
1ª posição	2ª posição	3ª posição

Temos 6 possibilidades de troca da sequência dos quadros de Gotuzo.

$\frac{720}{6} = 120$ possibilidades para os quadros de Gotuzo estarem em ordem cronológica.

Conclusão: O resultado é igual a 120,

Resposta: letra D.

Texto para as questões 15 a 18

Supondo que André, Bruna, Cláudio, Leila e Roberto sejam, não necessariamente nesta ordem, os cinco primeiros classificados em um concurso, julgue os itens seguintes.

---

15. Existem 120 possibilidades distintas para essa classificação.

Resolução:

Escolha livre!

1ª posição: 5 (podemos escolher qualquer pessoa).

2ª posição: 4 (excluindo a pessoa escolhida para a primeira posição).

3ª posição: 3.

4ª posição: 2.

5ª posição: 1.

Resultado: 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120 possibilidades.

Resposta: item CERTO.

---

16. Com André em primeiro lugar, existem 20 possibilidades distintas para a classificação.

Resolução:

Restrição: André em primeiro lugar.

Escolha livre!

• 1ª posição: 1 (temos apenas uma opção).

• 2ª posição: 4 (excluindo a pessoa escolhida para a primeira posição).

• 3ª posição: 3.

• 4ª posição: 2.

• 5ª posição: 1.

Resultado: 1 . 4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

---

17. Com Bruna, Leila e Roberto classificados em posições consecutivas, existem 36 possibilidades distintas para classificação.

Resolução:

Nesse caso temos 3 pessoas em posições consecutivas, sem ordem!

P1	P2	P3

Temos apenas 3 posições, pois três pessoas devem ficar juntas.

• 1ªescolha: 3 posições.

• 2ª escolha: 2 pessoas para uma posição.

• 3ª escolha: 1 pessoa para uma posição.

• 4ª escolha: 3 . 2 . 1 (permuta entre Bruna, Leila e Roberto).

Resultado: 3 . 2 . 1 . 3 . 2 . 1 = 36 possibilidades.

Resposta: item CERTO.

---

18. O número de possibilidades distintas para a classificação com um homem em último lugar é 144.

Resolução:

Se o total de possibilidades é 120, então como o número de possibilidades pode ser 144?

Vamos ao cálculo.

• 1ª posição: 4 (considerando André sendo o último, por isso excluímos uma opção).

• 2ª posição: 3 (excluindo a pessoa escolhida para a primeira posição).

• 3ª posição: 2.

• 4ª posição: 1.

• 5ª posição: 1.

Resultado: 1 . 4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades.

Sendo André o último, temos 24 possibilidades. Teremos também para Cláudio 24 possibilidades e 24 possibilidades para Roberto sendo o último.

Resultado: 24 + 24 + 24.

Pode ser um “ou outro”, regra do “ou” = soma.

Resposta: item ERRADO.

---

19. (ABIN CESPE 2010) Considere que uma das técnicas de acompanhamento de investigado que se desloque por

uma rua retilínea consista em manter um agente no mesmo lado da via que o investigado, alguns metros atrás deste, e dois outros agentes do lado oposto da rua, um caminhando exatamente ao lado do investigado e outro, alguns metros atrás. Nessa situação, há 10 maneiras distintas de 3 agentes previamente escolhidos se organizarem durante uma missão de acompanhamento em que seja utilizada essa técnica.

Resolução:

Temos que escolher 3 pessoas para três posições.

1ª posição (do mesmo lado da via) = 3 (total de agentes).

2ª posição (lado oposto na mesma direção) = 2 (pois já escolhemos um agente).

3ª posição (lado oposto, alguns metros atrás) = 1 (pois já escolhemos dois agentes).

Resultado = 3 . 2 . 1 = 6 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

---

20. (CESGRANRIO 2011) Deseja-se identificar cinco vagas de um estacionamento para uso da diretoria de uma empresa, cada uma com uma cor. Entretanto, há restrições: as vagas estão dispostas linearmente e são adjacentes, só há três cores diferentes no almoxarifado e duas vagas consecutivas não podem ter a mesma cor.

De quantas maneiras essa identificação é possível?

(A) 15.
(B) 32.
(C) 48.
(D) 125.
(E) 243.

Resolução:

Restrição: duas vagas consecutivas não podem ter a mesma cor.

Dica:

Quando a restrição for dois elementos consecutivos distintos então podemos utilizar a seguinte fórmula:

1ª possibilidade = n.

• 2ª possibilidade em diante = (n – 1).

Obs.: n: total de elementos.

n = 3

• 1ª possibilidade: 3 (n).

• 2ª possibilidade: 2 (n – 1).

• 3ª possibilidade: 2 (n – 1).

• 4ª possibilidade: 2 (n – 1).

• 5ª possibilidade: 2 (n – 1).

Resultado: 3 . 2 . 2 . 2 . 2 = 48.

Resposta: letra C.

---

21. (BB CESGRANRIO 2012) Para cadastrar-se em um site de compras coletivas, Guilherme precisará criar uma senha numérica com, no mínimo, 4 e, no máximo, 6 dígitos. Ele utilizará apenas algarismos de sua data de nascimento: 26/03/1980.

Quantas senhas diferentes Guilherme poderá criar se optar por uma senha sem algarismos repetidos?

(A) 16.870.
(B) 20.160.
(C) 28.560.

(D) 5.040.
(E) 8.400.

Resolução:

Elementos: 0, 1, 2, 3, 6, 8 e 9.

• 1º caso: 4 dígitos.

Obs.: sem repetição.

Possibilidade 1 = 7.

Possibilidade 2 = 6.

Possibilidade 2 = 5.

Possibilidade 2 = 4.

$R_1 = 7 . 6 . 5 . 4 = 840.$

• 2º caso: 5 dígitos.

Obs.: sem repetição.

Possibilidade 1 = 7.

Possibilidade 2 = 6.

Possibilidade 3 = 5.

Possibilidade 4 = 4.

Possibilidade 5 = 3.

$R_2 = 7 . 6 . 5 . 4 . 3 = 2.520$

• 3º caso: 6 dígitos.

Obs.: sem repetição.

Possibilidade 1 = 7.

Possibilidade 2 = 6.

Possibilidade 3 = 5.

Possibilidade 4 = 4.

Possibilidade 5 = 3.

Possibilidade 6 = 2.

$R_3 = 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 = 5.040.$

R final = 840 + 2.520 + 5.040 = 8.400.

Resposta: letra E.

A enorme quantidade de questões apresentadas teve como objetivo fortalecer o conceito do Princípio Fundamental de Contagem. Por isso, você está preparado para solucionar as questões propostas para o seu treinamento. Não se esqueça de ler com calma e observar as restrições!

Resumo das principais restrições:

1ª) “Elementos distintos”

Obs.: n: total de elementos

P = n(n-1) (n-2) (n-3) ...

2ª) Elementos Iguais.

Obs.: n: total de elementos

P = n. 1 . 1 . 1 ... 1

A primeira escolha é livre e a partir da segunda escolha, o resultado sempre será igual a 1.

3ª) Dois elementos consecutivos distintos

Obs.: n: total de elementos

P = n(n-1) (n-1) ... (n-1)

A primeira escolha é livre e a partir da segunda escolha, o resultado sempre será igual a (n-1).

8.4. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

22. (VUNESP 2014) Um jovem casal está planejando a construção de sua casa. Para isso, o casal precisa decidir se a casa terá 2 ou 3 dormitórios; se pedirão um empréstimo habitacional à Caixa Econômica, ao Banco do Brasil ou a um banco privado específico e, por fim, se construirão a casa no terreno que compraram a prazo ou se venderão esse terreno e comprarão outro.

Quantas possibilidades de escolha o casal tem no total?

(A) 12
(B) 26
(C) 7
(D) 10
(E) 20

---

23. (CESGRANRIO) Ao se inscrever em determinado concurso, cada candidato recebia um número de inscrição composto de 6 dígitos numéricos. O primeiro dígito identificava a cidade onde era feita a inscrição e os demais correspondiam ao número de identificação do candidato. Por exemplo, na cidade identificada pelo dígito "2", o primeiro inscrito receberia o número de inscrição "2.00001", o do segundo seria "2.00002" e assim sucessivamente, até o número "2.99999". Seguindo esse critério, qual o número máximo de candidatos que poderiam se inscrever numa mesma cidade?

(A) 9.999.
(B) 59.049.
(C) 99.999.
(D) 531.441.
(E) 999.999.

---

24. (CESGRANRIO) Em certa universidade, o número de matrícula dos estudantes é formado por 7 dígitos, repetidos ou não. Os números seguem um padrão: o primeiro dígito não pode ser zero, o antepenúltimo indica em que semestre (primeiro ou segundo) foi iniciado o curso e os dois últimos, o ano da matrícula. Por exemplo, "4234.207" é um número de matrícula atribuído a um estudante que iniciou seu curso no segundo semestre de 2007. Se dois estudantes matriculados num mesmo ano devem ter, obrigatoriamente, números de matrícula diferentes, qual é o número máximo de estudantes que podem ser matriculados em 2008?

(A) 6.046.
(B) 9.000.
(C) 10.080.
(D) 18.000.
(E) 20.000.

---

25. (UPENT 2014) Na formatura dos 8 amigos, eles se encaminhavam juntos para a fila na qual receberiam seus anéis. O número possível de diferentes filas a serem formadas, de modo que dois desses amigos fiquem sempre juntos, é:

(A) 10.080.
(B) 5.040.
(C) 21.
(D) 8.
(E) 7.

---

26. (CESGRANRIO 2008) Pedrinho precisava inventar uma bandeira para representar seu grupo em um trabalho escolar. Ele criou uma bandeira simples, de quatro listras verticais, representada abaixo.

Pedrinho decidiu pintar sua bandeira utilizando as quatro cores da bandeira do Estado de Rondônia. De quantos modos essa bandeira poderá ser pintada, duas listras seguidas devem, obrigatoriamente, ser de cores diferentes?

(A) 24.
(B) 48.
(C) 72.
(D) 96.
(E) 108.

---

27. (QUADRIX 2014) Um profissional deseja organizar 3 livros de História, 4 de Física e 2 de Biologia, de modo que fiquem enfileirados na prateleira da biblioteca, sendo que a única exigência é de que os da mesma área fiquem juntos. Qual é o número de possibilidades de esses livros serem organizados?

(A) 288.
(B) 1.728.
(C) 1.600.
(D) 1.550.
(E) 300.

---

28. (CESPE) Considere que as senhas dos clientes de um banco têm 8 dígitos, sem repetições, formadas pelos algarismos de 0 a 9. Nessa situação, o número máximo de senhas que podem ser cadastradas nesse banco é inferior a 2×10^6.

---

29. (CESPE) Considere que o BB oferece cartões de crédito Visa e Mastercard, sendo oferecidas 5 modalidades diferentes de cartão de cada uma dessas empresas. Desse modo, se um cidadão desejar adquirir um cartão Visa e um Mastercard, ele terá menos de 20 possíveis escolhas distintas.

---

30. (Oficial de Chancelaria 2002 ESAF) Chico, Caio e Caco vão ao teatro com suas amigas Biba e Beti, e desejam sentar-se, os cinco, lado a lado, na mesma fila. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que Chico e Beti fiquem sempre juntos, um ao lado do outro, é igual a:

(A) 16.
(B) 24.
(C) 32.
(D) 46.
(E) 48.

---

31. (VUNESP 2014 – adaptada) Um jovem casal está planejando a construção de sua casa. Para isso, o casal precisa decidir se a casa terá 2, 3 ou 4 dormitórios; se pedirão um empréstimo habitacional à Caixa Econômica, ao Banco do Brasil ou a um banco privado específico e, por fim, se construirão a casa no terreno que compraram a prazo ou se venderão esse terreno e comprarão outro.

Quantas possibilidades de escolha o casal tem no total?

(A) 12.
(B) 18.

(C) 7.
(D) 10.
(E) 20.

---

32. **(Analista de Orçamento MARE 99 ESAF)** **Para entrar na sala da diretoria de uma empresa é preciso abrir dois cadeados. Cada cadeado é aberto por meio de uma senha. Cada senha é constituída por 3 algarismos distintos. Nessas condições, o número máximo de tentativas para abrir os cadeados é:**

(A) 518.400.
(B) 1.440.
(C) 720.
(D) 120.
(E) 54.

---

33. **(CESPE)** **Para aumentar a segurança no interior do prédio do TSE, foram distribuídas senhas secretas para todos os funcionários, que deverão ser digitadas na portaria para se obter acesso ao prédio. As senhas são compostas por uma sequência de três letras (retiradas do alfabeto com 26 letras), seguida de uma sequência de três algarismos (escolhidos entre 0 e 9). O número de senhas distintas que podem ser formadas sem que seja admitida a repetição de letras, mas admitindo-se a repetição de algarismos, é igual a:**

(A) $26^3 \times 10 \times 9 \times 8$.
(B) $26^3 \times 10^3$.
(C) $26 \times 25 \times 24 \times 10 \times 9 \times 8$.
(D) $26 \times 25 \times 24 \times 10^3$.

---

34. **(ESAF 2013)** **Os pintores Antônio e Batista farão uma exposição de seus quadros. Antônio vai expor 3 quadros distintos e Batista 2 quadros distintos. Os quadros serão expostos em uma mesma parede e em linha reta, sendo que os quadros de um mesmo pintor devem ficar juntos. Então, o número de possibilidades distintas de montar essa exposição é igual a:**

(A) 5.
(B) 12.
(C) 24.
(D) 6.
(E) 15.

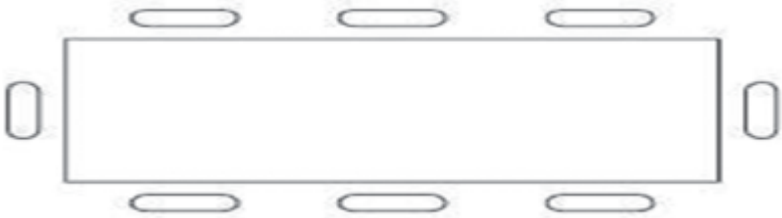
---

35. **(ESAF ATA 2012)** **Dos aprovados em um concurso público, os seis primeiros foram Ana, Bianca, Carlos, Danilo, Emerson e Fabiano. Esses seis aprovados serão alocados nas salas numeradas de 1 a 6, sendo um em cada sala e obedecendo a determinação de que na sala 1 será alocado um homem. Então, o número de possibilidades distintas de alocação desses seis aprovados é igual a:**

(A) 720.
(B) 480.
(C) 610.
(D) 360.
(E) 540.

---

36. **(FCC BB 2010)** **Na sala de reuniões de uma empresa há uma mesa de formato retangular com 8 cadeiras dispostas da forma como é mostrado na figura abaixo.**



Sabe-se que, certo dia, seis pessoas reuniram-se nessa sala: o Presidente, o Vice-Presidente e 4 membros da Diretoria. Considerando que o Presidente e o Vice-Presidente sentaram-se nas cabeceiras da mesa, de quantos modos podem ter se acomodado nas cadeiras todas as pessoas que participaram da reunião?

(A) 720.
(B) 360.
(C) 120.
(D) 72.
(E) 36.

8.5. FATORIAL

O fatorial será muito utilizado nas questões de permutação e combinação.

8.5.1. Definição

Sendo n um número natural, chama-se de n! (lê-se: n fatorial) a expressão:

$n! = n (n - 1) (n - 2) (n - 3). ... .2 . 1$, como $n \geq 2$.

Exemplos:

5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120.
7! = 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 5.040.

Cuidado!

0! = 1
1! = 1

Dica 1:

Tenha cuidado 2! = 2, pois 2 . 1 = 2. Agora 3! não é igual a 3, pois 3 . 2 . 1 = 6.

Dica 2:

Você não precisa desenvolver o número até 1.

Exemplo:

5! = 5 . 4 . 3! Nesse caso, se parar antes de um, você deve colocar o fatorial.

8.6. TREINAMENTO BÁSICO

1. **Simplifique as expressões abaixo:**

a) $\frac{7!}{5!} = \frac{7.6.5!}{5!} = 7.6 = 42$

b) $\frac{10!}{7!} = \frac{10.9.8.7!}{7!} = 10.9.8 = 720$

c) $\frac{12!}{5!} = \frac{12.11.10.9.8.7.6.5!}{5!} = 12.11.10.9.8.7.6 = 39.991.680$

d) $\frac{10!}{6!4!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!.4.3.2.1} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = \frac{5040}{24} = 210$

Nesse caso da letra d, no denominador devemos conservar o termo maior e desenvolver o menor termo.
2ª opção:

$$\frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = \frac{10^{:2}.9^{:3}.8^{:2}.7}{4^{:2}.3^{:3}.2^{:2}} = \frac{5.3.4.7}{2.1.1} = \frac{420}{2} = 210$$

Esse processo é o *método da simplificação*; para simplificar, devemos dividir os termos por um mesmo número.

e) $\frac{12!}{10!.2!} = \frac{12.11.10!}{10!.2.1} = \frac{12.11}{2} = \frac{132}{2} = 66$

Vamos ver questões de princípio fundamental e fatorial.

8.7. TREINAMENTO COMENTADO

37. (CESPE) Considere que, para ter acesso à sua conta corrente via Internet, um correntista do BB deve cadastrar uma senha de 8 dígitos, que devem ser escolhidos entre os algarismos de 0 a 9. Se o correntista decidir que todos os algarismos de sua senha serão diferentes, então o número de escolhas distintas que ele terá para essa senha será igual a 8!

Resolução:

O correntista possui uma senha de 8 dígitos distintos.

10	9	8	7	6	5	4	3
1ª posição	2ª posição	3ª posição	4ª posição	5ª posição	6ª posição	7ª posição	8ª posição

• 1ª posição: 10 possibilidades (0 a 9 algarismos) e, como são elementos distintos, retira-se um elemento de cada posição posterior.

O resultado é: 10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3.

Agora, vamos comparar o resultado obtido com o resultado do enunciado.

10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 = 8!

$10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 = 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1$. Cortando os termos iguais, obtemos o seguinte resultado: 10 . 9 = 2 . 1. Afirmativa errada.

Resposta: item ERRADO.

(CESPE PF 2004) Texto para as questões 38 a 41

Conta-se na mitologia grega que Hércules, em um acesso de loucura, matou sua família. Para expiar seu crime, foi enviado à presença do rei Euristeu, que lhe apresentou uma série de provas a serem cumpridas por ele, conhecidas como *Os doze trabalhos de Hércules.* Entre esses trabalhos, encontram-se: matar o leão de Nemeia, capturar a corça de Cerineia e capturar o javali de Erimanto.

Considere que a Hércules seja dada a escolha de preparar uma lista colocando em ordem os doze trabalhos a serem executados, e que a escolha dessa ordem seja totalmente aleatória. Além disso, considere que somente um trabalho seja executado de cada vez. Com relação ao número de possíveis listas que Hércules poderia preparar, julgue os itens subsequentes.

38. O número máximo de possíveis listas que Hércules poderia preparar é superior a 12 × 10!

39. O número máximo de possíveis listas contendo o trabalho "matar o leão de Nemeia" na primeira posição é inferior a 240 × 990 × 56 × 30.

40. O número máximo de possíveis listas contendo os trabalhos "capturar a corça de Cerineia" na primeira posição e "capturar o javali de Erimanto" na terceira posição é inferior a 72 × 42 × 20 × 6.

41. O número máximo de possíveis listas contendo os trabalhos "capturar a corça de Cerineia" e "capturar o javali de Erimanto" nas últimas duas posições, em qualquer ordem, é inferior a 6! × 8!.

Resolução:

38) O número máximo de possíveis listas que Hércules poderia preparar é superior a 12 × 10!

Como não temos restrição, a escolha é livre. Não esqueça! Não há repetição de tarefa, por isso cada posição diminui uma escolha.

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}

Resultado: 12 . 11 . 10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 12!

Comparação: 12! é maior que 12 . 10!?

$12 . 11 . 10 ! > 12 . 10!$ Cortando os termos comuns, temos: 11 > 1.

Resposta: item CERTO.

39) O número máximo de possíveis listas contendo o trabalho "matar o leão de Nemeia" na primeira posição é inferior a 240 . 990 . 56 . 30.

A primeira posição é 1, pois tem que a primeira tarefa é de "matar o leão de Nemeia", logo, sobram apenas 11 posições.

1	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}

Resultado: 11!

Comparando, 11! é inferior a 240 . 990 . 56. 30.

11 . 10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 < 240 . 990 . 56 . 30.

$990.56.30.24 < 240.990.56.30.$

24 < 240.

Resposta: item CERTO.

40) O número máximo de possíveis listas contendo os trabalhos "capturar a corça de Cerineia" na primeira posição e "capturar o javali de Erimanto" na terceira posição é inferior a 72 . 42 . 20 . 6.

Temos duas posições definidas nessa ordem:

P_1: "capturar a corça de Cerineia".

P_3: “capturar o javali de Erimanto”.

1	10	1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}

Resultado: 10!
10! < 72 . 42 . 20 . 6.
10 . 9 . 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 < 72 . 42 . 20 . 6.
$10 . \cancel{72} . \cancel{42} . \cancel{20} . \cancel{6} < \cancel{72} . \cancel{42} . \cancel{20} . \cancel{6}.$
10 < 1

Resposta: item ERRADO.

---

41) O número máximo de possíveis listas contendo os trabalhos “capturar a corça de Cerineia” e “capturar o javali de Erimanto” nas últimas duas posições, em qualquer ordem, é inferior a 6! × 8!

Nesse caso, as restrições são os trabalhos “capturar a corça de Cerineia” e “capturar o javali de Erimanto”, sem ordem. Por isso, temos que ter cuidado: pode ser CE ou EC.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	1
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}

Resposta: 10!.2!.

O 10! é devido à restrição de duas posições e 2! é porque os dois últimos trabalhos não possuem ordem, por isso duas possibilidades.

10!.2! < 6!.8!

Resposta: item CERTO.

8.8. COMBINAÇÃO SEM REPETIÇÃO

8.8.1. Definição

Dados *n* elementos distintos, chama-se de *combinação simples* desses *n* elementos, tomados *p* a *p*, a qualquer agrupamento de *p* elementos distintos, escolhidos entre os *n* elementos dados e que diferem entre si pela natureza de seus elementos.

Fórmula:

$$C\ n, p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ com } n \geq p.$$

Exemplos:

(a) $$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5.4.\cancel{3}!}{2.1.\cancel{3}!} = \frac{20}{2} = 10$$

Método do concursando!

$$C_{5,2} = \frac{5.4}{2!} = \frac{20}{2.1} = \frac{20}{2} = 10$$

Esse método ajuda muito! Vamos à dica:

n = 5 é base e o p = 2 (quantidade de casas que vamos andar).

Podemos resumir assim: $\frac{p \quad casas}{p!}$.

(b) $C_{7,3} = \frac{7.6.5}{3!} = \frac{7.6.5}{3.2.1 = 6} = 7 \,.\, 5 \;= 35$

(c) $C_{12,\,5} = \frac{12.11.10.9.8}{5!} = \frac{12.11.10.9.8}{5.4.3.2.1} = \frac{\overset{:2}{12}\cdot 11\cdot \overset{:5}{10}\cdot \overset{:3}{9}\cdot \overset{:4}{8}}{\underset{:5}{5}\cdot \underset{:4}{4}\cdot \underset{:3}{3}\cdot \underset{:2}{2}} = \frac{6.11.2.3.2}{1.1.1.1} = 6 \,.\, 11 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 2 \;= 792.$

(d) $C_{31,\,29.}$

Nesse caso, vamos simplificar o número, outro macete, pois ao andar 29 casas a conta vai ser grande.

$C_{31,\,29} = C_{31,\,2}$

Para simplificar é só fazer n - p : 31 - 29 = 2. O resultado será o *p* da segunda combinação.

$C_{31,2} = \frac{31.30}{2.1} = \frac{31.\overset{:2}{30}}{\underset{:2}{2}} = \frac{31.15}{1} = 31 \,.\, 15 \;= 465$

☑ **Dica:**

$C_{n,n} = 1$ $C_{n,1} = n$ $C_{n,0} = 1$

8.8.2. Problemas envolvendo combinação

☑ ***Dica:***

As questões que envolvem combinação estão relacionadas a duas coisas:

• 1ª: escolha de um grupo ou comissões.

• 2ª: escolha de grupo de elementos, sem ordem, ou seja, escolha de grupo de pessoas, coisas, objetos ou frutas.

8.9. TREINAMENTO COMENTADO

Caso 1: Escolha de grupos

42. (ANA) O número de duplas que podem ser formadas a partir de 6 jogadores de tênis é:

(A) 12.
(B) 15.
(C) 27.
(D) 30.
(E) 36.

Resolução:

Temos 6 pessoas e queremos escolher uma dupla. Logo, essa questão é resolvida por combinação.

n = 6 (total de pessoas) e p = 2 (nossa escolha).

$$C_{6,2} = \frac{6.5}{2} = \frac{6^{\cdot 2}.5}{2^{:2}} = 3 \,.\, 5 = 15$$ possibilidades.

Resposta: letra B.

---

43. (CESPE BB 2007) Considere que o BB tenha escolhido alguns nomes de pessoas para serem usados em uma propaganda na televisão, em expressões do tipo Banco do Bruno, Banco da Rosa etc. Suponha, também, que a quantidade total de nomes escolhidos para aparecer na propaganda seja 12 e que, em cada inserção da propaganda na TV, sempre apareçam somente dois nomes distintos. Nesse caso, a quantidade de inserções com pares diferentes de nomes distintos que pode ocorrer é inferior a 70.

Resolução:

Temos 12 pessoas e queremos escolher uma dupla. Logo, essa questão é resolvida por combinação.
n = 12 (total de pessoas) e p = 2 (nossa escolha).

$$C_{12,2} = \frac{12.11}{2.1} = \frac{12^{\cdot 2}.11}{2^{:2}} = \frac{6.11}{1} = 66 \text{ possibilidades}$$

Resposta: item CERTO.

---

44. Quantos triângulos podem ser formados a partir de 8 pontos distintos coplanares?

Resolução:

Pontos coplanares: são pontos no mesmo plano.
n = 8 e p =3 (o triângulo é formado por 3 pontos).

$$C^{8,3} = \frac{8.7.6}{3!} = \frac{8.7.6}{3.2.1} = \frac{336}{6} = 56 \text{ possibilidades}$$

Resposta: 56.

Caso 2: Escolha de grupos distintos

45. (Técnico de controle interno Piauí 2002 ESAF) Em um grupo de dança participam dez meninos e dez meninas. O número de diferentes grupos de cinco crianças, que podem ser formados de modo que em cada um dos grupos participem três meninos e duas meninas, é dado por:

(A) 5.400.
(B) 6.200.
(C) 6.800.
(D) 7.200.
(E) 7.800.

Resolução:

São duas escolhas de grupos, de meninos e meninas (regra do "e" = multiplicação).
Na escolha do grupo dos meninos, temos: n = 10 (total) e p = 3 (escolha).

$$C^{10,3} = \frac{10.9.8}{3.!} = \frac{10.9.8}{3.2.1} = \frac{720}{6} = 120$$

Na escolha do grupo de meninas, temos: n = 10 e p = 2.

$$C^{10,2} = \frac{10.9}{2!} = \frac{90}{2.1} = \frac{90}{2} = 45$$

Resultado total: 120 . 45 = 5.400.

Resposta: letra A.

---

46. Doze professores, sendo 4 de Matemática, 4 de Geografia e 4 de Inglês, participaram de uma reunião com o objetivo de formar um comissão que tenha 9 professores, sendo 3 de cada disciplina. O número de formas distintas de se compor essa comissão é:

(A) 12.
(B) 36.
(C) 48.
(D) 64.
(E) 108.

Resolução:

Temos que ter cuidado, pois temos a impressão de que são 12 pessoas para escolher 9, mas não é bem assim.

A comissão deve escolher 9 professores, sendo 3 de cada disciplina. Por isso, devemos calcular separado.

Matemática

n = 4 e p = 3.

$C^{4,3} = 4,1 = 4$.

Obs.: 4 - 3 = 1. Utilizando o processo de redução.

Geografia

n = 4 e p = 3.

$C^{4,3} = 4,1 = 4$.

Obs.: 4 - 3 = 1. Utilizando o processo de redução.

Inglês

n = 4 e p = 3

$C^{4,3} = 4,1 = 4$.

Obs.: 4 - 3 = 1. Utilizando o processo de redução.

Temos um grupo de matemática “e” geografia “e” inglês (regra do “e”).

Resultado final: 4 . 4 . 4 = 64 possibilidades.

Resposta: letra D.

Caso 3: “Sucessão de escolhas de grupos”

47. (TRT/SC – 05) Em um edifício residencial, os moradores foram convocados para uma reunião, com a finalidade de escolher um síndico e quatro membros do conselho fiscal, sendo proibida a acumulação de cargos. A escolha deverá ser feita entre dez moradores. De quantas maneiras diferentes será possível fazer estas escolhas?

(A) 64.
(B) 126.
(C) 252.
(D) 640.
(E) 1.260.

Resolução:

Resumo do enunciado: 10 pessoas, um será síndico e 4, do conselho fiscal, não podendo ocorrer acumulação de cargos. Temos duas formas de sair.

• 1ª situação

Primeiro, escolhendo o síndico e depois o conselho.

Síndico: n = 10 e p = 1.

$C_{10,1} = 10$.

Conselho: n = 9 e p = 4. Pois a pessoa que foi escolhida não pode concorrer ao cargo do conselho fiscal.

$$C^{9,4} = \frac{9.8.7.6}{4!} = \frac{9.8.7.6}{4.3.2.1} = \frac{3024}{2.4} = 126$$

A nossa escolha é um síndico e 4 conselheiros (regra do "e").

Resultado: 10 . 126 = 1.260 possibilidades.

Resposta: letra E.

> ☑ ***Dica:***
>
> Para o seu treinamento, a segunda situação seria primeiro escolher o conselho e depois o síndico.

---

48. (CESPE) Considere que 7 tarefas devam ser distribuídas entre 3 funcionários de uma repartição de modo que o funcionário mais recentemente contratado receba 3 tarefas, e os demais, 2 tarefas cada um. Nessa situação, sabendo-se que a mesma tarefa não será atribuída a mais de um funcionário, é correto concluir que o chefe da repartição dispõe de menos de 120 maneiras diferentes para distribuir essas tarefas.

Resolução:

Temos três escolhas:

O funcionário mais novo 3 tarefas e o restante 2 tarefas.

• 1ª escolha: n = 7 e p = 3.

$$C_{7,3} = \frac{7.6.5}{3!} = \frac{7.6.5}{3.2.1} = \frac{210}{6} = 35 \text{ possibilidades}$$

• 2ª escolha: n = 4 e p =2.

O n ficou igual a 4, pois três tarefas foram escolhidas na primeira tarefa.

$$C_{4,2} = \frac{4.3}{2!} = \frac{4.3}{2.1} = \frac{12}{2} = 6$$

• 3ª escolha: n = 2 e p = 2.

$C_{2,2} = 1$

Temos a 1ª escolha, depois a 2ª escolha e depois a 3ª escolha (regra do "e").

Resultado final: 35 . 6 . 1 = 210.

Resposta: item ERRADO.

Caso 4: Expressão "pelo menos"

49. **Dispõe-se de oito tipos de frutas para fazer uma salada. Se cada salada é composta de cinco frutas diferentes, então o número de saladas diferentes que se pode preparar escolhendo pelo menos 5 frutas diferentes é:**

(A) 8.
(B) 56.
(C) 93.
(D) 120.
(E) 6.720.

Resolução:

A expressão pelo menos = mínimo. Por isso, quando dizemos pelo menos 5, ou seja, no mínimo 5 escolhas, podemos escolher 5 ou 6 ou 7 ou 8 (total).

Escolhendo 5 frutas.

$$C_{8,5} = C_{8,3} = \frac{8.7.6}{3!} . \frac{8.7.6}{3.2.1} = \frac{336}{6} = 56$$

Escolhendo 6 frutas.

$$C_{8,6} = C_{8,2} = \frac{8.7}{2!} = \frac{8.7}{2.1} = \frac{56}{2} = 28$$

Escolhendo 7 frutas.

$C_{8,7} = C_{8,1} = 8$.

Escolhendo 8 frutas.

$C_{8,8} = 1$

Resultado: 56 + 28 + 8 + 1 = 93 possibilidades.

Resposta: letra C.

---

50. **(AFC 2005 ESAF) Um grupo de dança folclórica formado por sete meninos e quatro meninas foi convidado a realizar apresentações de dança no exterior. Contudo, o grupo dispõe de recursos para custear as passagens de apenas seis dessas crianças. Sabendo-se que nas apresentações do programa de danças devem participar pelo menos duas meninas, o número de diferentes maneiras que as seis crianças podem ser escolhidas é igual a:**

(A) 286.
(B) 756.
(C) 468.
(D) 371.
(E) 752.

Resolução:

No grupo deve ter pelo menos duas meninas, logo, no mínimo duas meninas.

O total de escolha é de 6 crianças, porém, devemos ter pelo menos duas meninas.

• 1ª possibilidade: 2 meninas e 4 meninos.

• 2ª possibilidade: 3 meninas e 3 meninos.

• 3ª possibilidade: 4 meninas e 2 meninos.

• 1ª possibilidade: 2 meninas e 4 meninos

Meninas: n = 4 e p = 2.

$$C_{4,2} = \frac{4.3}{2!} = \frac{4.3}{2.1} = \frac{12}{2} = 6$$

Meninos: n = 7 e p = 4.

$$C_{7,4} = C_{7,3} = \frac{7.6.5}{3!} = \frac{7.6.5}{3.2.1} = \frac{210}{6} = 35$$

Resultado da 1ª possibilidade: 6 . 35 = 210.

• 2ª possibilidade: 3 meninas e 3 meninos

Meninas: n = 4 e p =3.

$C_{4,3} = C_{4,1} = 4$

Meninos: n = 7 e p = 3.

$C_{7,3} = 35$

Resultado da 2ª possibilidade: 4 . 35 = 140.

• 3ª possibilidade: 4 meninas e 2 meninos

Meninas: n = 4 e p = 4.

$C_{4,4} = 1$

Meninos: n = 7 e p = 2.

$$C_{7,2} = \frac{7.6}{2!} = \frac{7.6}{2.1} = \frac{42}{2} = 21$$

Resultado da 3ª possibilidade: 1 . 21 = 21.

Resultado final: 210 + 140 + 21 = 371.

Resposta: letra D.

Se liga!

Depois dessa bateria de questões, o tema Combinação não será mais problema. “Combinação é uma escolha de um grupo, sem levar em consideração a ordem dos elementos envolvidos”.

8.10. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

51. (CESGRANRIO 2011) Em uma loja, trabalham 8 funcionárias, dentre as quais Diana e Sandra. O gerente da loja precisa escolher duas funcionárias para trabalharem no próximo feriado. Sandra e Diana trabalharam no último feriado e, por isso, não podem ser escolhidas.

Sendo assim, de quantos modos distintos esse gerente poderá fazer a escolha?

(A) 15.
(B) 28.
(C) 32.
(D) 45.
(E) 56.

52. **Dispõe-se de oito tipos de frutas para fazer uma salada. Se cada salada é composta de cinco frutas diferentes, então o número de saladas diferentes que se pode preparar é:**

(A) 8.
(B) 10.
(C) 56.
(D) 120.
(E) 6.720.

---

53. **(CESPE) Sabe-se que no BB há 9 vice-presidências e 22 diretorias. Nessa situação, a quantidade de comissões que é possível formar, constituídas por 3 vice-presidentes e 3 diretores, é superior a 10^5.**

---

54. **(CESGRANRIO) Certa pizzaria oferece aos clientes cinco tipos de cobertura (presunto, calabresa, frango, cebola e azeitona) para serem acrescentadas ao queijo. Os clientes podem escolher uma, duas ou três coberturas. João quer cebola em sua pizza, mas ainda não decidiu se colocará, ou não, outras coberturas. Considerando-se essas informações, de quantos modos distintos João poderá "montar" sua pizza?**

(A) 10.
(B) 11.
(C) 15.
(D) 16.
(E) 24.

---

55. **(CESGRANRIO) "A Bacia do Araguaia compreende municípios dos estados do Pará, Tocantins, Goiás e Mato Grosso, abrangendo (...) 168 municípios. Desses, 24 estão localizados na área de estudo."**

Dos 24 municípios situados na área de estudo da Bacia do Araguaia, 2 localizam-se no Mato Grosso, 8, no Tocantins e os restantes, no Pará. Uma equipe técnica deverá escolher três municípios no Pará para visitar no próximo mês. De quantos modos distintos essa escolha poderá ser feita, sem que seja considerada a ordem na qual os municípios serão visitados?

(A) 56.
(B) 102.
(C) 364.
(D) 464.
(E) 728.

---

56. **Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que todos os matemáticos participem da comissão?**

(A) $C_{20,10}$.
(B) $C_{15,10}$.
(C) $C_{20,15}$.
(D) $C_{15,5}$.
(E) $C_{20,20}$.

---

57. **(CESPE) Considere a seguinte situação hipotética.**

Para oferecer a seus empregados cursos de inglês e de espanhol, uma empresa contratou 4 professores americanos e 3 espanhóis.

Nessa situação, sabendo que cada funcionário fará exatamente um curso de cada língua estrangeira, um determinado empregado disporá de exatamente 7 duplas distintas de professores para escolher aqueles com os quais fará os seus cursos.

---

58. **(CESPE) Uma empresa está oferecendo 2 vagas para emprego, sendo uma para pessoas do sexo feminino e a**

outra para pessoas do sexo masculino. Considerando-se que se candidataram às vagas 9 homens e 7 mulheres, então o número de opções distintas para a ocupação dessas vagas é igual a:

(A) 126.
(B) 63.
(C) 32.
(D) 16.

---

59. (FCC SEAD AP 2010) De quantas formas diferentes pode-se formar uma comissão composta por dois homens e duas mulheres, num grupo de 10 homens e 23 mulheres?

(A) 45.540.
(B) 11.385.
(C) 596.
(D) 298.
(E) 230.

8.11. COMBINAÇÃO COM REPETIÇÃO

É uma escolha de grupos, sem ordem, porém, podemos repetir elementos na hora de escolher.

Dica:

Utilizamos a fórmula da combinação com repetição para encontrar a quantidade de soluções inteiras não negativas da equação linear $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3+...+ a_nx_n = p$.

Fórmula: $CR_{(m,p)} = C_{(m+p-1,p)}$

CR: combinação com repetição.

n: nº elementos que se repetem.

p: classe (nº de elementos tomados).

Comentário:

Na combinação simples não é permitida a repetição de elementos na escolha do grupo.

Na combinação com repetição é permitida a repetição de elementos na escolha do grupo.

Você deve estar se perguntando como reconhecer uma questão de combinação com repetição, então vamos à ideia central.

Exemplo:

O professor Carlos Henrique encontra- se em uma sorveteria. Ele resolve tomar um sorvete de duas bolas, porém ele está confuso em relação a sua escolha, pois existem 15 sabores diferentes.

Caso 1: É permitido escolher duas bolas de sorvete do mesmo sabor. Logo, podemos afirmar que é uma questão de combinação com repetição de elementos.

Caso 2: Se não for permitido escolher duas bolas do mesmo sabor. Logo, podemos afirmar que é uma questão de combinação sem repetição de elementos.

8.12. TREINAMENTO COMENTADO

60. De quantas maneiras uma oficina pode pintar cinco automóveis iguais, recebendo cada um, tinta de uma única cor, se a oficina dispõe apenas de três cores e não quer misturá-las?

Resolução:

Temos as cores A, B e C.

Possibilidade de escolhas:

AAAAA

AABBB

AABBC

Observe que podemos repetir a escolha de cores no grupo escolhido, porém, uma questão de combinação com repetição.

Temos 5 automóveis iguais e 3 cores, por isso podemos montar a seguinte equação:

$x_1 + x_2 + x_3 = 5$

x_1: quantidade utilizada de x_1.

x_2: quantidade utilizada de x_2.

x_3: quantidade utilizada de x_3.

n = 3 (elementos que serão escolhidos, que se repetem).

p = 5 (elementos tomados).

$CR_{3,5} = C\ 3_{+5-1,\ 5} = C_{7,5} = 21$.

Obs.: $C_{7,5} = C_{7,2} = \frac{8.7}{2!} = \frac{8.7}{2.1} = \frac{56}{2} = 28$

Comentário: a grande dica da combinação com repetição é montar a equação linear, pois fica mais fácil a visualização do "n" e do "p".

N: elementos escolhidos, que podem ser repetidos (números variáveis da equação linear).

P: elementos utilizados.

Resposta: 28.

---

61. Qual é o número total de maneiras distintas de se distribuírem dez notas de R$ 10,00 entre três pessoas?

Resolução:

Temos 3 pessoas e 10 notas, quem será "n" e "p"?

Os elementos escolhidos serão as pessoas, logo, o valor de "n".

p = 10, pois temos 10 notas (elemento tomado).

$x_1 + x_2 + x_3 = 10$

x_1: quantidade de notas recebidas pela pessoa 1.

x_2: quantidade de notas recebidas pela pessoa 2.

x_3: quantidade de notas recebidas pela pessoa 3.

n = 3 (elementos que serão escolhidos, que se repetem).

p = 10 (elementos tomados).

$CR_{3,10} = C_{3+10-1,\ 10} = C_{12,10}$

$$C_{12,10} = C_{12,2} = \frac{12.11}{2!} = \frac{12.11}{2.1} = \frac{132}{2} = 66$$

Resposta: 66.

---

62. (CESGRANRIO 2010) O número de elementos do conjunto soluções da equação x + y + z = 8, onde x, y e z são números naturais positivos, é:

(A) 13.

(B) 15.
(C) 17.
(D) 19.
(E) 21.

Resolução:

$x + y + z = 8$

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> A questão pediu a quantidade soluções positivas, ou seja, não podemos utilizar o algarismo 0.

Uma forma de encontrar apenas soluções positivas é acrescentar +1 a cada variável.

$x = 1 + a$, $y = 1 + b$ e $z = 1 + c$

$x + y + z = 8$

$1 + a + 1 + b + 1 + C = 8$

$a + b + c = 8 - 3$

$a + b + c = 5$

Agora, vamos tomar como base a seguinte equação linear: $a + b + c = 5$.

$CR_{3,5} = C_{3+5-1,\,5} = C_{7,5}$

$$C_{7,5} = C_{7,2} = \frac{7.6}{2!} = \frac{7.6}{2.1} = \frac{42}{2} = 21$$

Resposta: letra E.

> ☑ ***Dica:***
>
> No caso de solução inteiras positivas, deve-se utilizar a fórmula (acrescentar +1 a cada variável da equação linear), depois deve-se utilizar a fórmula da combinação com repetição.

---

63. (CESGRANRIO BB 2010) Uma loja vende barras de chocolate de diversos sabores. Em uma promoção, era possível comprar três barras de chocolate com desconto, desde que estas fossem dos sabores ao leite, amargo, branco ou com amêndoas, repetidos ou não. Assim, um cliente que comprar as três barras na promoção poderá escolher os sabores de n modos distintos, sendo n igual a:

(A) 4.
(B) 10.
(C) 12.
(D) 16.
(E) 20.

Resolução:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$

N = 4 (podemos repetir os sabores escolhidos).

P = 3 (total de barras, logo, elementos tomados).

$CR_{4,\,3} = CR\ 4 + 3 - 1,\ 3 = C_{6,3}$

$$C_{6,3} = \frac{6.5.4}{3!} = \frac{6.5.4}{3.2.1} = \frac{120}{6} = 20$$

Resposta: *letra E.*

8.13. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

64. (BB CESGRANRIO 2012) Uma pessoa dispõe de balas de hortelã, de caramelo e de coco e pretende "montar" saquinhos com 13 balas cada, de modo que, em cada saquinho, haja, no mínimo, três balas de cada sabor. Um saquinho diferencia-se de outro pela quantidade de balas de cada sabor. Por exemplo, seis balas de hortelã, quatro de coco e três de caramelo compõem um saquinho diferente de outro que contenha seis balas de coco, quatro de hortelã e três de caramelo. Sendo assim, quantos saquinhos diferentes podem ser "montados"?

(A) 9.
(B) 12.
(C) 15.
(D) 4.
(E) 6.

65. (CESGRANRIO 2010) Um posto de combustível comprou 6 bombas (idênticas) de abastecimento, que serão pintadas, antes de sua instalação, com uma única cor, de acordo com o combustível a ser vendido em cada uma. O posto poderá vender etanol (cor verde), gasolina (cor amarela) e diesel (cor preta). De quantas maneiras as bombas podem ser pintadas, considerando a não obrigatoriedade de venda de qualquer tipo de combustível?

(A) 20.
(B) 28.
(C) 56.
(D) 216.
(E) 729.

66. (CESPE 2009) Com 3 marcas diferentes de cadernos, a quantidade de maneiras distintas de se formar um pacote contendo 5 cadernos será inferior a 25.

8.14. PERMUTAÇÃO

É a troca de posição de elementos de uma sequência.

8.14.1. Permutação sem repetição de elementos

$P_n = n!$

> ☑ ***Dica:***
>
> Todas as questões de permutação simples podem ser resolvidas pelo princípio fundamental de contagem (PFC).

8.14.2. Permutação com elementos repetidos

Na permutação com elementos repetidos ocorrem permutações que não mudam o elemento, pois existe troca de elementos iguais. Por isso, o uso da fórmula é fundamental.

$$P_n^{\alpha, \beta, \chi \ldots} = \frac{n!}{\alpha, \beta, \chi \ldots}$$

n: total de elementos.

α, β, χ...= repetição de cada elemento.

8.14.3. Permutação circular

A permutação circular é formada por pessoas em um formato circular. A fórmula é necessária, pois existem algumas permutações realizadas que são iguais.

Casos de permutação circular:

1) Pessoas em um formato circular.

2) Pessoas sentadas em uma mesa quadrada (retangular) de 4 lugares.

$$P_c = \frac{n!}{n} \text{ ou } (n-1)!$$

8.15. TREINAMENTO BÁSICO

67. Quantos anagramas têm a palavra rato?

Resolução:

1ª opção:

Anagrama é a troca das letras de uma palavra.

A palavra rato não possui letras comuns, logo, 4 elementos distintos.

$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ possibilidades.

Resposta: 24.

2ª opção:

4	3	2	1
1ª possibilidade	2ª possibilidade	3ª possibilidade	4ª possibilidade

Resultado: 4 . 3 . 2 . 1 = 24.

68. Quantos anagramas têm a palavra vida, começando por vogal?

Resolução:

Restrição: começar por vogal.

2	3	2	1
1ª possibilidade	2ª possibilidade	3ª possibilidade	4ª possibilidade

A 1ª possibilidade é igual a 2, pois temos duas vogais. Sobram 3 possibilidades, logo, temos:

2. P_3.

Resultado: 2 . 3 . 2 . 1 = 12 possibilidades.

69. Quantos anagramas tem a palavra concurso?

Resolução:

Concurso tem 8 elementos.

A letra O e C se repetem duas vezes.

$$P_8^{2,2} = \frac{8!}{2!\ 2!} = 10.080.$$

---

70. (CESPE) Considere que um decorador deva usar 7 faixas coloridas de dimensões iguais, pendurando-as verticalmente na vitrine de uma loja para produzir diversas formas. Nessa situação, se 3 faixas são verdes e indistinguíveis, 3 faixas são amarelas e indistinguíveis e 1 faixa é branca, esse decorador conseguirá produzir, no máximo, 140 formas diferentes com essas faixas.

Resolução:

Total: 7 faixas, sendo 3 verdes e 3 amarelas.

$$P_7^{3,3} = \frac{7!}{3!\ 3!} = \frac{7.6.5.4.3!}{3!\ 3.2.1} = \frac{7.6.5.4.}{6} = \frac{840}{6} = 140.$$

Item certo.

> ☑ ***Dica:***
>
> Existem duas perguntas clássicas sobre anagramas.

***Caso 1:** Total de anagramas*

A fórmula utilizada é $P_n^{\alpha,\beta,\chi\ldots} = \frac{n!}{\alpha!\ \beta!\ \chi!\ldots}$.

---

71. Quantos anagramas são possíveis formar com a palavra Bahia?

Resolução:

A palavra Bahia tem 5 letras, com a letra A repetindo duas vezes.

$$P_5^2 = \frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.2!}{2!} = 5\ .\ 4\ .\ 3 = 60.$$

A fórmula utilizada é $\alpha!\ \beta!\ \chi!\ldots$

---

72. Realizando a quantidade máxima de permutações com a palavra REPETIDAMENTE, incluindo as repetições, em quantos anagramas formados teremos a palavra REPETIDAMENTE?

Resolução:

O nosso objetivo é encontrar a quantidade de repetições da palavra REPETIDAMENTE.

A letra E: 3 repetições e a letra T: 2 repetições.

Resultado: 3! . 2! = 3 . 2 . 1 . 2 . 1 = 12.

Resposta: 12.

8.16. TREINAMENTO COMENTADO

73. (CESPE) Uma mesa circular tem seus 6 lugares, que serão ocupados pelos 6 participantes de uma reunião. Nessa situação, o número de formas diferentes para se ocupar esses lugares com os participantes da reunião é superior a 10^2.

Resolução:

É um caso clássico de permutação circular.

$P_c = (6 - 1) ! = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120$ possibilidades.

Resposta: item CERTO.

8.17. TREINAMENTO COMENTADO – SEÇÃO DESAFIO

Texto para as questões 74 e 75.

(ANAC 2009) Considerando que, para ocupar os dois cargos que compõem a diretoria de uma empresa, diretor e vice-diretor, existam 5 candidatos, julgue os itens subsequentes.

74. Se cada um dos candidatos for capaz de ocupar qualquer um dos dois cargos, o número possível de escolhas para a diretoria da empresa será igual a 10.

Resolução:

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Cada candidato pode ocupar qualquer cargo.

1ª escolha: escolha do diretor.

$C_{5,1} = 5$

2ª escolha: escolha do vice-diretor.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Como uma pessoa já ocupou o cargo de diretor, logo, sobraram 4 candidatos.

$C_{4,1} = 4$

Resultado final = 5 . 4 = 20.

Resposta: item ERRADO.

75. Se, dos 5 candidatos, 2 concorrem apenas ao cargo de diretor e os demais, apenas ao cargo de vice-diretor, o número possível de escolhas para a diretoria da empresa será igual 5.

Resolução:

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Apenas 2 candidatos podem ocupar o cargo de diretor e 3 candidatos o cargo de vice-diretor.

1ª escolha: escolha do diretor.

$C_{2,1} = 2$

• 2ª escolha: escolha do vice-diretor.

$C_{3,1} = 3$

Resultado final = 2 . 3 = 6.

Resposta: item ERRADO.

> ***Se liga!***
>
> A banca CESPE colocou como possibilidade de resposta a soma dos resultados. Tenha cuidado, nesse caso aplicamos a regra do "e" (primeira escolha e segunda escolha).

76. (CESPE) Os ramais de telefone em uma repartição têm 4 dígitos, formados com os algarismos 0, 1, ..., 9. Se esses números possuem pelo menos um dígito repetido, então a quantidade de números de ramais que é possível formar é superior a 4.000.

Resolução:

Assunto: princípio fundamental de contagem

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> A questão pediu pelo menos um dígito repetido, logo, podem ser um, dois, três ou quatro dígitos repetidos.

Vamos utilizar um processo complementar.

• 1º passo: calcular o total de possibilidades

10 (0 a 9)	10	10	10
Algarismo 1	Algarismos 2	Algarismo 3	Algarismo 4

Resultado total = 10 . 10 . 10 . 10 = 10.000.

• 2º passo: calcular o total de possibilidades sem repetição de dígitos.

10 (0 a 9)	9	8	7
Algarismo 1	Algarismos 2	Algarismo 3	Algarismo 4

Resultado = 10 . 9 . 8 . 7 = 5.040.

Vamos analisar juntos!

Temos 10.000 possibilidades de ramais e em 5.040 ramais não há repetição de algarismos. Logo, em 4.960 (10.000 - 5.040) ramais terá pelo menos um dígito repetido.

Resposta: item CERTO.

77. (ESAF AFT – 2010) O departamento de vendas de uma empresa possui 10 funcionários, sendo 4 homens e 6 mulheres. Quantas opções possíveis existem para se formar uma equipe de vendas de 3 funcionários, havendo na equipe pelo menos um homem e pelo menos uma mulher?

(A) 192.
(B) 36.
(C) 96.
(D) 48.
(E) 60.

Resolução:

Assunto: combinação.

Restrição: escolher pelo menos um homem e pelo menos uma mulher, logo, temos as seguintes opções:

I: 1 homem e 2 mulheres.

II: 2 homens e 1 mulher.

Cálculo da primeira opção: 1 homem e 2 mulheres.

Homens: $C_{4,1} = 4$

Mulheres: $C_{6,2} = \frac{6.5}{2!} = \frac{30}{2.1} = \frac{30}{2} = 15$

Resultado da primeira opção 4 . 15 = 60 possibilidades.

Cálculo da segunda opção: 2 homens e 1 mulher.

Homens: $C_{4,2} = \frac{4.3}{2!} = \frac{12}{2.1} = \frac{12}{2} = 6$

Mulheres: $C_{6,1} = 6$.

Resultado da segunda opção 6 . 6 = 36.

Podemos escolher a primeira ou a segunda opção, logo, temos a regra do “ou”.

Resultado final: 60 + 36 = 96.

Resposta: letra C.

---

78. (ESAF AFRFB – 2009) Sabe-se que os pontos A, B, C, D, E, F e G são coplanares, ou seja, estão localizados no mesmo plano. Sabe-se, também, que destes sete pontos, quatro são colineares, ou seja, estão numa mesma reta. Assim, o número de retas que ficam determinadas por estes sete pontos é igual a:

(A) 16.
(B) 28.
(C) 15.
(D) 24.
(E) 32.

Resolução:

Assunto: combinação

Dica: A escolha de pontos geométricos é uma questão sobre combinação.

É necessário saber que dois pontos distintos, não alinhados, determinam uma reta.

De acordo com a questão, temos a seguinte figura:

Devemos contar todas as possibilidades para formar uma reta.

• 1º cálculo: 4 pontos são colineares, ou seja, estão na mesma reta, logo, temos uma reta.

• 2º cálculo: para cada ponto da reta temos três pontos fora da reta, logo, temos 4 . 3 = 12 duplas de pontos não alinhados, isto é, podemos formar 12 retas.

• 3º cálculo: temos 3 pontos coplanares, ou seja, no mesmo plano, ou seja, devemos escolher 2 pontos desses 3 para formar uma reta.

$C^{3,2} = C^{3,1} = 3$ duplas de pontos não alinhados, ou seja, podemos formar três retas.

Resultado final: 1 + 12 + 3 = 16.

Resposta: letra A.

---

79. (ESAF AFRFB 2012) Na prateleira de uma estante, encontram-se 3 obras de 2 volumes e 2 obras de 2 volumes, dispondo-se, portanto, de um total de 10 volumes. Assim, o número de diferentes maneiras que os volumes podem ser organizados na prateleira, de modo que os volumes de uma mesma obra nunca fiquem separados, é igual a

(A) 3.260.
(B) 3.840.
(C) 2.896.
(D) 1.986.
(E) 1.842.

Resolução:

Tema: Permutação sem repetição de elementos, pois temos uma permuta entre elementos de uma sequência.

Restrição: Todos os volumes de uma obra devem ficar juntos.

• 1º cálculo: Montando a fila com todas as obras juntas.

3 obras de 2 volumes = 2!. 2!.2!

2 volumes de 2 obras = 2!. 2!

Resultado: 2!.2!.2!.2!.2!.2! = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32

• 2º Cálculo: Calculando a permutação da posição das obras na fila.

Temos 5 obras, logo, uma permutação sem repetição de 5 elementos.

$P_5 = 5!$

$P_5 = 5.4.3.2.1 = 120$

Resultado final = 32 . 120 = 3.840.

Resposta: letra B.

---

80. (ESAF ATA 2012) O número de centenas ímpares e maiores do que trezentos, com algarismos distintos, formadas pelos algarismos 1, 2, 3, 4 e 6, é igual a

(A) 15.
(B) 9.
(C) 18.

(D) 6.
(E) 12.

Resolução:

Tema: Princípio fundamental de contagem.

Restrição: Número ímpar de três algarismos distintos e maior que trezentos.

Dica: A maior restrição é ser ímpar.

Caso 1: Final 1

Algarismo 1: 3 possibilidades (3, 4 e 6)

Algarismo 2: 3 possibilidades (2, 4 e 6, pois excluímos um elemento de A1 e outro de A3)

Algarismo 3 = 1 possibilidade (final 1)

Resultado = 3 . 3 . 1 = 9

Caso 2: Final 3

Algarismo 1: 3 possibilidades (4 e 6, pois o número deve ser maior que 300)

Algarismo 2: 2 possibilidades (2 e 4, pois excluímos um elemento de A1 e outro de A3)

Algarismo 3 = 1 possibilidade (final 3)

Resultado = 3 . 2 . 1 = 6

Dica: Podemos utilizar o caso 1 ou 2.

Resultado final = 9 + 6 = 15.

Resposta: letra A.

---

81. (ATA ESAF 2012) Uma reunião no Ministério da Fazenda será composta por seis pessoas, a Presidenta, o Vice-Presidente e quatro Ministros. De quantas formas distintas essas seis pessoas podem se sentar em torno de uma mesa redonda, de modo que a Presidenta e o Vice-Presidente fiquem juntos?

(A) 96
(B) 360
(C) 120
(D) 48
(E) 24

Resolução:

Tema: permutação circular

Restrição: Duas pessoas devem ficar juntas, logo vamos contar como um elemento único. Além disso, temos duas permutações entre essas pessoas (2!)

Total de permutações = 5

PC = (n - 1)!

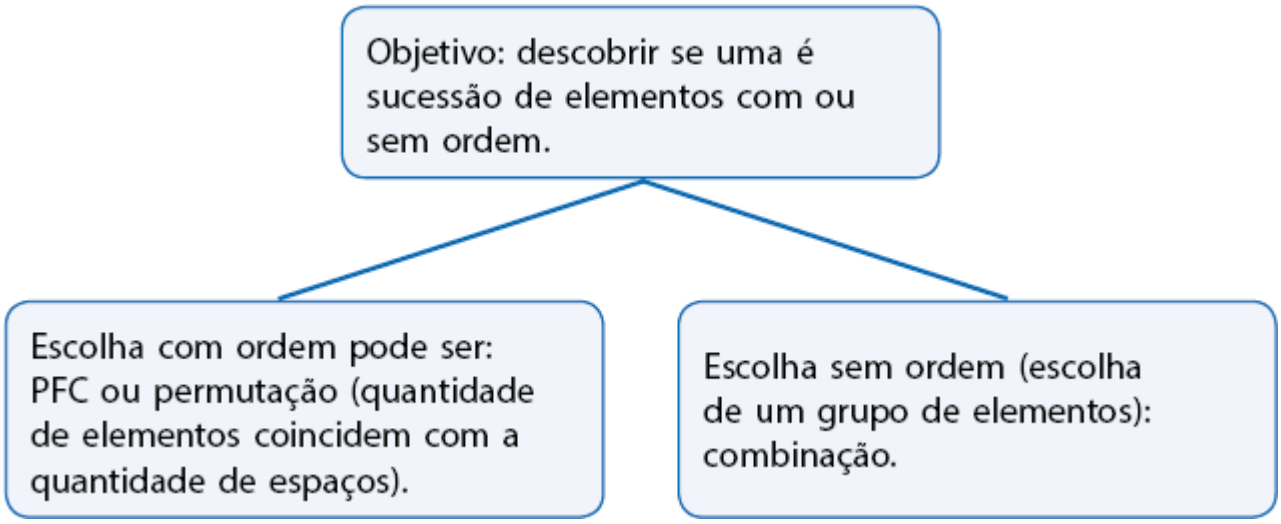
Pc = (5 - 1)! = 4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24

Resultado final = 24 . 2 = 48

Resposta: letra D.

• Resumo Teórico

O objetivo fundamental de uma questão sobre Análise Combinatória é observar se é uma escolha com ordem (Princípio Fundamental de Contagem ou Permutação) ou sem ordem (Combinação simples ou Combinação com Repetição).


Objetivo: descobrir se uma é sucessão de elementos com ou sem ordem.
Escolha com ordem pode ser: PFC ou permutação (quantidade de elementos coincidem com a quantidade de espaços).
Escolha sem ordem (escolha de um grupo de elementos): combinação.

As principais restrições do Princípio Fundamental de contagem são:

1ª) "Elementos distintos"

Obs.: n: total de elementos

P = n (n-1) (n-2) (n-3) ...

2ª) Elementos Iguais.

Obs.: n: total de elementos

P = n 1 . 1 . 1 ... 1

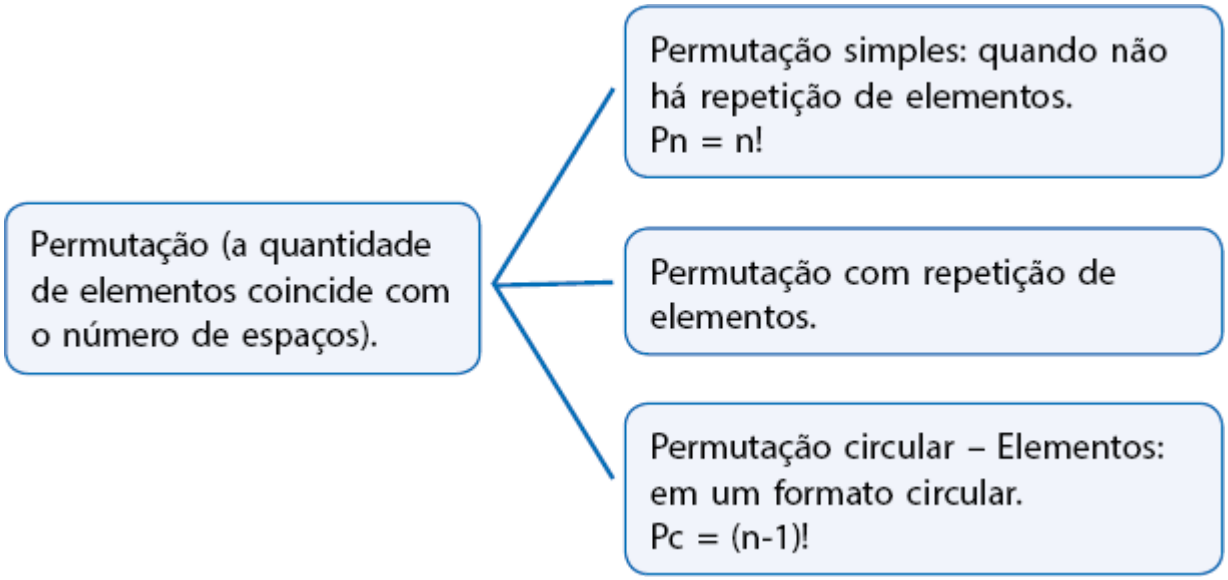
A primeira escolha é livre e a partir da segunda escolha, o resultado sempre será igual a 1.

3ª) Dois elementos consecutivos distintos

Obs.: n: total de elementos

P = n (n-1) (n-1) ... (n-1)

A primeira escolha é livre e a partir da segunda escolha, o resultado sempre será igual a (n-1).


Permutação (a quantidade de elementos coincide com o número de espaços).
Permutação simples: quando não há repetição de elementos. Pn = n!
Permutação com repetição de elementos.
Permutação circular – Elementos: em um formato circular. Pc = (n-1)!

8.18. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

82. **(CESPE)** **Um trabalhador dispõe de 3 linhas de ônibus para ir de sua casa até o terminal de ônibus no centro da cidade e, a partir daí, ele dispõe de 5 linhas de ônibus para chegar ao seu local de trabalho.**

Nessa situação, considerando-se que o trabalhador possua as mesmas opções para fazer o percurso de retorno do trabalho para casa e entendendo-se um trajeto de ida e volta ao trabalho desse trabalhador como uma escolha de quatro linhas de ônibus – de sua casa ao centro, do centro ao trabalho, do trabalho ao centro e do centro de volta para casa –, então o trabalhador dispõe de, no máximo, 30 escolhas distintas para o seu trajeto de ida e volta ao trabalho.

83. **(CESPE)** **Um juiz deve sortear 5 homens e 6 mulheres para formar o corpo de jurados no tribunal do júri, entre 10 homens e 13 mulheres convocados. Nessa situação, o número de possibilidades diferentes de se formar o corpo de jurados é inferior a 1.970.**

---

84. **Dois casais devem posar, em fila, para uma fotografia. De quantos modos podem fazê-lo, se cada casal deve permanecer junto?**

(A) 1.
(B) 2.
(C) 4.
(D) 6.
(E) 8.

---

85. **(CGU ESAF 2006)** **Ana precisa fazer uma prova de matemática composta de 15 questões. Contudo, para ser aprovada, Ana só precisa resolver 10 questões das 15 propostas. Assim, de quantas maneiras diferentes Ana pode escolher as questões?**

(A) 2.800.
(B) 2.980.
(C) 3.006.
(D) 3.003.
(E) 3.005.

---

86. **(CGU ESAF 2006)** **Ágata é decoradora e precisa atender ao pedido de um excêntrico cliente. Ele – o cliente – exige que uma das paredes do quarto de sua filha seja dividida em uma sequência de 5 listras horizontais pintadas de cores diferentes, ou seja, uma de cada cor. Sabendo-se que Ágata possui apenas 8 cores disponíveis, então o número de diferentes maneiras que a parede pode ser pintada é igual a:**

(A) 6.720.
(B) 5.760.
(C) 4.320.
(D) 3.600.
(E) 56.

---

87. **(CESGRANRIO TRANSPETRO 2006)** **Em um posto de observação foi montado um sinaleiro de formato pentagonal e em cada um de seus vértices foram colocadas duas lâmpadas de cores distintas, escolhidas entre 5 vermelhas e 5 verdes. Convenciona-se que, para a transmissão de uma mensagem, não pode ser acesa mais do que uma lâmpada por vértice, e que o número mínimo de vértices iluminados deve ser três.**

Se, cada vez que um conjunto de lâmpadas é aceso, transmite-se uma mensagem, o total de mensagens que podem ser transmitidas por esse sinaleiro é:

(A) 192.
(B) 128.
(C) 64.
(D) 32.
(E) 16.

---

88. **(CESGRANRIO)** **Um restaurante oferece cinco ingredientes para que o cliente escolha no mínimo 2 e no máximo 4 para serem acrescentados à salada verde. Seguindo esse critério, de quantos modos um cliente pode escolher os ingredientes que serão acrescentados em sua salada?**

(A) 25.
(B) 30.

(C) 36.
(D) 42.
(E) 50.

89. **(FUNRIO)** **O número de anagramas da palavra CHUMBO que começam pela letra C é:**
(A) 120.
(B) 140.
(C) 160.
(D) 180.
(E) 200.

90. **(FUNRIO)** **A partir de um grupo de oito pessoas, quer-se formar uma comissão constituída de quatro integrantes. Nesse grupo, incluem-se Arthur e Felipe, que, sabe-se, não se relacionam um com o outro. Portanto, para evitar problemas, decidiu-se que esses dois, juntos, não deveriam participar da comissão a ser formada. Nessas condições, de quantas maneiras distintas se pode formar essa comissão?**
(A) 70.
(B) 35.
(C) 55.
(D) 45.
(E) 40.

91. **(FUNRIO)** **Num avião, uma fila tem sete poltronas dispostas como na figura abaixo:**

Os modos de Pedro e Ana ocuparem duas poltronas dessa f ila, de modo que não haja um corredor entre eles, são em número de:
(A) 10.
(B) 8.
(C) 6.
(D) 9.
(E) 7.

92. **(CESPE)** **De acordo com informações apresentadas no endereço eletrônico www.trtrio.gov.br/Administrativo, em fevereiro de 2008, havia 16 empresas contratadas para atender à demanda de diversos serviços do TRT/1ª Região, e a quantidade de empregados terceirizados era igual a 681.**
Com base nos dados do texto, a quantidade de maneiras distintas para se formar uma comissão de representantes dos empregados terceirizados, composta por um presidente, um vice-presidente e um secretário, de modo que nenhum deles possa acumular cargos, é:
(A) inferior a 682.
(B) superior a 682 e inferior a 104.
(C) superior a 104 e inferior a 681 × 103.
(D) superior a 681 × 103 e inferior a 341 × 106.
(E) superior a 341 × 106.

93. **(ESAF MTE)** **Quer-se formar um grupo de dança com 9 bailarinas, de modo que 5 delas tenham menos de 23 anos, que uma delas tenha exatamente 23 anos, e que as demais tenha idade superior a 23 anos. Apresentaram-se, para a seleção, quinze candidatas, com idades de 15 a 29 anos, sendo a idade, em anos, de cada candidata, diferente das demais. O número de diferentes grupos de dança que podem ser selecionados a**

partir deste conjunto de candidatas é igual a:

(A) 120.
(B) 1.220.
(C) 870.
(D) 760.
(E) 1.120.

Texto para as questões 94 a 96

Considerando que as equipes A, B, C, D e E disputem um torneio que premie as três primeiras colocadas, julgue os itens a seguir.

94. **O total de possibilidades distintas para as três primeiras colocações é 58.**

---

95. **O total de possibilidades distintas para as três primeiras colocações com a equipe A em primeiro lugar é 15.**

---

96. **Se a equipe A for desclassificada, então o total de possibilidades distintas para as três primeiras colocações será 24.**

---

97. **(ESAF) Dez amigos, entre eles Mário e José, devem formar uma fila para comprar as entradas para um jogo de futebol. O número de diferentes formas que esta fila de amigos pode ser formada, de modo que Mário e José fiquem sempre juntos é igual a:**

(A) 2! 8!.
(B) 0! 18!.
(C) 2! 9!.
(D) 1! 9!.
(E) 1! 8!.

---

98. **(ESAF) Ana possui em seu *closet* 90 pares de sapatos, todos devidamente acondicionados em caixas numeradas de 1 a 90. Beatriz pede emprestado à Ana quatro pares de sapatos. Atendendo ao pedido da amiga, Ana retira do *closet* quatro caixas de sapatos. O número de retiradas possíveis que Ana pode realizar de modo que a terceira caixa retirada seja a de número 20 é igual a:**

(A) 681.384.
(B) 382.426.
(C) 43.262.
(D) 7.488.
(E) 2.120.

---

99. **(ESAF) Um grupo de estudantes encontra-se reunido em uma sala para escolher aleatoriamente, por sorteio, quem entre eles irá ao Simpósio de Matemática do próximo ano. O grupo é composto de 15 rapazes e de um certo número de moças. Os rapazes cumprimentam-se, todos e apenas entre si, uma única vez; as moças cumprimentam-se, todas e apenas entre si, uma única vez. Há um total de 150 cumprimentos. O número de moças é, portanto, igual a:**

(A) 10.
(B) 14.
(C) 20.
(D) 25.
(E) 45.

---

100. **(ESAF 2005) Pedro e Paulo estão em uma sala que possui 10 cadeiras dispostas em uma fila. O número de**

diferentes formas pelas quais Pedro e Paulo podem escolher seus lugares para sentar, de modo que fique ao menos uma cadeira vazia entre eles, é igual a:

(A) 80.
(B) 72.
(C) 90.
(C) 18.
(D) 56.

---

101. (CESPE) Para formar um grupo de investigação, um centro de pesquisas dispõe de 22 peritos com especialidades distintas. Se esse grupo de investigação deve ter 3 peritos, então a quantidade de maneiras distintas para se formar esse grupo é igual a:

(A) 1.540.
(B) 3.080.
(C) 8.000.
(D) 9.240.

---

102. (CESPE) Para cadastrar seus equipamentos, uma instituição usa códigos numéricos de 2 algarismos, de 3 algarismos e de 4 algarismos, não sendo permitidas repetições de algarismos. A partir dos algarismos de 0 a 9, o número de códigos distintos disponíveis para esse cadastramento é igual a:

(A) 11.100.
(B) 9.990.
(C) 5.850.
(D) 5.040.

---

103. (CESPE STJ 2008) Com relação à contagem, cada um dos próximos itens apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada.

Em um tribunal, os processos são protocolados com números de 6 algarismos de 0 a 9 e o primeiro algarismo refere-se ao número da sala onde o processo foi arquivado. Nessa situação, o total de processos que podem ser arquivados nas salas de números 4 e 5 é superior a 300.000.

---

104. (CESPE TRE-MG 2009) Considere a situação hipotética em que o presidente do Tribunal Regional Eleitoral (TRE) de determinada região pretenda constituir uma comissão de seis pessoas, da qual devam participar pelo menos duas mulheres. A comissão deve ser composta por técnicos judiciários de um quadro efetivo de doze servidores lotados na sede desse tribunal, dos quais cinco são mulheres. Nessa situação, se N for o número de diferentes comissões que podem ser constituídas de acordo com essas informações, é correto afirmar que:

(A) N < 200.
(B) 200 N < 330.
(C) 330 N < 580.
(D) 580 N < 840.
(E) N 840.

---

105. (CESPE TRE 2009) Se, no departamento de recursos humanos de uma empresa em que trabalhem 5 homens e 4 mulheres, for preciso formar, com essa equipe, comissões de 4 pessoas com pelo menos 2 homens, a quantidade de comissões diferentes que poderão ser formadas será:

(A) superior ou igual a 200.
(B) superior ou igual a 170 e inferior a 200.
(C) superior ou igual a 140 e inferior a 170.
(D) superior ou igual a 110 e inferior a 140.
(E) inferior a 110.

---

106. (ESAF ATA 2012) **Dos aprovados em um concurso público, os seis primeiros foram Ana, Bianca, Carlos, Danilo, Emerson e Fabiano. Esses seis aprovados serão alocados nas salas numeradas de 1 a 6, sendo um em cada sala e obedecendo a determinação de que na sala 1 será alocado um homem. Então, o número de possibilidades distintas de alocação desses seis aprovados é igual a**

(A) 720.
(B) 480.
(C) 610.
(D) 360.
(E) 540.

107. (CESPE TRE 2009) **Considere que um grupo de quatro indivíduos, em que dois deles quais são irmãos, tenha sido indicado para compor uma lista quádrupla, devendo ser definida a posição dos nomes desses indivíduos na lista. Sabendo que os nomes dos dois irmãos não podem aparecer em posições consecutivas nessa lista, o número de possíveis maneiras de se organizar a referida lista é igual a:**

(A) 6.
(B) 8.
(C) 12.
(D) 14.
(E) 24.

108. (IDECAN) **Para criar uma senha segura para o cofre, José usou um programa que gera, aleatoriamente, uma senha de forma que o**

1º dígito é uma vogal maiúscula;
2º dígito é um algarismo par diferente de zero;
3º dígito é um algarismo ímpar;
4º dígito é uma letra minúscula de "c" a "j";
5º dígito é uma letra maiúscula ou minúscula de "m" a "p".
O número de possibilidades de senhas que este programa pode criar é:

(A) 4.800.
(B) 5.400.
(C) 5.800.
(D) 6.200.
(E) 6.400.

109. (VUNESP) **De um grupo de 6 homens e 4 mulheres, deseja-se escolher 5 pessoas, incluindo, pelo menos, 2 mulheres. O número de escolhas distintas que se pode fazer é:**

(A) 210.
(B) 186.
(C) 168.
(D) 120.
(E) 36.

GABARITO

01. C	02. E	03. E	04. B	05. E	06. Certo	07. Errado	08. Errado	09. E
10. D	11. C	12. A	13. C	14. D	15. Certo	16. Errado	17. Certo	18. Errado
19. Errado	20. C	21. E	22. A	23. C	24. D	25. A	26. E	27. B

28. Certo	29. Errado	30. E	31. B	32. A	33. D	34. C	35. B	36. A
37. Errado	38. Certo	39. Certo	40. Errado	41. Certo	42. B	43. Certo	44. 56	45. A
46. D	47. E	48. Errado	49. C	50. D	51. A	52. C	53. Certo	54. B
55. C	56. D	57. Errado	58. B	59. B	60. 28	61. 66	62. E	63. E
64. C	65. B	66. Certo	67. 24	68. 12	69. 10080	70. Certo	71. 60	72. 12
73. Certo	74. Errado	75. Errado	76. Certo	77. C	78. A	79. B	80. A	81. D
82. Errado	83. Errado	84. Errado	85. D	86. A	87. A	88. A	89. A	90. C
91. A	92. E	93. E	94. Errado	95. Errado	96. Certo	97. C	98. A	99. A
100. B	101. A	102. C	103. Errado	104. D	105. E	106. B	107. C	108. E
109. B								

9

PROBABILIDADE

9.1. INTRODUÇÃO

O estudo probabilístico tem como finalidade estudar um experimento aleatório. Entende-se como experimento aleatório todo experimento que pode ser repetido diversas vezes, sempre nas mesmas condições, e apresenta resultados equiprováveis, ou seja, resultados que possuem a mesma chance de ocorrência.

9.2. CONCEITOS INICIAIS

9.2.1. Experimento aleatório

É aquele experimento que, quando repetido em iguais condições, pode fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

9.2.2. Espaço amostral (E) – Definição

É o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Exemplo:

Espaço amostral da moeda: {cara, coroa}.
Espaço amostral do baralho: {52 cartas}.

9.2.3. Evento

É o resultado desejado.

Se liga!

Evento: É a quantidade de resultados desejados.
O evento, no máximo, possui um valor igual ao espaço amostral.

9.2.3.1. Probabilidade de ocorrer um evento P (A).

$$P(A) = \frac{evento}{espaço\ \ amostral}$$

$0 \leq P(A) \leq 1$.

P (A) = 0 (evento impossível).

P (A) = 1 (evento certo).

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

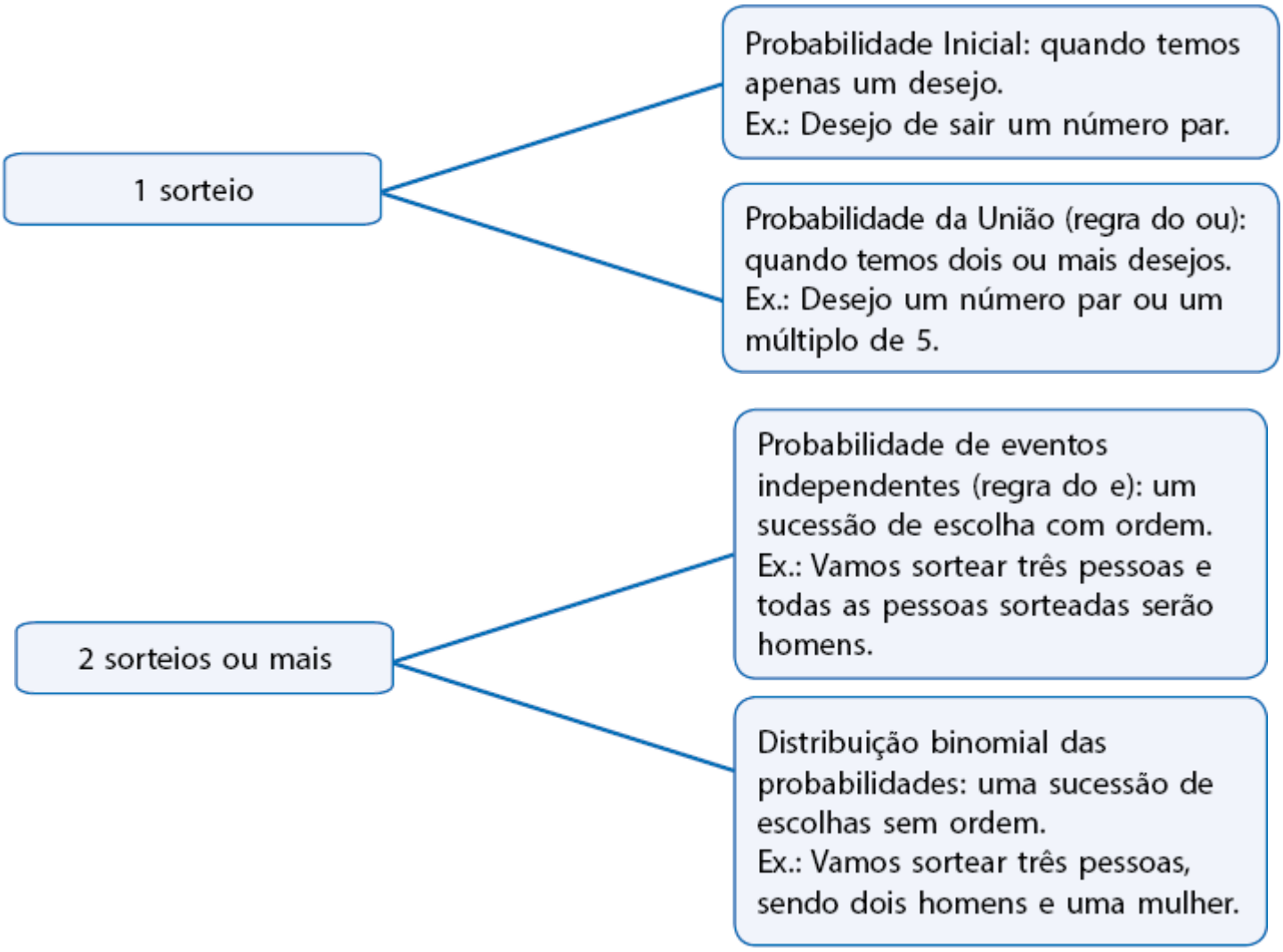
$P(\bar{A})$ é a probabilidade de não ocorrer o evento A.

Dica Especial:

Existem três perguntas básicas para orientar o nosso percurso no momento do cálculo.

- 1ª pergunta: quantos elementos temos disponíveis? (Espaço amostral)
- 2ª pergunta: quantos elementos desejados temos a disposição? (Evento)
- 3ª pergunta: quantos sorteios serão realizados?

O número de sorteios indicará a fórmula que deve ser utilizada.


1 sorteio
Probabilidade Inicial: quando temos apenas um desejo.
Ex.: Desejo de sair um número par.
Probabilidade da União (regra do ou): quando temos dois ou mais desejos.
Ex.: Desejo um número par ou um múltiplo de 5.
2 sorteios ou mais
Probabilidade de eventos independentes (regra do e): um sucessão de escolha com ordem.
Ex.: Vamos sortear três pessoas e todas as pessoas sorteadas serão homens.
Distribuição binomial das probabilidades: uma sucessão de escolhas sem ordem.
Ex.: Vamos sortear três pessoas, sendo dois homens e uma mulher.

9.3. TREINAMENTO COMENTADO

1. (CEF) A tabela abaixo apresenta dados parciais sobre a folha de pagamento de um banco:

Faixa salarial, em reais	Número de empregados
300 – 500	52
500 – 700	30
700 – 900	25
900 – 1.100	20
1.100 – 1.300	16
1.300 – 1.500	13
Total	156

Um desses empregados foi sorteado para receber um prêmio. A probabilidade de esse empregado ter seu salário na faixa de R$ 300,00 a R$ 500,00 é:

(A) 1/3.
(B) 2/5.
(C) 1/2.
(D) 3/5.
(E) 7/10.

Resolução:

1º degrau: descobrir o espaço amostral e o evento.

Espaço amostral: 156 (total de funcionários).
Evento: 52 (pessoas na faixa salarial de R$ 300 a 500).

$$P(A) = \frac{52}{156} = \frac{52^{:52}}{156^{:52}} = \frac{1}{3}$$

Resposta: letra A.

---

2. Uma urna contém 50 bolinhas, numeradas de 1 a 50. Retira-se uma bolinha ao acaso. Determine a probabilidade de retirar uma bola contendo um múltiplo de 15.

Resolução:

Espaço amostral: 50.
Evento: 3 (múltiplos de 15 são 15, 30 ou 45).

$$P(A) = \frac{3}{50}$$

Resposta: 3/50 = 0,06.

---

3. (PETROBRAS 2010) Para que a população de um país permaneça estável, sem aumentar nem diminuir, a taxa de fecundidade (número de filhos por mulher) deve ser de 2,1. A tabela abaixo apresenta a taxa de fecundidade de alguns países em 2009.

	Taxa de fecundidade (filhos por

País	mulher)
África do Sul	2,51
Alemanha	1,32
Angola	5,64
Arábia Saudita	3,04
Argentina	2,22
Áustria	1,39
Brasil	1,83
Colômbia	2,40
Estados Unidos	2,08
Etiópia	5,21
Irlanda	1,95
França	1,88
Peru	2,53
Suíça	1,46
Venezuela	2,50

Escolhe-se, ao acaso, um dos países listados nessa tabela. A probabilidade de que, no país escolhido, a população esteja aumentando é, aproximadamente,

(A) 25,0%.
(B) 33,3%.
(C) 41,7%.
(D) 53,3%.
(E) 50,0%.

Resolução:

Espaço amostral: 15 (total de países).

Evento: 8 (países com taxa de fecundidade superior a 2,1).

$$P(A) = \frac{8}{15} = 0,5333.100 = 53,33\%.$$

Resposta: letra D.

---

4. (MPOG – 2010) As apostas na Megassena consistem na escolha de 6 a 15 números distintos, de 1 a 60, marcados em volante próprio. No caso da escolha de 6 números tem-se a aposta mínima e no caso da escolha de 15 números, tem-se a aposta máxima. Como ganha na Megassena quem acerta todos os seis números sorteados, o valor mais próximo da probabilidade de um apostador ganhar na Megassena ao fazer a aposta máxima é o inverso de:

(A) 20.000.000.
(B) 3.300.000.
(C) 330.000.
(D) 100.000.
(E) 10.000.

Resolução:

• 1º passo: encontrar o espaço amostral.

Temos 60 números e vamos escolher 6.

C 60, 6 = 50.063.860.

• 2º passo: encontrar o evento.

Temos 15 números e podemos escolher 6.

C 15, 6 = 5005

$$P(A) = \frac{5005}{50.063.860} \cong \frac{1}{10.000}$$

A questão pediu o inverso do número.

O inverso de 10.000 é 1/10.000

Resposta: letra E.

---

5. (ESAF MPOG – 2010) Um viajante, a caminho de determinada cidade, deparou-se com uma bifurcação onde estão três meninos e não sabe que caminho tomar. Admita que estes três meninos, ao se lhes perguntar algo, um responde sempre falando a verdade, um sempre mente e o outro mente em 50% das vezes e consequentemente fala a verdade nas outras 50% das vezes. O viajante perguntou a um dos três meninos escolhido ao acaso qual era o caminho para a cidade e ele respondeu que era o da direita. Se ele fizer a mesma pergunta a um outro menino escolhido ao acaso entre os dois restantes, qual a probabilidade de ele também responder que é o caminho da direita?

(A) 1.
(B) 2/3.
(C) 1/2.
(D) 1/3.
(E) 1/4.

Resolução:

Temos a seguinte situação:

1 menino fala a verdade, 1 menino sempre mente e outro 50% das vezes fala a verdade e 50% mente.

Verdade	Mente	50%
Direita	Esquerda	Direita (falou a verdade dessa vez)
Direita	Esquerda	Esquerda (mentiu dessa vez)
Esquerda	Direita	Esquerda (falou a verdade)
Esquerda	Direita	Direita (mentiu dessa vez)

O único cuidado é com o menino que 50% das vezes fala a verdade e 50% mente, por isso temos essas possibilidades de resposta.

• 1ª Hipótese: 1º menino diz a verdade.

O menino que sempre mente vai dizer a esquerda.

O menino que 50% das vezes fala a verdade e as outra 50% mente pode dizer: direita (falando a verdade) ou esquerda (se mentir dessa vez).

A probabilidade de o segundo menino dizer a verdade é

$$\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0,25$$

Dica: 1/2 (temos dois meninos e vamos escolher) e 1/2 (o menino tem 50% de dizer a verdade).

• 2ª Hipótese: 1º menino sempre mente.

O menino que sempre diz a verdade vai dizer a esquerda.

O menino que 50% das vezes fala a verdade e as outra 50% mente pode dizer: esquerda (falando a verdade) ou direita (se mentir dessa vez).

A probabilidade de o segundo menino dizer a verdade é $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0,25$

Dica: 1/2 (temos dois meninos e vamos escolher) e 1/2 (o menino tem 50% de dizer a verdade).

• 3ª Hipótese: 1º menino 50% fala a verdade e 50% mente.

O primeiro mentiu dessa vez, então o menino que sempre diz a verdade vai dizer esquerda e o que sempre mente vai dizer a direita.

O primeiro falou a verdade, dessa vez, então o menino que sempre diz a verdade vai dizer direita e o que sempre mente vai dizer esquerda.

Temos 4 possibilidades de resposta nesse caso e duas delas dizem a direita.

$$P(A)=\frac{1}{2}=0,5$$

$$\text{Probabilidade final}=\frac{1}{3}\cdot(0,25+0,25+,05)=\frac{1}{3}$$

1/3 probabilidade de sortear o primeiro menino e (0,25 + 0,25 + 0,5) = 1 (probabilidade de dizer a direita).

Resposta: letra A.

9.4. PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS: REGRA DA ADIÇÃO OU REGRA DO "OU"

Nesse caso, há um sorteio e duas chances; você ganha com uma possibilidade ou com a outra. Por isso *regra do "ou"*.

Dados dos eventos A e B; a probabilidade de que ocorram A ou B é igual a:

a) se os eventos forem não mutuamente exclusivos (A ∩ B possuem elementos comuns).

P (A ∪ B) = P (A) + P (B) – P (A ∩ B).

b) Se os eventos forem mutuamente exclusivos (disjuntos).

P (A ∪ B) = P (A) + P (B).

Se liga!

Quando temos um sorteio e uma escolha, então utilizamos a regra da probabilidade inicial. Quando temos um sorteio e duas ou mais escolhas, então utilizamos a probabilidade da união.

9.5. TREINAMENTO COMENTADO

6. Em uma urna, há 12 bolas verdes, 18 bolas amarelas, 20 bolas brancas e 15 bolas pretas. Retirando-se uma bola ao acaso, determine a probabilidade de retirar uma bola branca ou preta.

Resolução:

Espaço amostral: 12 + 18 + 20 + 15 = 65 bolas (total de bolas).

Evento: 20 + 15 = 35 (branca ou preta).

P (A ∪ B) = P (A) + P (B). Não temos elementos comuns.

$$P\ (A \cup B) = \frac{35}{65} = \frac{35^{5}}{65^{5}} = \frac{7}{13}$$

Resposta: 7/13.

Texto para as questões 7 e 8

(CESPE) Em um concurso público, registrou-se a inscrição de 100 candidatos. Sabe-se que 30 desses candidatos inscreveram-se para o cargo de escriturário, 20, para o cargo de auxiliar administrativo, e apenas 10 candidatos se inscreveram para os dois cargos. Os demais candidatos inscreveram-se em outros cargos.

Julgue os itens a seguir, considerando que um candidato seja escolhido aleatoriamente nesse conjunto de 100 pessoas.

7. **A probabilidade de que o indivíduo escolhido seja candidato ao cargo de auxiliar administrativo é superior a ¼.**
8. **A probabilidade de que o indivíduo escolhido seja candidato ao cargo de escriturário ou ao cargo de auxiliar administrativo é igual a ½.**

Resolução:

7. Espaço amostral: 100.

Evento auxiliar: 20.

Evento escriturário: 30.

Evento auxiliar e escriturário: 10 (elementos comuns).

7. A probabilidade de que o indivíduo escolhido seja candidato ao cargo de auxiliar administrativo é superior a ¼.

$$P\ (A) = \frac{20}{100} = \frac{20^{:20}}{100^{:20}} = \frac{1}{5}$$

Resposta: item ERRADO.

Resolução:

8. A probabilidade de que o indivíduo escolhido seja candidato ao cargo de escriturário ou ao cargo de auxiliar administrativo é igual a ½.

P (A ∪ B) = P (A) + P (B) – P (A ∩ B).

$$P\ (A \cup B) = \frac{30}{100} + \frac{20}{100} + \frac{10}{100} = \frac{40^{:20}}{100^{:20}} = \frac{2}{5}$$

Resposta: item ERRADO.

---

9. (ESAF) Quando Ligia para em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível do óleo é 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é de 0,11 e a probabilidade de ela pedir ambos, óleo e pneus, é 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão dos pneus é igual a:

(A) 0,25.
(B) 0,35.
(C) 0,45.
(D) 0,15.
(E) 0,65.

Resolução:

Vamos utilizar a probabilidade complementar; nesse caso, ela pedir uma coisa ou outra.

$P(A \cap B) = 0,28 + 0,11 - 0,04 = 0,35$.

A chance de acontecer pelo menos um pedido é 0,35. A probabilidade de não acontecer nenhum desses pedidos é 1 - 0,35 = 0,65.

Resposta: letra E.

---

10. (CESGRANRIO) Pedro está jogando com seu irmão e vai lançar dois dados perfeitos. Qual a probabilidade de que Pedro obtenha pelo menos 9 pontos ao lançar esses dois dados?

(A) 7/36
(B) 5/18
(C) 5/9
(D) 1/4
(E) 1/9

Resolução:

O espaço amostral é igual a 6 . 6 = 36 (multiplicação das possibilidades).

Evento: Pelo menos 9 = soma 9 ou soma 10 ou soma 11 ou soma 12.

Cuidado!

(5,6) é diferente de (6,5)

Soma 9: 4 possibilidades

(3,6) (6,3) (4,5) (5,4)

Soma 10: 3 possibilidades

(6,4) (4,6) (5,5)

Soma 11: 2 possibilidades

(6,5) (5,6)

Soma 12: 1 possibilidade

(6,6)

Total dos eventos possíveis = 4 + 3 + 2 + 1 = 10

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = \frac{10 : 2}{36 : 2} = \frac{5}{18}$$

Resposta: letra B.

9.6. PROBABILIDADE DE DOIS EVENTOS SUCESSIVOS P (A ∩ B)

Essa regra é utilizada quando temos dois ou mais sorteios e a ordem dos sorteios é conhecida.

Exemplo:

Sortear dois meninos, ou seja, o primeiro sorteio é um menino e segundo sorteio é um menino.

Regra da multiplicação ou regra do "e"

P (A ∩ B) = P (A) . P (B)

9.7. TREINAMENTO COMENTADO

11. Se uma moeda não viciada é lançada duas vezes, qual a probabilidade de que ambos os resultados sejam cara?

Resolução:

• 1º sorteio:

Espaço amostral: 2 (cara ou coroa).

Evento: 1 (cara).

$$P\ (A)=\ \frac{1}{2}$$

• 2º sorteio:

Espaço amostral: 2 (cara ou coroa).

Evento: 1 (cara).

$$P\ (B)=\ \frac{1}{2}$$

$$P\ (A \cap B) = \frac{1}{2}\ .\ \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Resposta: $\frac{1}{4}$.

12. (CESPE) Considere que a prova objetiva de um concurso tenha 5 questões de múltipla escolha, com 4 opções cada uma. Considere também que as questões sejam independentes e que um candidato responda a todas elas aleatoriamente. Nessa situação, a probabilidade de ele acertar todas as questões é inferior a 0,05%.

Resolução:

Serão cinco sorteios, sendo o espaço amostral de cada igual a quatro (total de opções) e o evento será 1.

$$P\ (A \cap B) = \frac{1}{4}.\frac{1}{4}.\frac{1}{4}.\frac{1}{4}.\frac{1}{4} = \frac{1}{10.24} = 0{,}09\%.$$

Resposta: item ERRADO.

13. Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se sortearmos 2 bolas, 1 de cada vez, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

Resolução:

Nesse caso, sorteios sucessivos, como a questão não mencionou, é considerado sem reposição.

• 1º sorteio: uma bola vermelha.

Espaço amostral: 30 (total de bolas).

Evento: 10 (vermelhas).

$$P(A) = \frac{10}{30} = \frac{10^{:10}}{30^{:10}} = \frac{1}{3}$$

• 2º sorteio: uma bola azul.

Espaço amostral: 29 (como é sem reposição, por isso a redução de 30 para 29).

Evento: 20 (azuis).

$$P(B) = \frac{20}{29}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{29} = \frac{20}{87}$$

Resposta: $\frac{20}{87}$

---

14. (BNB) Um globo contém 9 bolas numeradas com algarismos distintos de 1 a 9. Sorteia-se, ao acaso, com reposição, três bolas do globo. Qual a probabilidade de que o resultado do sorteio seja a sequência 3, 3, 3?

(A) 3.
(B) 1/27.
(C) 1/729.
(D) 3/103.
(E) 0,009.

Resolução:

São três sorteios e ambos, tanto o evento como o espaço amostral, são iguais.

• 1º sorteio.

Espaço amostral = 9.

Evento = 1 (bola 3).

$$P(A) = \frac{1}{9}$$

Como 1º sorteio = 2º sorteio = 3º sorteio,

Resultado: $\text{Resultado: } \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{729}$..

Resposta: letra C.

---

15. (ESAF MRE 2002) Em um grupo de cinco crianças, duas delas não podem comer doces. Duas caixas de doces serão sorteadas para duas diferentes crianças (uma caixa para cada). A probabilidade de que as duas caixas de doces sejam sorteadas exatamente para duas crianças que podem comer doces é:

(A) 0,10.
(B) 0,20.
(C) 0,25.
(D) 0,30.
(E) 0,60.

Resolução:

Vão acontecer dois sorteios. Como as caixas são para crianças distintas, ocorrerá uma redução do espaço amostral.

• 1º sorteio: uma criança que come doce.

Espaço amostral: 5 (total de crianças).

Evento: 3 (crianças que comem doce).

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

• 2º sorteio: uma criança que come doce.

Espaço amostral: 4 (pois uma criança foi sorteada).

Evento: 2 (por suposição, uma criança que come doce foi sorteada).

$$P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B)\ \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}\ \text{ou}\ 0{,}3$$

Resposta: letra D.

---

16. (ESAF MPOG 2002) Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um é todo amarelo, o outro é todo vermelho e o terceiro é vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado jogo, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra, também ao acaso, uma face do cartão a um jogador. Assim, a probabilidade de a face que o juiz vê ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela é igual a:

(A) 1/6.
(B) 1/3.
(C) 2/3.
(D) 4/5.
(E) 5/6.

Resolução:

Evento: a face que o juiz vê ser vermelha e a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela.

Temos três cartões, logo:

Primeiro cartão e depois o cartão vermelho-amarelo.

• 1º evento: P (A).

Espaço amostral: 3 (todas de cartões).

Evento: 1 (cartão vermelho-amarelo).

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

• 2º evento: P (B).

Espaço amostral: 2 (vermelho-amarelo ou amarelo ou vermelho).

Evento: 1.

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

Resposta: letra A.

---

17. (PETROBRAS 2010) Paulo e Raul pegaram 10 cartas de baralho para brincar: A, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, J e Q, todas de copas. Paulo embaralhou as 10 cartas, colocou-as aleatoriamente sobre a mesa, todas voltadas para baixo, e pediu a Raul que escolhesse duas. Considerando-se que todas as cartas têm a mesma chance de serem escolhidas, qual a probabilidade de que, nas duas cartas escolhidas por Raul, esteja escrita uma letra (A, J ou Q)?

(A) 1/10.
(B) 3/10.
(C) 1/15.
(D) 2/15.
(E) 1/45.

Resolução:

Dica: temos dois sorteios!

Obs.: sem reposição de elementos.

• 1º sorteio:

Espaço amostral: 10 (total de cartas).

Evento: 3 (total de figuras).

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

• 2º sorteio:

Espaço amostral: 9 (total de cartas – a carta do primeiro sorteio).

Evento: 3 (total de figuras – carta do primeiro sorteio).

$$P(B) = \frac{2}{9}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6:6}{90:6} = \frac{1}{15}$$

Resposta: letra C.

---

18. **(CESGRANRIO)** **"A Bacia do Araguaia compreende municípios dos estados do Pará, Tocantins, Goiás e Mato Grosso, abrangendo (...) 168 municípios. Desses, 24 estão localizados na área de estudo."**

Nota Técnica DEA 01/09. Análise socioambiental do atendimento ao PA/MT/TO, p. 16 (Adaptado). Disponível em: http://www.epe.gov.br/MeioAmbiente.

Escolhendo-se ao acaso dois municípios da Bacia do Araguaia, a probabilidade de que ambos estejam localizados na área de estudo é:

(A) 1/49.
(B) 1/84.
(C) 2/335.
(D) 7/511.
(E) 23/1169.

☑ ***Dica:***

Temos dois sorteios!

Obs.: sem reposição de elementos.

• 1º sorteio:

Espaço amostral : 168 (total de municípios).

Evento : 24 (total de municípios da bacia de estudo).

$$P(A) = \frac{24}{168} = \frac{24:24}{168:24} = \frac{1}{7}$$

• 2º sorteio:

Espaço amostral: 167 (total de municípios – primeiro sorteio).

Evento: 23 (total de municípios – carta do primeiro sorteio).

$$P(B) = \frac{23}{167}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{7} \cdot \frac{23}{167} = \frac{23}{1.169}$$

Resposta: letra E.

---

19. **(ESAF APO – 2010)** **Em uma urna existem 200 bolas misturadas, diferindo apenas na cor e na numeração. As bolas azuis estão numeradas de 1 a 50, as bolas amarelas estão numeradas de 51 a 150 e as bolas vermelhas estão numeradas de 151 a 200. Ao se retirar da urna três bolas escolhidas ao acaso, com reposição, qual a**

probabilidade de as três bolas serem da mesma cor e com os respectivos números pares?

(A) 10/512.
(B) 3/512.
(C) 4/128.
(D) 3/64.
(E) 1/64.

Resolução:

Resumo do enunciado: temos que sortear, com reposição, três bolas de mesma cor, sendo o número das bolas pares.

• 1º sorteio: a probabilidade das bolas serem azuis e contendo números pares.
Espaço amostral = 200 (total de bolas).
Evento = 25 (de 1 a 50, temos 25 bolas pares).

$$P(A)=\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{512}$$

Dica: $\frac{25}{200}=\frac{1}{8}$ (esse é o resultado da simplificação por 25).

• 2º sorteio: a probabilidade das bolas serem amarelas e contendo números pares.
Espaço amostral = 200 (total de bolas).
Evento = 50 (de 51 a 150, temos 25 bolas pares).

$$P(A)=\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{512}$$

☑ ***Dica:***

$\frac{50}{200}=\frac{2}{8}=$ (simplificando por 25; dessa forma mantemos o mesmo denominador).

• 3º sorteio: a probabilidade das bolas serem vermelhas e contendo números pares.
Espaço amostral = 200 (total de bolas).
Evento = 25 (de 151 a 200, temos 25 bolas pares).

$$P(A)=\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}\cdot\frac{25}{200}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{512}$$

☑ ***Dica:***

$\frac{25}{200}=\frac{1}{8}$ (esse é o resultado da simplificação por 25).

Temos três opções de resultado, logo regra do “ou”.

$$P(A\cup B\cup C)=\frac{1}{512}+\frac{8}{512}+\frac{1}{512}=\frac{10}{512}$$

Resposta: *letra A.*

9.8. PROBABILIDADE CONDICIONAL

Antes da realização de um experimento, é necessário que você já tenha alguma informação sobre o evento que deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

☑ ***Dica:***

Probabilidade condicional – P (A/B) – será a probabilidade de ocorrência de um evento "*A*", *sabendo-se que já ocorreu o evento* "*B*".

9.9. TREINAMENTO COMENTADO

20. (ESAF MPU/2004) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos então recebe um telefonema de Ana, informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a:

(A) 1/7.
(B) 5/7.
(C) 1/3.
(D) 4/7.
(E) 2/3.

Resolução:

Aqui, temos um caso de probabilidade condicional, pois queremos a probabilidade de Beatriz estar em Paris, sabendo que Ana já se encontra.

P (B) (evento já ocorrido): Ana estar hoje em Paris é 3/7. P (B): evento já ocorrido.
Ana e Beatriz estarem hoje em Paris é 1/7. P (A ∩ B).

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/7}{3/7} = \frac{1}{3}.$$

Resposta: *letra C.*

21. (ESAF SERPRO 2001) Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:

(A) 5%.
(B) 8%.

(C) 10%.
(D) 15%.
(E) 18%.

Resolução:

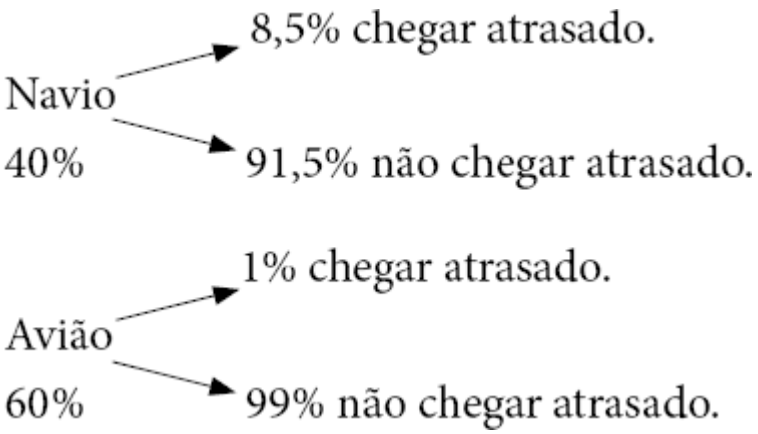
Como queremos saber a probabilidade de ele ir de avião, sabendo que chegou atrasado, temos uma probabilidade condicional.

$$P\,(A/B) = \frac{P\,(A \cap B)}{P\,(B)}$$

P (B): chegar atrasado.

P (A ∩ B): ir de avião e chegar atrasado.

Descobrindo P (B).



Conclusões:

Navio e atrasado: 40%.8,5% = 0,34.

Navio e não chegar atrasado: 40%.91,5% = 0,366.

Avião e atrasado: 60%.1% = 0,06.

Avião e não chegar atrasado = 60%.99% = 0,594.

P (B) = 0,34 + 0,06 = 0,40 (chegar atrasado pode ser avião ou ônibus).

P (A ∩ B)= 0,06 (ir de avião e chegar atrasado).

$$P\,(A / B) = \frac{P\,(A \cap B)}{P\,(B)} = \frac{0{,}06}{0{,}40} = 0{,}15 \text{ ou } 15\%$$

Resposta: letra C.

---

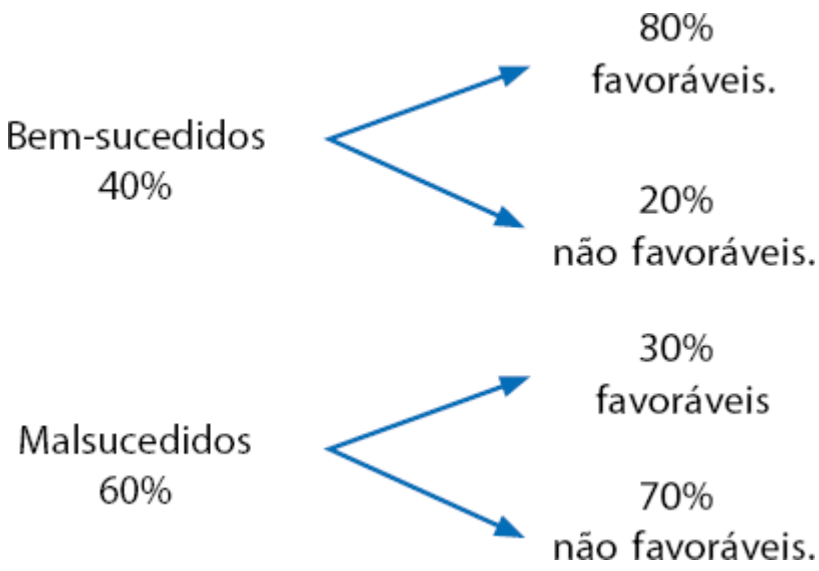
22. (ESAF SERPRO 2001) O gerente de marketing de uma fábrica de *software* planeja colocar no mercado um novo programa de análise de dados. Historicamente, 40% dos programas novos lançados pela fábrica são bem-sucedidos. Antes do lançamento no mercado a fábrica tem por norma realizar uma pesquisa de mercado que resulta num relatório com uma conclusão favorável ou desfavorável ao novo produto.

No passado, 80% dos programas bem-sucedidos receberam relatórios favoráveis e 30% dos programas malsucedidos também receberam relatórios favoráveis. O novo programa de análise de dados que a firma pretende lançar no mercado recebeu relatório favorável. Assinale a opção que corresponde à probabilidade de que seja bem-sucedido.

(A) 32%.
(B) 64%.
(C) 80%.

(D) 12%.
(E) 24%.

Resolução:



Conclusão total:

Bem-sucedidos e favoráveis: 40%.80% = 0,32.

Bem-sucedidos e não favoráveis: 40%.20% = 0,08.

Malsucedidos e favoráveis: 60%.30% = 0,18.

Malsucedidos e não favoráveis: 60%.70% = 0,42.

Total de favoráveis: 0,32 + 0,18 = 0,50 (P (B)).

Bem-sucedido e favorável: 0,32.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,32}{0,50} = 0,64$$

Resposta: letra B.

---

23. (ESAF AFC/STN – 2008) Marco estuda em uma universidade na qual, entre as moças de cabelos loiros, 18 possuem olhos azuis e 8 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos pretos, 9 possuem olhos azuis e 9 possuem olhos castanhos; entre as moças de cabelos ruivos, 4 possuem olhos azuis e 2 possuem olhos castanhos. Marisa seleciona aleatoriamente uma dessas moças para apresentar para seu amigo Marco. Ao encontrar com Marco, Marisa informa que a moça selecionada possui olhos castanhos.

Com essa informação, Marco conclui que a probabilidade de a moça possuir cabelos loiros ou ruivos é igual a:

(A) 0.
(B) 10/19.
(C) 19/50.
(D) 10/50.
(E) 19/31.

Resolução:

Resumo: foi selecionada uma moça de olhos castanhos, qual a probabilidade de ela ter cabelos loiros ou ruivos?

Cabelos loiros: 18 olhos azuis e 8 olhos castanhos.

Cabelos pretos: 9 olhos azuis e 9 olhos castanhos.

Cabelos ruivos: 4 olhos azuis e 2 olhos castanhos.

Foi selecionada uma mulher de olhos castanhos, logo, o espaço amostral é 8 + 9 + 2 = 19.
O evento é mulher loira ou ruiva, logo, o evento é 8 + 2 = 10.

$$P(A) = \frac{10}{19}$$

Resposta: letra B.

9.10 TREINAMENTO DO CONCURSANDO

24. (Analista MPU/2004) Carlos diariamente almoça um prato de sopa no mesmo restaurante. A sopa é feita de forma aleatória por um dos três cozinheiros que lá trabalham: 40% das vezes a sopa é feita por João; 40% das vezes por José, e 20% das vezes por Maria. João salga demais a sopa 10% das vezes; José o faz em 5% das vezes, e Maria 20% das vezes. Como de costume, um dia qualquer Carlos pede a sopa e, ao experimentá-la, verifica que está salgada demais. A probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José é igual a?

(A) 0,15.
(B) 0,25.
(C) 0,30.
(D) 0,20.
(E) 0,40.

25. (AFC – STN – 2000 ESAF) Uma companhia preocupada com sua produtividade costuma oferecer cursos de treinamento a seus operários. A partir da experiência, verificou-se que um operário, recentemente admitido, que tenha frequentado o curso de treinamento tem 82% de probabilidade de cumprir sua quota de produção. Por outro lado, um operário, também recentemente admitido, que não tenha frequentado o mesmo curso de treinamento, tem apenas 35% de probabilidade de cumprir com sua quota de produção. Dos operários recentemente admitidos, 80% frequentaram o curso de treinamento. Selecionando-se, aleatoriamente, um operário recentemente admitido na companhia, a probabilidade de que ele não cumpra sua quota de produção é:

(A) 11,70%.
(B) 27,40%.
(C) 35%.
(D) 83%.
(E) 85%.

26. (AFC – SFC – 2001 ESAF) Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Ana ir para o trabalho: ou de carro ou de metrô. A probabilidade de Ana ir de carro é de 60% e de ir de metrô é de 40%. Quando ela vai de carro, a probabilidade de chegar atrasada é de 5%. Quando ela vai de metrô a probabilidade de chegar atrasada é de 17,5%. Em um dado dia, escolhido aleatoriamente, verificou-se que Ana chegou atrasada ao seu local de trabalho. A probabilidade de ela ter ido de carro nesse dia é:

(A) 10%.
(B) 30%.
(C) 40%.
(D) 70%.
(E) 82,5%.

27. (SERPRO 96) Uma clínica especializada trata apenas de três tipos de doentes: dos que sofrem de problemas cardíacos, dos que tem cálculo renal e dos hipertensos. Temos que 50% dos pacientes que procuram a clínica são cardíacos, 40% são portadores de cálculo renal e apenas 10% são hipertensos. Os problemas cardíacos

são curados em 80% das vezes, os problemas de cálculo renal em 90% das vezes e os hipertensos em 95% das vezes. Um enfermo saiu curado da clínica. Qual a probabilidade de que ele sofresse de cálculo renal?

(A) 43,1%.
(B) 42,1%.
(C) 45,1%.
(D) 44,1%.
(E) 46,1%.

9.11. DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL DAS PROBABILIDADES

É o cálculo da probabilidade de uma série de um mesmo evento, que possui uma relação de sucesso e fracasso. A quantidade de acontecimentos desejados é inferior ao total de lançamentos ou sorteios.

Exemplos:

1º: lançam-se 7 moedas. Determine a probabilidade de sair 4 caras.
Nesse caso temos 7 sorteios, porém queremos 4 caras. Logo, queremos o seguinte resultado 4 caras (sucesso) e 3 coroas (fracasso).
2º: um casal pretende ter quatro filhos. Qual a probabilidade de nascerem dois meninos?
Nesse caso, temos quatro filhos, porém queremos dois meninos (sucesso) e duas meninas (fracasso).

Fórmula: P (de "s" eventos sucesso) = $[C^{n,s}]x[P(S)^s] \times [P(F)^F]$

C n,s: combinação de n tomada a p.

S: sucesso

F: fracasso.

9.12. TREINAMENTO COMENTADO

28. Uma moeda honesta será lançada sete vezes. Qual a probabilidade de se verificar exatamente cinco vezes o resultado cara?

Resolução:

n = 7 resultados.

S = 5 (sucessos).

F = 2 (fracassos).

Probabilidade do sucesso: $\frac{1}{2}$ (sair cara na moeda).

Probabilidade do fracasso: $\frac{1}{2}$ (sair coroa na moeda).

$$C^{7,5} = C^{7,5} = \frac{7.6}{2!} = \frac{42}{2.1} = 21$$

$$P(5\ \text{caras}) = C^{7,5}\ \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 21.\frac{1}{32}.\frac{1}{4} = \frac{21}{128} = 0,1640\ \text{ou}\ 16,40\%$$

Resposta: 16,4%.

29. (ATA – MF – 2009/ESAF) Ao se jogar um dado honesto três vezes, qual o valor mais próximo da probabilidade de o número 1 sair exatamente uma vez?

(A) 35%.
(B) 17%.
(C) 7%.
(D) 42%.
(E) 58%.

Resolução:

Sorteio: 3.

Sucesso : 1 (sair um número 1).

Fracasso: 2 (sair um número diferente de 1).

A probabilidade de sair o número 1 no dado é: 1/6.

A probabilidade de sair um número diferente de 1 é 1 - 1/6 = 5/6.

$C^{2,1} = 2$.

$C^{2,1}.P(S)^1.P(F)^2$

$$3.\frac{1}{6}.\left(\frac{5}{6}\right)^2 = 3.\frac{1}{6}.\frac{25}{36} = \frac{75}{216} = 0,3472 \text{ ou } 34,72\%$$

Resposta: letra A.

9.13 TREINAMENTO DO CONCURSANDO

30. (ESAF) Na população brasileira verificou-se que a probabilidade de ocorrer determinada variação genética é de 1%. Ao se examinar ao acaso três pessoas desta população, qual o valor mais próximo da probabilidade de exatamente uma pessoa examinada possuir esta variação genética?

(A) 0,98%.
(B) 1%.
(C) 2,94%.
(D) 1,30%.
(E) 3,96%.

31. (Anal. Orçamento MARE 99 ESAF) São lançadas 4 moedas distintas e não viciadas. Qual é a probabilidade de resultar exatamente 2 caras e 2 coroas?

(A) 25%.
(B) 37,5%.
(C) 42%.
(D) 44,5%.
(E) 50%.

9.14. TREINAMENTO COMENTADO – SEÇÃO DESAFIO

32. (ESAF 2009) Três amigas participam de um campeonato de arco e flecha. Em cada tiro, a primeira das amigas

tem uma probabilidade de acertar o alvo de 3/5, a segunda tem uma probabilidade de acertar o alvo de 5/6, e a terceira tem uma probabilidade de acertar o alvo de 2/3. Se cada uma das amigas der um tiro de maneira independente dos tiros das outras duas, qual a probabilidade de pelo menos dois dos três tiros acertarem o alvo?

(A) 90/100.
(B) 50/100.
(C) 71/100.
(D) 71/90.
(E) 60/90.

Resolução:

Resumo: a questão pede a probabilidade de pelo menos duas acertarem, ou seja, podem ser duas ou três acertar.

Amiga 1: 3/5 para acertar e 2/5 para errar.

Amiga 2: 5/6 para acertar e 1/6 para errar.

Amiga 3: 2/3 para acertar e 1/3 para errar.

No caso de dois acertos, temos três possibilidades:

• 1ª possibilidade: amiga 1 errar e as demais acertarem.

$$\frac{2}{5}.\frac{5}{6}.\frac{2}{3} = \frac{2.2}{6.3} = \frac{4}{9} \text{ simplificando por 2 , temos: } \frac{2}{9}.$$

• 2ª possibilidade: amiga 2 errar e as demais acertarem.

$$\frac{3}{5}.\frac{1}{6}.\frac{2}{3} = \frac{1.2}{5.6} = \frac{2}{30} \text{ simplificando por 2, temos: } \frac{1}{15}.$$

• 3ª possibilidade: amiga 3 errar e as demais acertarem.

$$\frac{3}{5}.\frac{5}{6}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

No caso de três acertos, temos apenas uma possibilidade:

$$\frac{3}{5}.\frac{5}{6}.\frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

O resultado final é a soma das possibilidades:

$$\frac{2}{9}+\frac{1}{15}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3} = \frac{20+6+15+30}{90} = \frac{71}{90}$$

Obs.: o M.M.C. de (3, 6, 9, 15) = 90.

Resposta: letra D.

---

33. (ESAF 2009) Para acessar a sua conta nos caixas eletrônicos de determinado banco, um correntista deve utilizar sua senha constituída por três letras, não necessariamente distintas, em determinada sequência, sendo que as letras usadas são as letras do alfabeto, com exceção do W, totalizando 25 letras.

Essas 25 letras são então distribuídas aleatoriamente, três vezes, na tela do terminal, por cinco teclas, em

grupos de cinco letras por tecla, e, assim, para digitar sua senha, o correntista deve acionar, a cada vez, a tecla que contém a respectiva letra de sua senha. Deseja-se saber qual o valor mais próximo da probabilidade de ele apertar aleatoriamente em sequência três das cinco teclas à disposição e acertar ao acaso as teclas da senha.

(A) 0,001.
(B) 0,0001.
(C) 0,000125.
(D) 0,005.
(E) 0,008.

Resolução:

A tecla é de cinco letras e teremos cinco teclas em cada tentativa.

A senha é uma sequência de três letras.

Nesse caso, temos três sorteios, logo, regra do "e".

• 1ª tentativa: $\frac{1}{5}$.

Temos cinco teclas (espaço amostral) e uma tecla tem a letra desejada.

• 2ª tentativa: $\frac{1}{5}$.

Temos cinco teclas (espaço amostral) e uma tecla tem a letra desejada.

• 3ª tentativa: $\frac{1}{5}$.

Temos cinco teclas (espaço amostral) e uma tecla tem a letra desejada.

Resultado final: $\frac{1}{5}.\frac{1}{5}.\frac{1}{5} = \frac{1}{125} = 0{,}008.$

Resposta: letra E.

---

34. (TSE) Para se ter uma ideia do perfil dos candidatos ao cargo de Técnico Judiciário, 300 estudantes que iriam prestar o concurso foram selecionados ao acaso e entrevistados, sendo que, entre esses, 130 eram homens. Como resultado da pesquisa, descobriu se que 70 desses homens e 50 das mulheres entrevistadas estavam cursando o ensino superior. Se uma dessas 300 fichas for selecionada ao acaso, a probabilidade de que ela seja de uma mulher que, no momento da entrevista, não estava cursando o ensino superior é igual a:

(A) 0,40.
(B) 0,42.
(C) 0,44.
(D) 0,46.

Resolução:

Espaço amostral: 300 (total de pessoas).

Evento: 120 (mulher não cursando ensino superior).

São 130 homens, logo 300 - 130 = 170 mulheres no total.

Dessas 170 mulheres, sendo 50 cursando ensino superior, então 170 - 50 = 120.

$$P(A) = \frac{120}{300} = \frac{12}{30} = 0,4$$

Resposta: letra A.

---

35. (CESPE) Se, entre as 16 empresas contratadas para atender aos serviços diversos do TRT, houver 4 empresas que prestem serviços de informática e 2 empresas que cuidem da manutenção de elevadores, e uma destas for escolhida aleatoriamente para prestar contas dos custos de seus serviços, a probabilidade de que a empresa escolhida seja prestadora de serviços de informática ou realize a manutenção de elevadores será igual a:

(A) 0,125.
(B) 0,250.
(C) 0,375.
(D) 0,500.

Resolução:

Espaço amostral: 16 (total de empresas).

Evento: uma empresa prestadora de serviços de informática ou que realize a manutenção de elevadores.

Nesse caso, não temos elementos comuns.

P (A ∪ B) = P (A) + P (B).

$$P(A \cup B) = \frac{2}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = 0,375$$

Resposta: letra C.

(CESPE 2009) Texto para a questão 36.

Considerando que Ana e Carlos candidataram-se a empregos em uma empresa e sabendo que a probabilidade de Ana ser contratada é igual a 2/3 e que a probabilidade de ambos serem contratados é 1/6, julgue o item subsequente.

36. A probabilidade de Ana ser contratada e de Carlos não ser contratado é igual a 1/2.

Resolução:

A probabilidade de Ana é 2/3.

A probabilidade de ambos é 1/6.

A probabilidade de ambos (Ana e Carlos) é resultado do produto das probabilidades.

P (A ∩ C) = P (A).P (C).

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot P(C) \cdot$$

$$\frac{2}{3}.P(C) = \frac{1}{6}.$$

$$P(C) = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.\frac{3}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Obs.: divisão de fração: conserva a primeira e multiplica pelo inverso da segunda fração.

Probabilidade de Ana ser contratada = $\frac{2}{3}$.

Probabilidade de Carlos ser contratado = , logo, a probabilidade de não ser contratado será: .

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

A probabilidade de Ana ser e Carlos não ser: $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

Resposta: item CERTO.

---

37. (ATA-MF – 2009) Ao se jogar um determinado dado viciado, a probabilidade de sair o número 6 é de 20%, enquanto as probabilidades de sair qualquer outro número são iguais entre si. Ao se jogar este dado duas vezes, qual o valor mais próximo da probabilidade de um número par sair duas vezes?

(A) 20%.
(B) 27%.
(C) 25%.
(D) 23%.
(E) 50%.

Resolução:

Resumo: a probabilidade de sair o número 6 é de 20%, logo, sobram 80% para sair os outros números.

A questão informa que a probabilidade dos outros números, diferentes de 6, é igual, então, à probabilidade de sair 1, 2, 3, 4, ou 5 é 80%: 5 = 16% para cada número.

A probabilidade de sair um número par é igual a 52%; pois temos 16% para o número 2, 16% para o número 4 e 20% para o número 6.

P (A) = 52% (sortear um número par).

P (B) = 52% (sortear um número par).

$$P(A \cap B)=52\%.52\%=\frac{52}{100}.\frac{52}{100}=\frac{2.704}{1.000}=\frac{27,04}{100}=27,04\%.$$

Resposta: letra B.

---

38. (ATA ESAF 2012) Sorteando-se um número de uma lista de 1 a 100, qual a probabilidade de o número ser divisível por 3 ou por 8?

(A) 41%
(B) 44%
(C) 42%
(D) 45%
(E) 43%

Resolução:

Tema: Probabilidade da União

Dica: Teremos que calcular o P(A), P(B) e P(A ∩ B)

• 1ª Etapa: P(A)

Espaço amostral = 100 Evento = 33 (temos 33 múltiplos de 3, no intervalo de 1 a 100)

P(A) = 33/100

• 2ª Etapa: P(B)

Espaço amostral = 100 Evento = 12 (temos 12 múltiplos de 8, no intervalo de 1 a 100)

P(A) = 12/100

• 3ª Etapa: P(A ∩ B)

> ☑ ***Dica:***
>
> O MMC de 3 e 8 = 24, ou seja, todos os múltiplos de 24 foram contabilizados nos dois conjuntos.

Espaço amostral = 100 Evento = 4 (temos 4 múltiplos de 24, no intervalo de 1 a 100)

P(A ∩ B)= 4/100

P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)

P(A ∪ B) = 33/100 + 12/100 - 4/100 = 41/100 = 41%

Resposta: letra A.

> ☑ ***Dica de cálculo:***
>
> Quantos múltiplos de 3 temos no intervalo de 1 a 100?
> 100 : 3 = 33,33
> Utilizamos o valor inteiro, sem aproximação.

Resultado: 33 múltiplos de 3.

Essa dica serve para qualquer múltiplo.

---

39. (ATA ESAF 2012) Uma caixa contém 3 bolas brancas e 2 pretas. Duas bolas serão retiradas dessa caixa, uma a uma e sem reposição, qual a probabilidade de serem da mesma cor?

(A) 55%
(B) 50%
(C) 40%
(D) 45%
(E) 35%

Resolução:

Tema: probabilidade de eventos independentes.

Comentário: Serão sorteadas duas bolas de mesma cor, logo podemos retirar duas brancas ou duas pretas.

Caso 1: 2 Bolas brancas

Resumo: 2 sorteios, sem reposição. Espaço amostral = 5 e Evento = 3

P(A ∩ B) = P(A) . P(B)

P(A ∩ B) = 3/5 . 2/ 4 = 6/20 (simplificando por 2) = 3/10

Caso 2: 2 Bolas pretas

Resumo: 2 sorteios, sem reposição. Espaço amostral = 5 e Evento = 2

P(A ∩ B) = P(A) . P(B)

P(A ∩ B) = 2/5 . 1/ 4 = 2/20 (simplificando por 2) = 1/10

No final devemos somar os resultados, pois temos duas opções.

3/10 + 1/10 = 4/10 = 40%

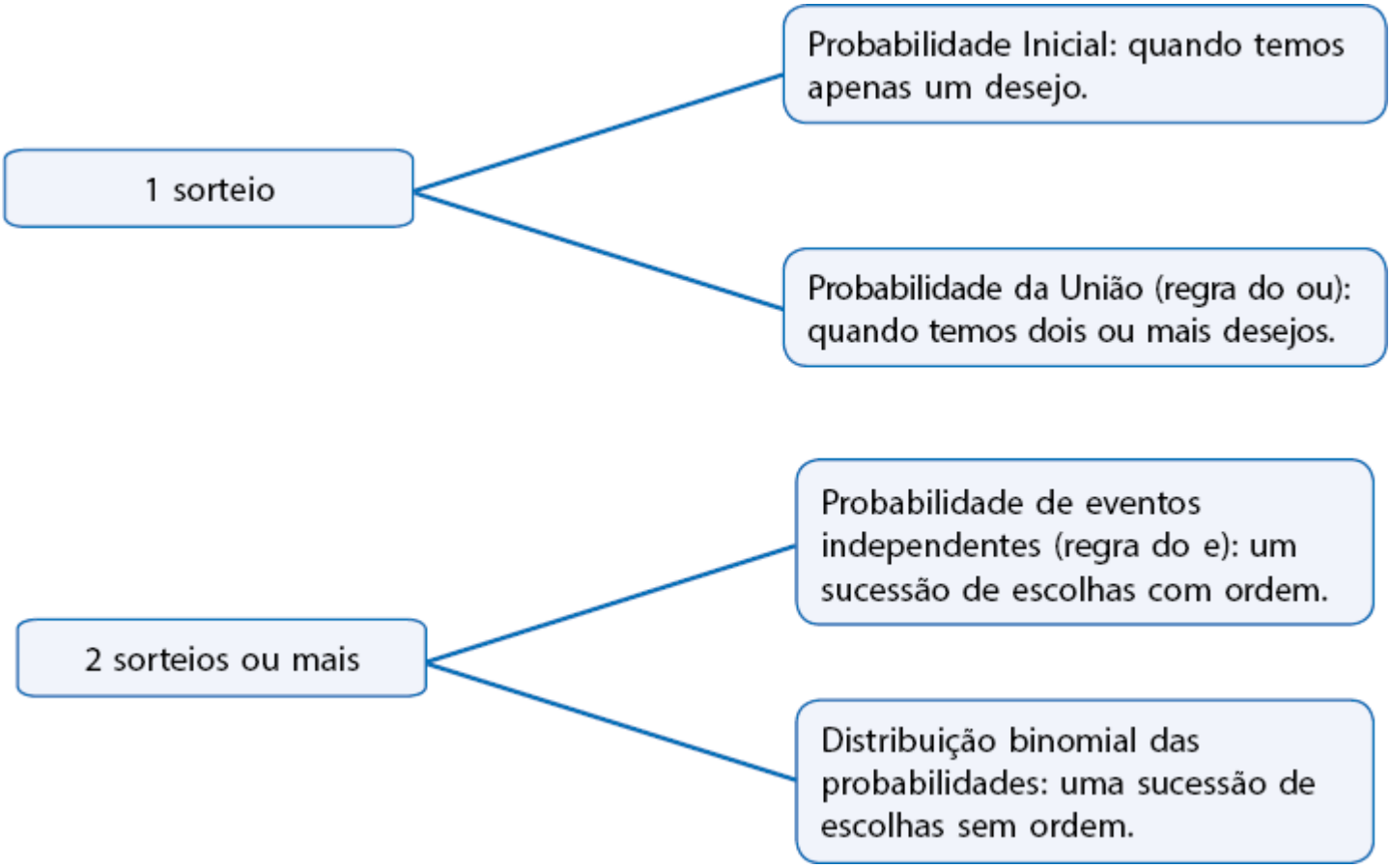
Resposta: letra C.

• Resumo teórico:

Espaço amostral: Total de elementos.

Evento: Quantidade de elementos que satisfazem o nosso desejo.

> ☑ ***Dica:***
>
> Não esqueça de observar o número de sorteios.


1 sorteio
Probabilidade Inicial: quando temos apenas um desejo.
Probabilidade da União (regra do ou): quando temos dois ou mais desejos.
2 sorteios ou mais
Probabilidade de eventos independentes (regra do e): um sucessão de escolhas com ordem.
Distribuição binomial das probabilidades: uma sucessão de escolhas sem ordem.

9.15. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

40. (PETROBRAS) Segundo uma reportagem publicada na Revista Veja de 11 de janeiro de 2006, um instituto internacional especializado no estudo do *stress* ouviu 1.200 brasileiros para saber se há relação entre cansaço e uso frequente de equipamentos eletrônicos. O quadro abaixo apresenta os percentuais de respostas "SIM" e "NÃO", referentes a algumas das perguntas feitas aos entrevistados. Quando o uso de eletrônicos é reduzido você:

Nº da pergunta	Pergunta	SIM	NÃO
I	fica menos tenso?	68%	32%
II	fica menos ansioso?	38%	62%
III	tem menos insônia?	22%	78%
IV	apresenta melhoria na concentração?	18%	82%

Considere que todos os entrevistados que responderam "SIM" à pergunta IV tenham respondido "SIM" também à pergunta III. Sorteando-se ao acaso um dos entrevistados, a probabilidade de que a pessoa sorteada tenha respondido "SIM" à pergunta III e "NÃO" à pergunta IV será de:

(A) 1/25.
(B) 4/25.
(C) 3/10.
(D) 1/5.
(E) 3/5.

---

41. **(CESGRANRIO)** **Em uma pesquisa, 8.500 pessoas responderam à seguinte pergunta: "Existe amizade entre homem e mulher?". Desse total, 6.035 responderam "sim, eu até tenho"; 2.040 responderam "não existe" e as demais responderam "sim, mas eu não tenho". Escolhendo-se ao acaso uma das pessoas entrevistadas, qual a probabilidade de que ela tenha respondido "sim, mas eu não tenho"?**

(A) 5%.
(B) 8%.
(C) 12%.
(D) 16%.
(E) 24%.

---

42. **(TFC 1995)** **Um casal pretende ter quatro filhos. A probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas é:**

(A) 3/8.
(B) 1/2.
(C) 6/8.
(D) 8/6.
(E) 8/3.

---

43. **(TRT-SC)** **As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando um pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos *errarem* é igual a:**

(A) 3%.
(B) 5%.
(C) 17%.
(D) 20%.
(E) 25%.

---

44. **Um número é escolhido ao acaso dentre os números 1, 2, 3,... , 300. A probabilidade de que o número escolhido seja divisível por 3 ou por 5 é:**

(A) 1/15.
(B) 1/5.
(C) 1/3.
(D) 7/15.
(E) 8/15.

---

45. **Dois dados não viciados são lançados simultaneamente. A probabilidade condicional de que tenha ocorrido pelo menos uma face 6, dado que a soma obtida foi 9, é:**

(A) 1/9.
(B) 1/6.
(C) 11/36.
(D) 1/3.
(E) 1/2.

---

46. **(CESGRANRIO)** **Bruno e Carlos pegaram cinco cartas do mesmo baralho, numeradas de 1 a 5, para uma brincadeira de adivinhação.**

Bruno embaralhou as cartas e, sem que Carlos visse, as colocou lado a lado, com os números voltados para baixo. Eles combinaram que Carlos deveria virar duas das cinco cartas simultaneamente e somar os números obtidos. A probabilidade de que a soma obtida fosse maior ou igual a 7 era de:

(A) 10%.
(B) 20%.
(C) 30%.
(D) 40%.
(E) 50%.

---

47. **(ESAF)** **Uma urna possui 5 bolas azuis, 4 vermelhas, 4 amarelas e 2 verdes. Tirando-se simultaneamente 3 bolas, qual o valor mais próximo da probabilidade de que as 3 bolas sejam da mesma cor?**

(A) 11,53%.
(B) 4,24%.
(C) 4,50%.
(D) 5,15%.
(E) 3,96%.

---

48. **(VUNESP)** **Uma urna contém 3 bolas pretas e 2 brancas. Duas bolas são retiradas da urna, sem reposição. A probabilidade de a segunda bola ser branca é de:**

(A) 0,25.
(B) 0,30.
(C) 0,40.
(D) 0,50.
(E) 0,60.

---

49. **(VUNESP)** **Em um lote de 20 peças, 5 são defeituosas. Sorteando-se 3 peças desse lote, ao acaso, sem reposição, a probabilidade de que nenhuma delas seja defeituosa é, aproximadamente, de:**

(A) 0,412.
(B) 0,399.
(C) 0,324.
(D) 0,298.
(E) 0,247.

---

50. **(VUNESP)** **As estatísticas de anos passados mostram que 80% dos alunos de um curso são aprovados e 20% vão para recuperação. Dos alunos que vão para recuperação, apenas 40% conseguem ser aprovados. Sabendo-se que um aluno foi aprovado, a probabilidade de ele ter ido para recuperação é de:**

(A) 4/25.
(B) 2/13.
(C) 1/11.
(D) 2/5.
(E) 2/3.

---

51. **(VUNESP)** **A probabilidade de que não chova no feriado é de 40% e a de que não ocorra congestionamento é de 30%. A probabilidade de que chova e ocorra congestionamento é de 80%; então, a probabilidade de que chova ou de que ocorra congestionamento é:**

(A) 100%.
(B) 90%.
(C) 70%.
(D) 50%.
(E) 30%.

52. **Em uma sala de aula estão 4 meninas e 6 meninos. Três das crianças são sorteadas para constituírem um grupo de dança. A probabilidade de as três crianças escolhidas serem do mesmo sexo é:**

(A) 0,10.
(B) 0,12.
(C) 0,15.
(D) 0,20.
(E) 0,24.

53. **(FCC) A tabela abaixo apresenta o consumo médio mensal de 100 residências em um bairro servido pela SERGAS.**

Consumo (m^3)	Número de residências
10	28
15	53
20	11
25	X
Total	100

Escolhendo-se uma dessas residências ao acaso, a probabilidade de que o seu consumo médio mensal de gás natural seja de 25 m^3 é:

(A) 2/25.
(B) 7/100.
(C) 3/50.
(D) 1/20.
(E) 1/25.

54. **(CESPE 2009) Nas eleições majoritárias, em certo estado, as pesquisas de opinião mostram que a probabilidade de os eleitores votarem no candidato X à presidência da República ou no candidato Y a governador do estado é igual a 0,7; a probabilidade de votarem no candidato X é igual a 0,51 e a probabilidade de votarem no candidato Y é igual a 0,39. Nessa situação, a probabilidade de os eleitores desse estado votarem nos candidatos X e Y é igual a:**

(A) 0,19.
(B) 0,2.
(C) 0,31.
(D) 0,39.
(E) 0,5.

55. **(Quadrix 2014) Em um cesto há 6 bolas de gude, sendo 3 brancas e 3 vermelhas. Retiram-se sucessivamente 3 bolas desse cesto. Qual a probabilidade de as 3 bolas retiradas serem da mesma cor?**

(A) 2/10
(B) 1/10
(C) 3/1
(D) 1/20
(E) 1/6

56. **(FCC 2011) Em um escritório trabalham 10 funcionários: 5 do sexo feminino e 5 do sexo masculino. Dispõe-se de 10 fichas numeradas de 1 a 10, que serão usadas para sortear dois prêmios entre esses funcionários e, para**

tal, cada mulher receberá uma ficha numerada de 1 a 5, enquanto que cada homem receberá uma numerada de 6 a 10. Se, para o sorteio, as fichas das mulheres forem colocadas em uma urna M e as dos homens em uma urna H, então, ao sortear-se uma ficha de cada urna, a probabilidade de que em pelo menos uma delas esteja marcado um número ímpar é de:

(A) 24%.
(B) 38%.
(C) 52%.
(D) 68%.
(E) 76%.

---

57. (CESGRANRIO 2012) Uma moeda não tendenciosa é lançada até que sejam obtidos dois resultados consecutivos iguais.

Qual a probabilidade de a moeda ser lançada exatamente três vezes?

(A) 1/3.
(B) 1/2.
(C) 3/4.
(D) 1/8.
(E) 1/4.

---

58. (ESAF ATA 2009) Ao se jogar um determinado dado viciado, a probabilidade de sair o número 6 é de 20%, enquanto as probabilidades de sair qualquer outro número são iguais entre si. Ao se jogar este dado duas vezes, qual o valor mais próximo da probabilidade de um número par sair duas vezes?

(A) 20%.
(B) 27%.
(C) 25%.
(D) 23%.
(E) 50%.

---

59. (PETROBRAS 2010) Paulo e Raul pegaram 10 cartas de baralho para brincar: A, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, J e Q, todas de copas. Paulo embaralhou as 10 cartas, colocou-as aleatoriamente sobre a mesa, todas voltadas para baixo, e pediu a Raul que escolhesse duas. Considerando-se que todas as cartas têm a mesma chance de serem escolhidas, qual a probabilidade de que, nas duas cartas escolhidas por Raul, esteja escrita uma letra (A, J ou Q)?

(A) 1/10.
(B) 3/10.
(C) 1/15.
(D) 2/15.
(E) 1/45.

---

60. (CETRO 2015) Durante a realização de um Congresso, foram distribuídos, aleatoriamente, 15 envelopes, sendo que, em apenas 3 deles, havia uma mensagem informando que o portador do envelope receberia um prêmio no término do Congresso. Ao escolher 3 pessoas quaisquer que receberam o envelope, é correto afirmar que a probabilidade de que, pelo menos, 1 seja premiado é igual a

(A) 4/5.
(B) 17/20.
(C) 44/91.
(D) 47/91.
(E) 51/97.

GABARITO

01. A	02. 0,06	03. D	04. E	05. A	06. 7/13	07. Errado	08. Errado	09. E
10. B	11. 1/4	12. Errado	13. 20/87	14. C	15. D	16. A	17. C	18. E
19. A	20. C	21. C	22. B	23. B	24. E	25. B	26. B	27. B
28. 16,4%	29. A	30. C	31. B	32. D	33. E	34. A	35. C	36. Certo
37. B	38. A	39. C	40. A	41. A	42. A	43. B	44. D	45. E
46. D	47. E	48. C	49. B	50. C	51. D	52. D	53. A	54. B
55. B	56. E	57. D	58. B	59. C	60. D			

10

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E RACIOCÍNIO ESPACIAL

O raciocínio matemático tem como finalidade avaliar os seus conhecimentos matemáticos na resolução de uma situação problema. Os temas mais cobrados são: princípio fundamental de contagem, média aritmética, equação do primeiro grau, sistema de equações e porcentagem.

Caso 1: Princípio fundamental de contagem

> ☑ ***Dica:***
>
> Esse conteúdo foi abordado no Capítulo 8.

10.1. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(FCC PM-BA 2009) Certo dia, um automóvel passou em alta velocidade por uma avenida, excedendo o limite ali permitido. Um policial de plantão no local tentou anotar o número da placa do carro do infrator, mas não conseguiu fazê-lo por completo: memorizou apenas o prefixo (CSA) e, da parte numérica, lembrava somente que o algarismo da esquerda era ímpar e o da direita era par. Com base nessas informações, o total de possibilidades para o número da placa de tal automóvel é:**

(A) 2.500.
(B) 2.000.
(C) 1.000.
(D) 250.
(E) 100.

Resolução:

• 1ª posição: 5 possibilidades (o algarismo da esquerda era ímpar).
• 2ª posição: 10 possibilidades (podemos escolher de 0 a 9, logo, 10 possibilidades).
• 3ª posição: 10 possibilidades (podemos escolher de 0 a 9, logo, 10 possibilidades).
• 4ª posição: 5 possibilidades (o algarismo da esquerda era par).

Resultado: 5 . 10 . 10 . 5 = 2.500.

Resposta: letra A.

---

2. (FCC) Sinésio pretendia ligar para um amigo, mas esqueceu os dois últimos dígitos do número do telefone desse amigo. Lembrava-se apenas dos números iniciais 5613-49??. Como ele sabia que o número não tinha algarismos repetidos, quantas possibilidades existem para o número de tal telefone?

(A) 6.
(B) 9.
(C) 12.
(D) 14.
(E) 18.

Resolução:

As possibilidades de uso são: 0, 2, 7 e 8, pois os algarismos são distintos (diferentes).

• 1ª posição: 4 possibilidades (podemos escolher o 0, 2, 7 e 8).

• 2ª posição: 3 possibilidades (o elemento utilizado na primeira posição não pode ser utilizado na segunda posição).

Resultado: 4 . 3 = 12 possibilidades.

Resposta: letra C.

---

3. (TCE/MG FCC 2005) Teófilo foi a um caixa eletrônico retirar algum dinheiro e, no instante em que foi digitar a sua senha, não conseguiu lembrar de todos os quatro algarismos que a compunham. Ocorreu-lhe, então, que sua senha não tinha algarismos repetidos, era um número par e o algarismo inicial era 8. Quantas senhas poderiam ser obtidas a partir do que Teófilo lembrou?

(A) 224.
(B) 210.
(C) 168.
(D) 144.
(E) 96.

Resolução:

Escolha do 1º algarismo = 1 (somente o número 8).

Escolha do 2º algarismo = 8 (não podemos contar o primeiro e o quarto algarismos devido à restrição).

Escolha do 3º algarismo = 7 (não contamos o 1º, o 2º e o 4º algarismo, devido a não haver repetição).

Escolha do 4º algarismo = 4 (0, 2, 4 ou 6).

Resultado: 1 . 8 . 7 . 4 = 224.

Resposta: letra A.

---

4. (Técnico do BACEN 2005) Os clientes de um banco contam com um cartão magnético e uma senha pessoal de quatro algarismos distintos entre 1.000 e 9.999. A quantidade dessas senhas, em que a diferença positiva entre o primeiro algarismo e o último algarismo é 3, é igual a:

(A) 936.
(B) 896.
(C) 784.
(D) 768.
(E) 728.

Resolução:

A diferença positiva entre o primeiro e último algarismo é 3.

Suposição: o primeiro algarismo sendo 3 e o último algarismo sendo 0.

• 1º algarismo: o dígito 3, logo, uma escolha.

• 2º algarismo: 8 escolhas (não podemos escolher os dígitos 0 e 3, pois eles são distintos).

• 3º algarismo: 7 escolhas (abatemos os dígitos 0, 3 e o dígito do 2º algarismo).

• 4º algarismo: 1 escolha (o dígito é 0).

Resultado: 1 . 8 . 7 . 1 = 56 escolhas.

Podemos ter as seguintes duplas: (3, 0), (1, 4), (4, 1), (5, 2), (2, 5), (6, 3), (7, 4), (4, 7), (8, 5), (5, 8), (6, 3), (3, 6). Temos 13 duplas para assumir a primeira e a última posição!

Não escolhemos a dupla (0, 3), pois a senha deve começar com o dígito 1!

Para cada dupla temos 56 escolhas!

Resultado: 56.13 = 728 possibilidades.

Resposta: letra E.

Caso 2: Princípio da casa dos pombos

Definição clássica: se existirem pelo menos K + 1 pombos, e somente K casas, pelo menos uma casa vai ter mais do que um pombo.

Se liga!

Esse princípio tem sido muito cobrado em prova.

5. (FCC) Em uma repartição pública que funciona de 2.ª a 6.ª feira, 11 novos funcionários foram contratados, em relação aos contratados, é necessariamente verdade que:

(A) todos fazem aniversário em meses diferentes.
(B) ao menos dois fazem aniversário no mesmo mês.
(C) ao menos dois começaram a trabalhar no mesmo dia do mês.
(D) ao menos três começaram a trabalhar no mesmo dia da semana.
(E) algum começou a trabalhar em uma 2.ª-feira.

Resolução:

(A) todos fazem aniversário em meses diferentes.

Errado, não sabemos o mês de nascimento dos novos contratados.

(B) ao menos dois fazem aniversário no mesmo mês.

Errado, temos 11 funcionários e o mês tem 30 ou 31 dias, com exceção o mês de fevereiro.

(C) ao menos dois começaram a trabalhar no mesmo dia do mês.

Errado, temos 11 funcionários e o mês tem 30 ou 31 dias, com exceção do mês de fevereiro.

(D) ao menos três começaram a trabalhar no mesmo dia da semana.

Suposição: na segunda um começou a trabalhar e em cada dia seguinte outro funcionário começa a trabalhar. Podemos observar que teremos um dia com três funcionários, por isso pelo menos (mínimo) três funcionários começaram a trabalhar no mesmo dia da semana!

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
1	1	1	1	1

1	1	1	1	1
1				

Comentário: temos 11 funcionários, porém a semana possui cinco dias. Podemos aplicar o princípio da casa dos pombos, pois temos 11 pessoas para ocupar cinco casas, logo, pelo menos em uma casa teremos duas ou mais pessoas.

(E) algum começou a trabalhar em uma segunda-feira.

Não podemos afirmar o dia do início do trabalho.

Resposta: letra D.

---

6. (FCC 2012) Cada uma das 32 seleções que participarão da Copa do Mundo de 2014 terá de escolher uma única dentre as 12 cidades sedes para se concentrar ao longo de todo o torneio.
Considerando o conteúdo da manchete, conclui-se que, necessariamente,

(A) algumas cidades serão escolhidas por duas e outras por três seleções.
(B) todas as cidades sedes terão de receber pelo menos uma seleção.
(C) alguma cidade sede não será escolhida por nenhuma das 32 seleções.
(D) pelo menos uma cidade sede será escolhida por mais de duas seleções.
(E) nenhuma cidade sede poderá receber mais do que três seleções.

Resolução:

Vamos analisar as alternativas!

(A) algumas cidades serão escolhidas por duas e outras por três seleções.

Não podemos garantir essa possibilidade. É possível que todas as seleções fiquem em uma mesma cidade sede. A questão não informou que todas as cidades devem utilizadas nem uma quantidade máxima de seleções por cidade. Logo, item errado.

(B) todas as cidades sedes terão de receber pelo menos uma seleção.

A questão não informou isso, item errado.

(C) alguma cidade sede não será escolhida por nenhuma das 32 seleções.

É possível, mas não podemos garantir isso, logo, item errado.

(D) pelo menos uma cidade sede será escolhida por mais de duas seleções.

Temos 36 seleções (pombos) e 12 cidades (casas), logo, é podemos afirmar, baseado no princípio da casa dos pombos, que em pelo menos uma cidade teremos duas ou mais seleções. Item correto.

(E) nenhuma cidade sede poderá receber mais do que três seleções.

A questão não informou isso, item errado.

Resposta: letra D.

Caso 3: Média aritmética

$$\text{Fórmula: } \overline{x} = \frac{soma\ dos\ elementos}{quantidade\ de\ elementos}$$

Exemplo: calcule a média do conjunto {2, 4, 6, 8, 10}.

Resolução:

Obs.: o conjunto possui cinco elementos:

$$\overline{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

7. (FCC 2011) Palmira faz parte de um grupo de 10 funcionários do Banco do Brasil cuja média das idades é 30 anos. Se Palmira for excluída do grupo, a média das idades dos funcionários restantes passa a ser 27 anos. Assim sendo, a idade de Palmira, em anos, é:

(A) 60.
(B) 57.
(C) 54.
(D) 52.
(E) 48.

Resolução:

• 1ª etapa: média com Palmira

n = 10 (quantidade de elementos)

$\overline{x}$ = 30

Soma dos elementos = ?

$$\overline{x} = \frac{soma\ dos\ elementos}{quantidade\ de\ elementos}$$

$$30 = \frac{soma}{10}$$

Soma = 30.10 = 30

• 2ª etapa: média sem Palmira

n = 9 (quantidade de elementos sem Palmira)

$\overline{x}$ = 27

Soma dos elementos = ?

$$\overline{x} = \frac{soma\ dos\ elementos}{quantidade\ de\ elementos}$$

$$27 = \frac{soma}{9}$$

Soma= 27.9 = 243

Conclusão: a soma das idades com Palmira é igual a 300 e a soma sem Palmira é igual a 243, logo, podemos concluir que a idade de Palmira será a diferença das somas das idades.

Idade de Palmira = 300 - 243 = 57.

Resposta: letra B.

8. (FCC) Suponha que apenas um dentre 12 técnicos judiciários se aposenta e é substituído por um concursado que

tem 24 anos de idade e, como consequência, a média das idades dos técnicos diminui de 3,5 anos. Assim sendo a idade do técnico que se aposentou é um número:

(A) divisível por 4.
(B) múltiplo de 11.
(C) menor que 65.
(D) quadrado perfeito.
(E) primo.

Resolução:

Resumo: temos 12 técnicos (quantidade elementos) e a diferença das médias, com a mudança dos técnicos, é igual a 3,5.

Para encontrarmos a reposta era necessário ter a seguinte noção:

A diferença das somas = diferença das médias *x* quantidade de elementos.

A diferença das somas = 3,5.12 = 42.

Obs.: a diferença das somas corresponde à diferença das idades desses dois técnicos. Logo, podemos montar a seguinte relação: velho – novo = 42 anos de diferença.

O mais novo tem 24 anos!

Velho – novo = 42

Velho – 24 = 42

Velho = 42 + 24 = 66

O número 66 é um múltiplo de 11, pois ele é divisível por 11.

Resposta: letra B.

Caso 4: Cálculos matemáticos

Nesse caso, os principais assuntos cobrados são: processo algébrico (equação), regra de três, fração e princípio fundamental de contagem, que já foi visto no caso 1.

9. (FCC 2012) Uma pessoa vai à feira e verifica que com a mesma quantia de dinheiro que compraria 50 laranjas, ela poderia comprar 3 melões mais 5 abacaxis. Também verifica que com a mesma quantia de dinheiro que compraria 6 melões, ela poderia comprar 15 abacaxis. Então, com a mesma quantia de dinheiro que compraria 1 melão mais 1 abacaxi, o número de laranjas que ela poderia comprar é:

(A) 14.
(B) 15.
(C) 16.
(D) 18.
(E) 20.

Resolução:

• 1ª relação: 50L = 3m + 5a.

• 2ª relação: 6m = 15a.

Foram apresentadas as duas opções.

• 1ª opção de resolução:

• 1ª etapa: encontrar um valor

6m = 15a

m = 15a/6 = 2,5a

Conclusão: 1 melão = 2,5 abacaxis

• 2ª etapa: substituir o valor de 1 melão na segunda relação.

3m + 5a = 50L

3(2,5a) + 5a = 50L

7,5a + 5a = 50L

12,5a = 50L

a = 50L/12,5 = 4L

Conclusão: 1 abacaxi = 4 laranjas

1 melão = 2,5 abacaxis, logo, 1 melão = 2,5.4L = 10 laranjas

Resultado: 1 abacaxi + 1 melão = 4L + 10L = 14 laranjas

Resposta: letra A.

---

10. (FCC TRT-PE 2012) Para fazer um trabalho, um professor vai dividir os seus 86 alunos em 15 grupos, alguns formados por cinco, outros formados por seis alunos. Dessa forma, sendo C o número de grupos formados por cinco e S o número de grupos formados por seis alunos, o produto C·S será igual a:

(A) 56.
(B) 54.
(C) 50.
(D) 44.
(E) 36.

• 1ª Resolução:

C: grupo com 5 alunos

S: grupo com 6 alunos

• 1ª relação: temos 15 grupos no total

C + S = 15

• 2ª relação: temos 86 alunos

5C + 6S = 86

Temos um sistema de equações.

C + S = 15, logo, C = 15 – S

5C + 6S = 86

5(15 – S) + 6S = 86

75 - 5S + 6S = 86

S = 86 - 75 = 11

C = 15 - S

C = 15 - 11 = 4

O produto de CS é 11 . 4 = 44

Resposta: letra D.

• 2ª Resolução:

1ª relação: 50L = 3m + 5a

2ª relação: 6m = 15a

Objetivo: encontrar um termo que permite encontrar expressões comuns. Como assim? Se multiplicarmos a primeira expressão por 2, então o que acontece? Vamos ver!

50L = 3m + 5a (2)

100L = 6m + 10a

Obs.: 6m = 15a

100L = 15a + 10a

100L = 25a

25a = 100L

A = 100L/25 = 4L

Comentário: esse método pode ser útil quando observarmos uma divisão inexata.

6m = 15a

6m= 15.4L

6m= 60L

m = 60L/6 = 10L

Resultado: 4L + 10L = 14 laranjas.

---

11. (FCC TRT-BA 2013) Nas somas mostradas a seguir, alguns dígitos do nosso sistema de numeração foram substituídos por letras. No código criado, cada dígito foi substituído por uma única letra, letras iguais representam o mesmo dígito e letras diferentes representam dígitos diferentes.

P + P = S H + H = U

S + S = H M + M = PS

Utilizando o mesmo código, pode-se deduzir que o resultado da soma S + H é igual a:

(A) P.

(B) M.

(C) U.

(D) PH.

(E) SM.

Resolução:

Processo de tentativa e erro.

P = 1, S = 2, H = 4 e M = 6

P + P = S (1 + 1 = 2)

S + S = H (2 + 2 = 4)

S + H = 2 + 4 = 6 (M)

H + H = U (4 + 4 = 8)

M + M = PS (6 + 6 = 12)

Resposta: letra B.

---

12. (FCC TRT-AI 2013) Quatrocentos processos trabalhistas estão numerados de 325 até 724. Sabe-se que cada processo foi analisado por, pelo menos, um juiz. A numeração dos processos analisados por cada juiz seguiu a regra indicada na tabela abaixo.

Juiz 1 (primeiro a receber processos para análise)	Analisou apenas os processos cuja numeração deixava resto 2 na divisão por 4.
Juiz 2 (segundo a receber processos para análise)	Analisou apenas os processos cuja numeração era um múltiplo de 3.
Juiz 3 (terceiro a receber processos para análise)	Analisou apenas os demais processos que estavam sem análise de algum juiz.

Do total de processos numerados, a porcentagem (%) de processos que foram analisados por menos do que dois juízes foi de:

(A) 97,25.
(B) 68,75.
(C) 82,25.
(D) 91,75.
(E) 41,75.

Resolução:

Juiz 1: realizou 99 processos.

Tomando como base o número 326, podemos afirmar que a cada 4 números iremos encontrar um resto 2, na divisão por 4.

326: 4 – resto 2

327: 4 – resto 3

328: 4 – resto 0

329: 4 – resto 1

330: 4 – resto 2

724 - 326 = 398 (total de números)

398 : 4 (a sequência acontece de 4 em 4 números) = 99 números

Juiz 2: 132 processos

Obs.: o nosso objetivo é encontrar os múltiplos de 3 desse intervalo.

Tomando como base o número 327 (primeiro múltiplo de 3)

724 - 327 = 397

397 : 3 = 132 múltiplos de 3.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Precisamos encontrar os processos analisados pelos juízes 1 e 2, pois o juiz 3 vai analisar apenas a sobra dos juízes 1 e 2.

326: não divide por 3

330: divide por 3

334: não divide por 3

338: não divide por 3

342: divide por 3

Conclusão: a cada 4 números iremos encontrar um múltiplo de 3 na sequência do juiz 1.

132 : 4 = 33 (números de processos analisados pelos juízes 1 e 2)

O juiz 1 analisou somente = 99 - 33 = 66 processos.

O juiz 2 analisou somente = 132 - 33 = 99 processos.

O juiz 3 analisou somente = 400 - 99 - 66 - 33 (processos analisados pelos juízes 1 e 2) = 202.

Total analisando por apenas um juiz = 66 + 99 + 202 = 367.

Número..... %

400 100

367 x

400x = 367.100

x = 36.700/400

x = 91,75% ou 0,9175

Resposta: letra D.

---

13. (Fundação Carlos Chagas) Um fato curioso ocorreu em uma família no ano de 1936. Nesse ano, Ribamar tinha tantos anos quantos expressavam os dois últimos algarismos do ano em que se nascera e, coincidentemente, o mesmo ocorria com a idade de seu pai. Nessas condições, em 1936, a soma das idades de Ribamar e de seu pai, em anos, era igual a:

(A) 86.
(C) 82.
(E) 76.
(B) 84.
(D) 78.

Resolução:

A idade de Ribamar é expressa pelos dois últimos algarismos, tendo esse episódio ocorrido em 1936!

1900.....1936

$$\text{Média: } \frac{1900+1936}{2} = \frac{3836}{2} = 1918$$

O ano médio é 1918. Então, se ele nasceu em 1918, no ano de 1936 ele terá 18 anos.

Agora, esse fato também aconteceu com o seu pai. Como esse fato não ocorre duas vezes no mesmo século, logo, o pai terá como base o século anterior.

Conclusão:

1800.....1936

$$\text{Média: } \frac{1800+1936}{2} = \frac{3736}{2} = 1868$$

Se o pai nasceu em 1868, então em 1936 ele terá 68 anos.

Resultado: 18 + 68 = 86.

Resposta: letra A.

Caso 5: MMC e MDC

Na disciplina de Raciocínio Lógico, a inclusão desses assuntos na prova de Raciocínio Lógico, apesar de serem assuntos matemáticos, são exigidos em alguns concursos. O tema MMC pode ser cobrado quando no edital constar o tópico “Raciocínio Matemático” e o tema MDC só será exigido se o edital exigir o tema.

☑ ***Dica de reconhecimento do MMC:***

Os problemas que envolvem MMC possuem a seguinte característica:
*Situação repetitiva (cíclica), isto é, mantém o padrão.
*Afirma um encontro e pergunta sobre o próximo encontro.

☑ *Dica de cálculo do MMC*

A) 4 e 10

4,10 existe algum número que divide 2 e 3 ao mesmo tempo?

$$\begin{array}{rr|l} 4, & 10 & 2 \\ 2, & 5 & \end{array}$$

Pergunta: existe algum número que divide 4 e 10 ao mesmo tempo?
Sim! O número 2. Nesse caso, continuamos a divisão, pois temos um número comum.
Pergunta: existe algum número que divide 2 e 5 ao mesmo tempo? NÃO!
Logo o MMC é 2 . 2 . 5 = 20

Obs.: 2 e 5 pelo motivo de não ter número comum e o outro número 2 é comum.
Podemos dizer que o MMC será o produto dos termos comuns com os termos que não são comuns.

B) 100 e 120

Nesse caso podemos cortar o número 0, pois ambos números terminam em 0.
10, 12 existe algum número que divide 10 e 12 ao mesmo tempo? Sim! O número 2.

$$\begin{array}{rr|l} 10, & 12 & 2 \\ 5, & 6 & \end{array}$$

5, 6 existe algum número que divide 5 e 6 ao mesmo tempo?
NÃO! Não há número comum. (Não esqueça! Paramos o processo até encontrar os números que não possuem número divisível comum).
MMC = 2 . 5 . 6 = 60, porém o MMC é 600 (acrescentando no final o algarismo 0).

C) 6, 8 e 10.

No caso de termos três números, devemos seguir a seguinte relação:
1º) Procurar um número que divida os três.
2º) Procurar um número comum em dupla.

6, 8 e 10.
Existe algum número que divide 6, 8 e 10 ao mesmo tempo?
Sim! O número 2.

$$\begin{array}{rrr|l} 6, & 8, & 10 & 2 \\ 3, & 4, & 5 & \end{array}$$

Existe algum número que divide 3 e 4 ao mesmo tempo? NÃO!

Existe algum número que divide 3 e 5 ao mesmo tempo? NÃO!

Existe algum número que divide 4 e 5 ao mesmo tempo? NÃO!

Logo o MMC é 3 . 4 . 5 . 2 = 120

---

14. (FCC) Vivaldo costuma sair com duas garotas: uma a cada 6 dias e a outra a cada 9 dias. Quando as datas coincidem, ele adia os encontros com ambas para 6 e 9 dias depois, respectivamente. Se em 18/05/98 ele adiou os encontros com duas, em virtude da coincidência das datas, a próxima vez que ele teve de adiar os encontros foi em:

(A) 15/06/98

(B) 12/06/98
(C) 10/06/98
(D) 06/06/98
(E) 05/06/98

Resolução:

A situação descrita no texto é uma situação repetitiva, pois Vivaldo mantém um padrão de encontro com cada uma das garotas. Logo, é uma questão sobre o MMC.

6, 9

Existe algum número que divide 6 e 9 ao mesmo tempo? Sim!

6,	9	3
2,	3	

Existe algum número que divide 2 e 3 ao mesmo tempo? NÃO!

MMC = 2 . 3 . 3 = 18 dias.

18/05 + 18 = 36/05, porém maio só tem 31 dias. Logo, estamos em 05/06 (36 - 31 = 5)

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Devemos observar se o mês é de 30 ou 31 dias!

Resposta: letra E.

---

15. (FCC) Sistematicamente, Fábio e Cíntia vão a um mesmo restaurante: Fábio a cada 15 dias e Cíntia a cada 18 dias. Se em 10 de outubro de 2004 ambos estiveram em tal restaurante, outro provável encontro dos dois nesse restaurante ocorrerá em:

(A) 9 de dezembro de 2004
(B) 10 de dezembro de 2004
(C) 8 de janeiro de 2005
(D) 9 de janeiro de 2005
(E) 10 de janeiro de 2005

Resolução:

Situação repetitiva.

15 e 18

Existe algum número que divide 15 e 18 ao mesmo tempo? Sim! O número 3.

15,	18	3
5	6	

Existe algum número que divide 5 e 6 ao mesmo tempo? Não!

MMC = 3 . 5 . 6 = 90 dias.

> 👁 ***Fique esperto!***

90 dias não significa 3 meses, pois temos meses com 30 e 31 dias.

Início: 10/10/2004

$$\underline{+\ 3}$$

10/01/2005

Outubro – Novembro – Dezembro – Janeiro

31 dias 30 dias 31 dias /

Temos 2 meses de 31 dias, por isso devemos retirar dois dias, isto é, o excesso.

10/01/2005

-2

08/01/2005.

Resposta: letra C.

---

16. (FCC PM-2006) A verificação do funcionamento de três sistemas de segurança é feita periodicamente: o do tipo A a cada 2 horas e meia, o do tipo B a cada 4 horas e o do tipo C a cada 6 horas, inclusive aos sábados, domingos e feriados. Se em 15/08/2001, às 10 horas, os três sistemas foram verificados, uma outra coincidência no horário de verificação dos três ocorreu em:

(A) 22/08/2001 às 22 horas.
(B) 22/08/2001 às 10 horas.
(C) 20/08/2001 às 12 horas.
(D) 17/08/2001 às 10 horas.
(E) 15/08/2001 às 22 horas e 30 minutos.

Resolução:

Situação repetitiva.

Nesse caso temos que transformar o tempo, pois não podemos calcular o MMC de 2,50 (duas horas e meia).

A = 2 h e 30 = 150 minutos

B = 4 h = 240 minutos

C = 6 h = 360 minutos.

150, 240, 360

Temos todos os números terminando em 0, logo podemos calcular com 15, 24 e 36.

Existe algum número que divide 15 e 24 ao mesmo tempo? Não!

Existe algum número que divide 15 e 36 ao mesmo tempo? Não!

Existe algum número que divide 24 e 36 ao mesmo tempo? Sim! O número 12.

15, 24 36	12
5, 2, 3	

Existe algum número que divide 5 e 2 ao mesmo tempo? Não!

Existe algum número que divide 5 e 3 ao mesmo tempo? Não!

Existe algum número que divide 3 e 2 ao mesmo tempo? Não!

MMC = 5 . 2 . 3 . 12 = 3.600 (não se esqueça de colocar 0 no final)

3600 minutos = 60 horas = 2 dias e 12 horas.

Início: 15/08/2001, às 10 horas

15/08/2001 às 10 horas

+2 +12

17/08/2001 às 22h

Não temos essa resposta, e agora?! Tenha calma, pois a questão não pediu o próximo encontro que será essa resposta e sim pediu outra coincidência. Por isso, devemos aumentar dois dias e 12 horas até encontrar uma alternativa.

17/08/2001 às 22h

+2 +12

19/08/2001 34 h, o dia só tem 24 horas. Logo, estamos em: 20/08/2001 às 10 h.

Novamente não temos essa alternativa!

20/08/2001 às 10 h.

+2 +12

22/08/2001 às 22h

Resposta: letra A.

---

17. (FCC 2013) O número de times que compõem a liga de futebol amador de um bairro, que é menor do que 50, permite que as equipes sejam divididas em grupos de 4, 6 ou 8 componentes, sem que sobrem times sem grupo. Tendo apenas essas informações, é possível concluir que a liga é composta por x ou por y times. A soma x + y é igual a

(A) 96
(B) 72
(C) 60
(D) 120
(E) 80

Resolução:

Os grupos devem conter 4, 6 ou 8 times. O nosso objetivo é encontrar o primeiro número que é divisível ao mesmo tempo por 4, 6 e 8. Como encontrar esse número? O número desejado será encontrado por meio do MMC.

O MMC de 4, 6 e 8 = 24 (primeiro número divisível ao mesmo tempo 4, 6 e 8)

Observe que a questão informou que nosso total é menor que 50 e temos duas quantidades possíveis para esse total de times. O primeiro número (x) é 24 e o segundo número é 48 (24 + 24).

Resultado final: 24 + 48 = 72.

Resposta: letra B

Se liga!

Questões em que o total for informado por intervalo e que devem ser arrumados de a em a, b em b e assim sucessivamente, será uma questão de MMC.

Dica de reconhecimento de problemas envolvendo o MDC:

Os problemas envolvendo MDC são sobre divisão de coisas ou objetos de tamanhos diferentes em partes iguais e o maior tamanho possível.

Fique esperto!

Tem questões que escrevem menor quantidade no lugar de maior tamanho possível. Lembre-se para que a quantidade seja a menor possível o tamanho deve ser o maior possível.
Nas questões de MDC só temos duas perguntas sobre o elemento (tamanho ou quantidade) ou sobre arrumação (quantidade de lotes, caixas etc.).

☑ *Dicas de cálculo do MDC*

A)121 e 143

Existe algum número que divide 121 e 143 ao mesmo tempo? Sim! 11.

Obs.: se tiver dificuldade de encontrar o número comum, então comece testando os números primos, usando os critérios de divisibilidade.

121 . 143	11
11 13	

B) 15, 20 e 45.

Existe algum número que divide 15, 20 e 45 ao mesmo tempo? Sim! 5.

15, 20, 45	5
3, 4, 9	

Existe algum número que divide 3, 4 e 9 ao mesmo tempo? Não.

O MDC é 5.

---

18. (FCC TRE) Uma repartição pública recebeu 143 microcomputadores e 104 impressoras para distribuir a algumas de suas seções. Esses aparelhos serão divididos em lotes, todos com igual quantidade de aparelhos. Se cada lote deve ter um único tipo de aparelho, o menor número de lotes formados deverá ser:

(A) 8
(B) 11
(C) 19
(D) 20
(E) 21

Resolução:

104 e 143.

Existe algum número que divide 104 e 143 ao mesmo tempo? Sim!13.

104, 143	13
11, 8	

O total de lotes é: 11 + 8 = 19.

O resultado é igual a 19.

Resposta: *letra C.*

19. (FCC – 2010 – TRE-AC – Técnico Judiciário – Área Administrativa) No almoxarifado de uma Unidade do Tribunal Regional Eleitoral há disponível: 11 caixas de lápis, cada qual com 12 unidades; 9 caixas de borrachas, cada qual com 8 unidades; 8 caixas de réguas, cada qual com 15 unidades. Sabe-se que:

- **todos os objetos contidos nas caixas acima relacionadas deverão ser divididos em pacotes e encaminhados a diferentes setores dessa Unidade;**
- **todos os pacotes deverão conter a mesma quantidade de objetos;**
- **cada pacote deverá conter um único tipo de objeto.**

Nessas condições, a menor quantidade de pacotes a serem distribuídos é um número compreendido entre:

(A) 10 e 20.
(B) 20 e 30.
(C) 30 e 40.
(D) 40 e 50
(E) 50 e 60.

Resolução:

Primeiro devemos encontrar a quantidade de lápis, borracha e régua.

> ☑ ***Dica:***
>
> Nesse caso é preciso multiplicar a quantidade de caixas pela quantidade de elementos em cada uma delas.

Lápis = 11.12 = 132

Borrachas = 9 . 8 = 72

Régua = 8 . 15 = 120

Agora, precisamos tirar o MDC de 132, 72 e 120.

Existe algum número que divide 132, 72 e 120 ao mesmo tempo? Sim! 12.

132,	72	120	12
11,	6	10	

Existe algum número que divide 11, 6 e 20 ao mesmo tempo? Não.

Os números 11, 6 e 10 representam as quantidades de pacotes e o 12 (MDC) é quantidade em cada pacote.

Resposta = 11 + 6 + 10 = 27

Resposta: *letra B.*

10.2 MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA (RAZÃO, PROPORÇÃO, DIVISÃO PROPORCIONAL, REGRA DE TRÊS E PORCENTAGEM)

10.2.1. Razão e proporção

10.2.1.1. Razão – Definição

$\frac{a}{b}$ é uma divisão ou quociente de dois números racionais a e b com $b \neq 0$.

“a” é chamado de antecedente e **“b”** é chamado de consequente.

Se liga!

Quando a expressão $\frac{a}{b}$ representar uma razão deve ser pronunciada assim: a está para b ou a razão de $\frac{a}{b}$.

Dica:

A razão é uma comparação entre grandezas.
Entende-se por grandeza tudo aquilo que pode ser mensurável, ou seja, contado ou medido.

10.4.1.1.1. Razões especiais

A) velocidade média

$$\mathrm{Vm} = \frac{distância}{tempo}$$

b) densidade de corpos

$$\mathrm{d} = \frac{massa}{volume}$$

c) densidade demográfica

$$\mathrm{d} = \frac{população}{área}$$

d) escala

$$\mathrm{e} = \frac{comprimento\ do\ desenho}{comprimento\ real}$$

10.4.1.2. Proporção

É uma igualdade de razões.

Dados quatro números racionais a, b, c, d, não nulos, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando a razão do 1º para o 2º for igual à razão do 3º para o 4º. Assim:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a:b = c:d$ (lê-se “*a* está para *b* assim como *c* está para *d*”)

---

20. Um certo metal é obtido fundindo-se 15 partes de cobre com 6 partes de zinco. Para obter-se 136,5 kg desse metal, são necessários:

(A) 91,8 kg de cobre
(B) 41,5 kg de zinco
(C) 92 kg de cobre
(D) 45 kg de zinco
(E) 97,5 kg de cobre

Resolução:

Quando temos as partes individuais de cada elemento e valor da soma, então podemos utilizar a seguinte forma:

K é o coeficiente de proporcionalidade (é o valor correspondente a uma parte)

$$K = \frac{total}{soma\ das\ partes}$$

$$K = \frac{136,5}{15+6} = \frac{136,5}{21} = 6,5$$

Zinco: K. parte de zinco = 6,5. 6 = 39 kg.

Cobre: K. parte de cobre = 15. 6,5 = 97,5 kg.

Resposta: letra E.

---

21. (ESAF) Num galinheiro existem galinhas e galos na razão de 17/3. Sabendo-se que o número de galinhas supera em 210 o número de galos, a quantidade de galos é:

(A) 30
(B) 35
(C) 40
(D) 45
(E) 48

Resolução:

Galinhas = 210 + galos

Galinhas - galos = 210

Cuidado, pois o total é obtido pela diferença. Nesse caso, temos: $\frac{total}{diferença\ das\ partes}$

$$K = \frac{210}{17-3} = \frac{210}{14} = 15.$$

Galos: 3 . 15 = 45.

Resposta: letra D.

---

22. (TRT-PR Técnico FCC 2010) Para brincar com seus colegas de trabalho, Jonas expressou a razão entre o número de mulheres (m) e o de homens (h) que trabalhavam no mesmo setor que ele, da seguinte maneira:

$$\frac{m}{h} = \frac{0,0006.10^5}{0,096.10^3}$$

Se 3m + 2h = 93, então de quantas unidades o número de homens excede o de mulheres?

(A) Menos do que 10.
(B) Mais do que 12.
(C) 12.
(D) 11.
(E) 10.

Resolução:

☑ ***Dica:***

$0{,}0006 = 6 \cdot 10^{-4}$ e $0{,}096 = 96 \cdot 10^{-3}$

$6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{5} = 60$

$96 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{3} = 96$

$$\frac{m}{h} = \frac{60:12=5}{96:12=8}$$

☑ ***Dica especial:***

1ª parte de m = 5 e 1 parte de h = 8.

Temos 3m + 2h, ou seja, temos 3 partes de m + 2 partes de h.

$$\frac{93}{3.5+2.8} = \frac{93}{15+16} = \frac{93}{31} = 3 \text{ (1 parte é igual a 3 pessoas)}$$

H = 8 partes e M = 5 partes, logo, a diferença das partes é igual a 8 - 5 = 3.

Resposta: 3. 3 = 9 (diferença entre a quantidade de homens e mulheres).

Resposta: letra A.

---

23. (TRE-AC FCC 2010) Diariamente, no refeitório de uma empresa são preparados 40 litros de refresco e, para tal, são usados suco de frutas concentrado e água em quantidades que estão entre si assim como 3 está para 5, respectivamente. Se, mantida a quantidade habitual de suco concentrado, a proporção passasse a ser de 2 partes de suco para 3 partes de água, então poderiam ser preparados

(A) 1,5 litros a mais de refresco.
(B) 1,5 litros a menos de refresco.
(C) 2,5 litros a mais de refresco.
(D) 2,5 litros a menos de refresco.
(E) 2,75 litros a mais de refresco.

Resolução:

Para o melhor entendimento é necessário dividir a questões em duas etapas.

• 1ª etapa: mistura 1

Total da Mistura = 40 litros

Água: 5 partes

Suco de frutas: 3 partes

As informações fornecidas, nessa etapa, permitem aplicar a fórmula do K.

$$K = \frac{total}{soma\ das\ partes}$$

$$K = \frac{40}{3+5} = \frac{40}{8} = 5$$

Água = 5 . 5 = 25 litros
Suco de frutas = 3 . 5 = litros

• 2ª etapa: nova mistura
Total da mistura = x (nosso objetivo)
Água: 3 partes
Suco: 2 partes
A quantidade habitual de suco foi mantida, por isso é possível concluir que 2 partes da mistura correspondem a 15 litros.

> ☑ ***Dica:***
>
> Quando temos uma relação (2 partes da mistura = 1 litros), então a melhor forma de resolução é montar uma regra de três.

Parte ----- L
2 15
3 x
2x = 3 . 15
2x = 45

$$X = \frac{45}{2} = 22{,}5 \text{ litros de água}$$

Total da mistura 2: 15 + 22,5 = 37,5 litros

Conclusão, a mistura 2 tem 2,5 litros a menos que a mistura 1 (37,5 - 40 = - 2,5 l)

Resposta: letra D.

---

24. (TRT RJ FCC 2013) Um *site* da internet que auxilia os usuários a calcularem a quantidade de carne que deve ser comprada para um churrasco considera que quatro homens consomem a mesma quantidade de carne que cinco mulheres. Se esse *site* aconselha que, para 11 homens, devem ser comprados 4.400 gramas de carnes, a quantidade de carne, em gramas, que ele deve indicar para um churrasco realizado para apenas sete mulheres é igual a

(A) 2.100.
(B) 2.240.
(C) 2.800.
(D) 2.520.
(E) 2.450.

Resolução:

1 homem consumo = 4400/11 = 400 g
4 homens (= 5 mulheres) = 4 . 400 = 1600 g

1 mulher consumo = 1.600/5 = 320 g

7 mulheres = 320 . 7 = 2240 g

Resposta: letra B.

---

25. (TRT SC FCC 2013) Fincadas na areia de uma praia estão pranchas de surf e de bodyboard, na razão de 7 para 4. Sabendo que são 24 pranchas de surf a mais que as de bodyboard, o número total dessas pranchas fincadas na areia é igual a:

(A) 62
(B) 48
(C) 12
(D) 88
(E) 27

Resolução:

A diferença entre o número de pranchas é igual a 24.

A diferença entre as partes é igual a 3 (7 - 4)

Conclusão: 3 partes = 24 pranchas (temos uma relação entre parte e valor, logo é necessário montar a regra de três)

Obs.: Total de partes = 11

Parte ---- quantidade

3 24

11 x

3x = 24. 11

3x = 264

X = 264/3

X = 88

Resposta: letra D.

10.2.1.2.1. Divisão proporcional

- **1ª situação: Divisão em partes diretamente proporcionais.**

Nesse caso, aplicamos a fórmula: $\frac{total}{soma\ das\ partes}$

26. (FCC BAHIAGÁS 2010) Para realizar a partilha de uma herança de R$ 28.500,00, quatro irmãos, que nasceram em dias diferentes, marcaram encontro em um sábado. O testamento determinava que eles receberiam partes diretamente proporcionais às respectivas idades, em anos completos, que nesse sábado seriam: 15, 17, 21 e 22 anos. O irmão mais novo só compareceu no domingo, um dia depois do combinado, e que era exatamente o dia de seu aniversário. Supondo que a partilha tenha sido feita no domingo, a quantia somada que os dois irmãos mais velhos deixaram de receber por conta do adiamento de um dia é:

(A) R$ 50,00.
(B) R$ 155,00.
(C) R$ 180,00.
(D) R$ 205,00.
(E) R$ 215,00

Resolução:

• 1º passo: calcular a divisão no sábado.

Total = 28500

Partes: 15, 17, 21 e 22

Aplicando na fórmula, temos:

$$\frac{28500}{15+17+21+22} = \frac{28500}{75} = 380$$

Cada uma parte vale R$ 380.

Os irmãos mais velhos têm direito a 43 partes (21 + 22).

A quantia recebida pelos irmãos mais velhos no sábado seria de: 43 . 380 = 16.340

• 2º passo: calcular a divisão no domingo.

Não esqueça que no domingo o mais jovem fez aniversário, logo ele terá direito a 16 partes.

Total = 28.500

Partes: 16, 17, 21 e 22

Aplicando na fórmula, temos:

$$\frac{28500}{16+17+21+22} = \frac{28500}{76} = 375.$$

Cada uma parte vale R$ 375.

Os irmãos mais velhos têm direito a 43 partes (21 + 22).

A quantia recebida pelos irmãos mais velhos no sábado seria de: 43 . 375 = 16125

Conclusão:

Os irmãos mais velhos deixaram de ganhar R$ 215 (16.340 – 16.125)

☑ ***Dica:***

Temos uma opção mais rápida, vamos analisar de outra forma.
No sábado, o coeficiente de proporcionalidade é R$ 380 e no domingo o valor é de R$ 375. Conclusão, a diferença do coeficiente de proporcionalidade é de R$ 5,00.
Os irmãos mais velhos têm 43 partes e cada parte perdeu R$ 5.
Resultado: 43 . 5 = 215.

Resposta: letra E.

• **2ª Situação: Divisão Inversamente Proporcional**

• 1º passo: inverter as partes

☑ ***Dica:***

Quando invertemos as partes, então a divisão passa a ser diretamente proporcional.

• 2º passo: aplicar a fórmula

$$K = \frac{total}{soma\ das\ partes}$$

27. (TRT-BA FCC 2003) Três funcionários, A, B e C, decidem dividir entre si a tarefa de conferir o preenchimento de 420 formulários. A divisão deverá ser feita na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço no Tribunal. Se A, B e C trabalham no Tribunal há 3, 5 e 6 anos, respectivamente, o número de formulários que B deverá conferir é:

(A) 100
(B) 120
(C) 200
(D) 240
(E) 250

Resolução:

Nesse caso temos uma divisão em partes inversamente, por isso devemos inverter as partes.

$$A = \frac{1, B}{3} = \frac{1\ e\ C}{5} = \frac{1}{6}$$

Vamos utilizar o macete de partes fracionárias

• 1º passo: colocando os termos no mesmo denominador, temos:

$$\frac{10\quad 6\quad 5}{30}$$

• 2º passo: cortar o denominado e utilizar apenas os numeradores.

A = 10, B = 6 e C = 5.

Obs.: O nosso referencial é A = 10 partes, B = 6 partes e C = 5 partes.

Vamos utilizar a fórmula do K.

$$\frac{420}{10+6+5} = \frac{420}{21} = 20$$

B = 6. 20 = 120.

Resposta: letra B.

---

28. (TRF 4ª Região – Analista Administrativo 2010 FCC) Um prêmio em dinheiro é repartido entre 3 pessoas em partes inversamente proporcionais às suas idades, ou seja, 24, 36 e 48 anos. Se a pessoa mais nova recebeu R$ 9.000,00 a mais que a mais velha, então a pessoa que tem 36 anos recebeu

(A) R$ 21.000,00.
(B) R$ 18.000,00.
(C) R$ 15.000,00.
(D) R$ 12.000,00.
(E) R$ 9.000,00.

Resolução:

As divisões são em partes inversamente proporcionais.

Nesse caso, devemos inverter as partes.
Vamos simplificar antes de inverter, dessa forma o cálculo fica menor.

A = 24 : 12 = 2
B = 36 : 12 = 3
C = 48 : 12 = 4

Agora, realizamos a inversão dos termos.
A = 1/2
B = 1/3
C = 1/4

Vamos colocar no mesmo denominador e utilizar apenas os numeradores.

Obs.: MMC (2, 3 e 4) = 12

$$\frac{6 \quad 4 \quad 3}{30}$$

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> A partir desse cálculo as nossas partes são:
> A = 6 partes inteiras.
> B = 4 partes inteiras.
> C = 3 partes inteiras.

A única informação que temos é que a pessoa mais nova recebeu R$ 9.000,00 a mais que a mais velha.
Conclusão: A – C = 9000 (essa diferença de valores recebidos).
Agora, a diferença das partes é igual a 3, pois o A tem 6 partes e C tem 3 partes.

Temos as seguintes informações.
A diferença de valores é igual a 9000.
A diferença das partes é igual a 3.

Dessa forma podemos concluir que 3 partes correspondem a 9000.
Pois a diferença dos valores está relaciona com a diferença das partes.

Se 3 partes valem 9000 então uma parte vale 3000.
Você pode fazer uma regra de três se preferir.

Parte	Valor
3	9000
1	X

3x = 9000.1
X = 9000: 3 = 3000

A pessoa de 36 anos possui 4 partes, logo ela recebeu 4. 3000 = 12000.

Resposta: letra D.

• 3ª situação: Divisão Composta

A divisão é chamada de composta quando temos duas grandezas como referência para dividir o número.

• 1º passo: verificar se as grandezas são diretas ou indiretas. A questão vai informar o tipo de grandeza envolvida, se a questão não informar, então fica subentendido que a grandeza é diretamente proporcional.

• 2º passo: multiplicar as grandezas, porém as grandezas inversas devem ser invertidas antes da multiplicação.

• 3º Passo: aplicar a fórmula do K.

$$K = \frac{total}{soma\ das\ partes}$$

29. (TRT MS FCC 2003) Caetano fundou uma empresa com um capital de R$ 300.000,00 e após 8 meses admitiu Milton como Sócio, com R$ 120.000,00 de capital. Ao completar 1 ano de atividades da empresa, houve um lucro de R$ 170.000,00. Na divisão proporcional desse lucro, a parte que coube a Milton foi:

(A) R$ 20.000,00
(B) R$ 40.000,00
(C) R$ 50.000,00
(D) R$ 60.000,00
(E) R$ 80.000,00

Resolução:

A questão não informou, então podemos concluir que as grandezas são diretamente proporcionais.

DP – capital	DP – tempo
C = 300 000	12
M = 120 000	4 (entrou após 8 meses, logo 4 meses)

DP – capital	DP – tempo
C = 300 000 : 1000 = 30 : 6 = 5	12 : 4 = 3
M = 120 000 : 1000 = 12 : 6 = 2	4 : 4 = 1

• 1ª parte: 5 . 3 = 15
• 2ª parte: 2 . 1 = 2

$$\text{Aplicando a fórmula: } \frac{170000}{15+2} = \frac{170000}{17} = 10.000$$

M: 2 . 10.000 = 20000.

Resposta: letra A.

---

30. (TRF FCC) Dois funcionários de uma repartição pública foram incumbidos de arquivar 164 processos e dividiram esse total na razão direta de suas respectivas idades e inversa de seus respectivos tempos de serviço público. Se um deles tem 27 anos e 3 anos de tempo de serviço e o outro 42 anos e está há 9 anos no serviço público, então a diferença positiva entre os números de processos que cada um arquivou é:

(A) 48
(B) 50
(C) 52
(D) 54

(E) 56

Resolução:

A idade é diretamente proporcional (DP) e tempo de serviço é inversamente proporcional (IP)

DP – idade	IP – tempo de serviço
27	3
42	9

Nesse caso invertemos os números inversos, tornando diretos.

DP – idade	DP – tempo de serviço
27	1/3
42	1/9

• 1ª parte: 27. $\frac{1}{3} = \frac{27}{3} = 9$

• 2ª parte: 42. $\frac{1}{9} = \frac{42}{9} \quad \frac{42^{3}}{9^{3}} = \frac{14}{3}$

Colocando as partes no mesmo denominador: 9 e $\frac{21}{3} = \frac{27 \ e \ 14}{3}$

• 1ª parte: 27 e 2ª parte: 21.

Aplicando a fórmula: $\frac{162}{27+14} = \frac{162}{41} = 4$

A questão pediu a diferença das partes: 27 - 14 = 13 (diferença das partes)

Resultado: 13. 4 = 52.

Resposta: letra C.

10.2.1.2.2. Regra de três

Antes de estudarmos o tema regra de três é necessário revisar os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

10.2.1.2.2.1. Grandezas diretamente proporcionais

As grandezas diretamente são grandezas que mantém o mesmo padrão, isto é, se uma dobra a outra também, se uma reduz a terça parte a outra grandeza também reduz na mesma medida e assim sucessivamente.

☑ ***Dica:***

Principais grandezas diretamente proporcionais:
Tempo – distância;
Valor – quantidade;
Tempo – salário (valor por hora);
Pessoas – produção;
Tempo – produção.

10.2.1.2.2.2. Grandezas inversamente proporcionais

As grandezas inversamente são grandezas que o produto entre elas é igual, por isso se uma grandeza dobrar a outra que se reduzir a metade no intuito de conservar o padrão. Podemos, então, concluir que se uma grandeza for multiplicada por um número a outra será dividida pelo mesmo número.

☑ ***Dica:***

Principais grandezas inversamente proporcionais:
Tempo – velocidade
Tempo – pessoas
Dia – hora

10.2.1.2.3. Regra de três simples

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos utilizados na resolução de uma regra de três simples:

• 1º) Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.

• 2º) Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

• 3º) Montar a proporção e resolver a equação.

☑ ***Dica:***

Caso 1: grandezas diretamente proporcionais
a-----b
c------d
b.c = a.d
Caso 2: Grandezas inversamente proporcionais
a-----b
c------d
a.b = c.d

31. (FCC TRT MA 2014) André pensou que realizaria uma tarefa em 20 dias, porém, levou 20 dias a mais porque trabalhou 3 horas a menos por dia. Se a produtividade de André por hora se manteve sempre a mesma durante a realização da tarefa, o número de horas diárias que André dedicou à realização da tarefa foi igual a

(A) 6.
(B) 5.
(C) 5,5.
(D) 3,5.
(E) 3.

Resolução:

Comentário: a relação entre tempo (dia) e tempo (hora) é inversamente proporcional.

Dia ----- hora
20 x
40 x-3

Obs.: na relação inversamente proporcional deve-se multiplicar os elementos da mesma linha.

$40(x-3) = 20x$

$40x - 120 = 20x$

40x - 20x = 120

20x = 120

X = 120/20 = 6

6 - 3 = 3 (hora dedicada)

Resposta: letra E.

---

32. (ESAF ANA 2009) Alguns amigos apostam uma corrida num percurso em linha reta delimitado com 20 bandeirinhas igualmente espaçadas. A largada é na primeira bandeirinha e a chegada na última. O corredor que está na frente leva exatamente 13 segundos para passar pela 13ª bandeirinha. Se ele mantiver a mesma velocidade durante o restante do trajeto, o valor mais próximo do tempo em que ele correrá o percurso todo será de:

(A) 17,54 segundos.
(B) 19 segundos.
(C) 20,58 segundos.
(D) 20 segundos.
(E) 21,67 segundos

Resolução:

Nessa questão devemos ter cuidado! Pois em exatamente 13 segundos ele passa pela 13ª bandeirinha, porém não esqueça que ele largou da primeira bandeirinha. Conclusão, ele percorreu 12 bandeiras em 13 segundos.

Se ele saiu da primeira, logo, para chegar à vigésima bandeira, ele percorre 19 bandeiras.

Tempo	Bandeiras
13	12
x	20

Se aumentarmos o tempo, então, aumenta-se o percurso, logo, grandezas diretamente proporcionais.

↑ Tempo	↑ Bandeiras
13	12
x	19

12. x = 13 . 19

12 x = 260

$$x = \frac{247}{12} = 20{,}58 \text{ segundos.}$$

Resposta: letra C.

10.2.1.2.4. Regra de três composta

A regra de três possui dois métodos de resolução o método da comparação (usa as setas, comparando as grandezas) e o método causa e efeito (que não precisa comparar as grandezas).

Vamos juntos aprender o método causa-efeito.

Primeiro devemos saber quais as grandezas representam a causa e quais representam o efeito.

CAUSA	EFEITO

Tempo (Dia, hora) Pessoas (operários) Velocidade média Produtividade	Produção Área Grau de dificuldade (da área ou produção) Consumo Distância

33. (FCC) Uma empresa deseja iniciar a coleta seletiva de resíduos em todas as suas unidades e, para tanto, encomendou a uma gráfica a impressão de 140 000 folhetos explicativos. A metade desses folhetos foi impressa em 3 dias por duas máquinas de mesmo rendimento, funcionando 3 horas por dia. Devido a uma avaria em uma delas, a outra deve imprimir os folhetos que faltam em 2 dias. Para tanto, deve funcionar diariamente por um período de:

(A) 9 horas e meia.
(B) 9 horas.
(C) 8 horas e meia.
(D) 8 horas.
(E) 7 horas e meia.

Resolução:

Primeiro é separar os quadros da causa de do efeito.

CAUSA
Máquinas (M) Horas (H) Dias (D)

EFEITO
Produção-folheto.

CAUSA			EFEITO
M	H	D	Folhetos
2	3	3	70000 (metade dos folhetos)
1	x	2	70000 (restante dos folhetos)

Segundo passo é realizar o grande x, entre a causa e o efeito.

CAUSA			EFEITO
F	H	D	Peças
2	3	3	70000
1	x	2	70000

$$x = \frac{2.3.3.\cancel{70000}}{1.2.\cancel{70000}} = \frac{2.3.3}{1.2} = 3\ .\ 3 = 9 \text{ horas.}$$

Resposta: letra B.

34. (FCC TRT MS 2011) Uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho tem 125 funcionários, 40% dos quais são do sexo feminino. Suponha que, certo dia, todos os funcionários dessa Unidade foram vacinados e que coube apenas a dois enfermeiros – Josué e Maura – a execução dessa tarefa. Sabe-se que:

– todos os funcionários do sexo feminino foram vacinados por Maura e os demais por Josué;

– durante a execução da tarefa a capacidade operacional de Josué foi 90% da de Maura.

Nessas condições, se Maura levou 3 horas para completar a sua parte da tarefa, quanto tempo Josué levou para completar a sua?

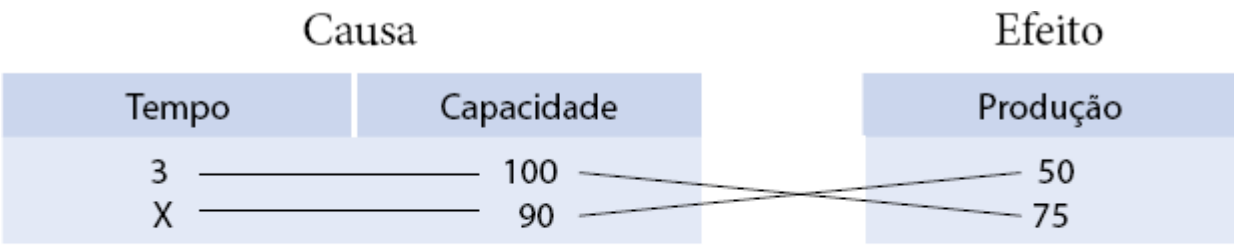
(A) 6 horas.
(B) 5 horas e 45 minutos.
(C) 5 horas.
(D) 4 horas e 30 minutos.
(E) 4 horas.

Resolução:

Total de funcionários = 125

Mulheres = 40% de 125 = 50

Homens = 125 - 50 = 75



$$X = \frac{3.100.75}{90.50} = \frac{22500}{4500} = 5$$

Resposta: letra C.

10.2.1.2.5. Porcentagem

A porcentagem é muito utilizada no nosso cotidiano, porém muitas pessoas ainda têm dificuldades com porcentagem.

Se liga!

A porcentagem é índice (referencial) que advém de uma base (número)

A noção de porcentagem:

$$a\,\% = \frac{a}{100} \text{ ou } 0{,}0a$$

Exemplos:

$$5\% = \frac{5}{100} \text{ ou } 0{,}05 \text{ (corre a vírgula duas casas para a esquerda)}$$

Cálculo de porcentagem

a) 40% de 120

- 1ª opção: $\frac{40}{100} \cdot 120 = \frac{40.120}{100} = \frac{4800}{100} = 48$

• 2ª opção: utilizando o método da regra de três simples.

O número 120 é base, logo corresponde a 100%.

↑ Valor	↑ Percentual (%)
120	100
x	40

100 . x = 120 . 40

100 . x = 4.800

$$x = \frac{4800}{100} = 48.$$

10.2.1.2.6. Operações comerciais

Para iniciar os estudos sobre lucro ou prejuízo, deve estar atento que o preço inicial sempre corresponde a 100% (ou preço base).

Primeiro vamos estudar o lucro ou ágio.

Essas palavras representam o aumento do percentual

Exemplo:

10 % de lucro = 100 + 10 = 110%

Agora, vamos estudar o desconto ou prejuízo.

10% de desconto = 100 - 10 = 90%

25% de prejuízo = 100 - 25 = 75%.

Dica:

Preço inicial ---------- 100%

Preço de venda ------- % da venda (lucro ou prejuízo)

35. (Analista Judiciário – TRT 9ª Região 2010/FCC) A tabela abaixo apresenta as frequências das pessoas que participaram de um programa de recuperação de pacientes, realizado ao longo de cinco dias sucessivos.

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Quantidade de pessoas presentes	79	72	75	64	70

Considerando que cada um dos participantes faltou ao programa em exatamente 2 dias, então, relativamente ao total de participantes, a porcentagem de pessoas que faltaram no terceiro dia foi

(A) 40%
(B) 38,25%
(C) 37,5%
(D) 35,25%
(E) 32,5%

Resolução:

Total de frequências: 79 + 72 + 75 + 64 + 70 = 360

X = número de pessoas por dia

Total de faltas= 2x (cada pessoa faltou 2 dias)

A soma do total de frequências mais o total de faltas corresponde ao total de pessoas (considerando a soma dos cinco dias).

5x = 360 + 2x

5x - 2x = 360

3x = 360

$$x = \frac{360}{3}$$

x = 120 (quantidade de pessoas por dia)

O percentual de pessoas que faltaram no 3º dia é igual a

$$\frac{45}{120}.100 = \frac{4500}{120} = 37,5\%$$

Obs.: o total de pessoas é 120, sendo 75 pessoas presentes. Conclusão: 120 - 75 = 45 pessoas ausentes.

Resposta: letra C.

---

36. (TRT PR FCC 2013) Atendendo ao pedido de um cliente, um perfumista preparou 200 mL da fragrância X. Para isso, ele misturou 20% da essência A, 25% da essência B e 55% de veículo. Ao conferir a fórmula da fragrância X que fora encomendada, porém, o perfumista verificou que havia se enganado, pois ela deveria conter 36% da essência A, 20% da essência B e 44% de veículo. A quantidade de essência A, em mL, que o perfumista deve acrescentar aos 200 mL já preparados, para que o perfume fique conforme a especificação da fórmula é igual a

(A) 50.
(B) 45.
(C) 40.
(D) 36.
(E) 32.

Resolução:

Mistura inicial:

A: 20% de 200 ml = 40 ml

Mistura desejada:

A: 36% do total

Obs.: A quantidade da essência A será 40 (mistura anterior) + x (quantidade de essência A acrescentada).

A mistura total será igual a 200 + x (quantidade de essência A acrescentada).

Número --- %

200 + x 100

40 + x 36

100 (40+ x) = 36 (200 + x)

4000 + 100 x = 7200 + 36x

100x – 36x = 7200 - 4000

64x = 3200

x = 3200/64 = 50

Resposta: letra A.

---

37. (TRT RJ FCC 2013) A etiqueta de um produto indica que seu preço é R$ 160. No sistema da loja, porém, um de seus três dígitos foi registrado errado, gerando um valor x% maior do que o da etiqueta. Apenas com essas informações, conclui-se que x pode valer, no máximo,

(A) 5.
(B) 6.
(C) 19.
(D) 500.
(E) 600

Resolução:

Valor mínimo = 160

Valor máximo = 960 (colocando o algarismo 9 no lugar do algarismo 1)

Aumento de 800 (960 - 160)

Número --- %

160 100

800 x

160x = 800.100

X = 80000/160 = 500% de aumento

Resposta: letra D.

---

38. (TRT PE FCC 2012) Em um edifício, 40% dos condôminos são homens e 60% são mulheres. Dentre os homens, 80% são favoráveis à construção de uma quadra de futebol. Para que a construção seja aprovada, pelo menos a metade dos condôminos deve ser a favor. Supondo que nenhum homem mude de opinião, para que a construção seja aprovada, o percentual de mulheres favoráveis deve ser, no mínimo,

(A) 20%.
(B) 25%.
(C) 30%.
(D) 35%.
(E) 50%.

Resolução:

Total de pessoas = 100 (suposição)

Homens = 40 (40% de 100)

Mulheres = 60 (60% de 100)

Homens que são favoráveis a construção: 32 (80% de 40)

São necessárias 18 mulheres, pois precisamos de, pelo menos, 50% (50% de 100 = 50) dos moradores.

Agora, encontrar a o percentual de mulheres favoráveis.

Mulheres----------%

60 100

18 x

60x = 18 . 100

X = 1800/60

X = 30%

Resposta: letra C.

---

39. (TRT RJ FCC 2013) Um investidor comprou um apartamento X e revendeu-o em seguida, conseguindo lucro nessa transação. Com a totalidade do dinheiro obtido, comprou um apartamento Y e revendeu-o por um valor 40% maior do que o que havia comprado. Considerando o dinheiro investido no apartamento X e o valor pelo qual foi vendido o apartamento Y, o investidor obteve 61% de lucro. Dessa forma, o lucro obtido na venda do apartamento X foi de

(A) 10%.
(B) 12%.
(C) 15%.
(D) 18%.
(E) 21%.

Resolução:

X = 100%

Y: ?

Valor final de Y = 140% (40% de aumento)

X para o valor final de Y = 161% (61% de lucro ou aumento)

161/140 = 115% (15% de aumento ou lucro)

Comentário: Y = 115% do valor de X.

Resposta: letra C.

---

40. (TRT RJ FCC 2013) Em uma escola privada, 22% dos alunos têm bolsa de estudo, sendo os demais pagantes. Se 2 em cada 13 alunos pagantes ganharem bolsa de estudo, a escola passará a contar com 2.210 alunos bolsistas. Dessa forma, o número atual de alunos bolsistas é igual a

(A) 1.430.
(B) 340.
(C) 910.
(D) 1.210.
(E) 315.

Resolução:

Temos 22% bolsistas, logo 78% são pagantes.

Se 2 em cada 13 alunos pagantes ganharem bolsa de estudo.

Conclusão:

Total de partes = 13

Bolsistas = 2 partes e Pagantes = 11 partes.

$$\frac{78}{2+11} = \frac{78}{13} = 6$$

Bolsistas = 2. 6 = 12% (aumentos dos bolsistas)

Nova quantidade de bolsistas = 22 + 12 = 34% do total (esse valor corresponde a 2210)

Quantidade inicial de bolsistas = 22%

Agora, vamos montar a regra de três.

Número --- %

2210 34

x 22

34x = 2210.22

$$x = \frac{48.620}{34} = 1.430$$

Resposta: letra A.

---

41. (TRT RS FCC 2009) Jeová comprou dois automóveis, um para seu próprio uso e o outro para dar de presente à sua esposa, e, após um ano, vendeu cada um deles por R$ 39.100,00. Sabendo que, relativamente aos custos de tais veículos, um automóvel foi vendido com um lucro de 15% e o outro com um prejuízo de 15%, é correto afirmar que, com a venda dos dois automóveis, Jeová

(A) teve um prejuízo de R$ 1.800,00.
(B) lucrou R$ 2.500,00.
(C) teve um prejuízo de R$ 2.000,00.
(D) lucrou R$ 3.000,00.
(E) não teve lucro nem prejuízo.

Resolução:

Obs.: Questão clássica de concurso!

Comentário: O lucro e prejuízo são calculados de bases distintas, por isso devemos calcular. Não confunda valor final com o valor base. Nessa questão tem o valor final de cada venda, porém não temos valores bases de cada venda.

• 1ª etapa: lucro de 15%
Valor final = 39100
15% de lucro (lucro = aumento) = 100 + 15 = 115%
Valor inicial = x
Número ---------- %
x 100
39100 115
115 x = 39100. 100
x = 3910000/115
x = 34000
Lucro = receita – custo
Lucro = 39100 - 34000 = 5100
• 2ª etapa: prejuízo de 15%
Valor final = 39100
15% de prejuízo (prejuízo=redução) = 100 - 15 = 85%
Valor inicial = x
Número ---------- %
x 100
39100 85
85 x = 39100. 100
x = 3910000/85
x = 46000
Prejuízo = receita – custo
Prejuízo = 39100 - 46000 = -6900
Resultado: = - 6900 + 5100 = -1800

Resposta: letra A.

---

42. (TRT Campinas FCC 2009) Uma pesquisa revelou que, nos anos de 2006, 2007 e 2008, os totais de processos que deram entrada em uma Unidade do TRT aumentaram, respectivamente, 10%, 5% e 10%, cada qual em relação ao ano anterior. Isso equivale a dizer que, nessa Unidade, o aumento cumulativo das quantidades de processos nos três anos foi de

(A) 25%
(B) 25,25%
(C) 26,15%
(D) 26,45%
(E) 27,05%

Resolução:

Tema: aumentos sucessivos

Valor final = $(1 + i_1)\ (1 + i_2)\ (1 + i_3)$...

$i_1 = 10\% = 10/100 = 0,1$

$i_2 = 5\% = 5/100 = 0,05$

$i_3 = 10\% = 10/100 = 0,1$

(1 + 0,1) (1+0,05) (1 + 0,1)

(1,1) (1,05) (1,1)

(1,155) (1,1) = 1,27 05 (valor final na forma decimal, por isso deve se multiplicar por 100 para retornar a forma percentual)

1,2705. 100 = 127,05% (valor final)

Valor inicial = 100% (valor fixo, ou seja, valor inicial sempre será igual a 100%)

Valor final = 127,05%

127,05 - 100 = 27,05% de aumento

Resposta: letra E.

---

43. (ESAF MPOG 2009) Em uma academia de artes, 20% dos professores são músicos, 10% dos professores são poetas e os 70% restantes são artistas plásticos. Tem-se ainda que 40% desses artistas plásticos são pintores e os 60% restantes são escultores. Qual a proporção de professores que são escultores nessa academia?

(A) 42%
(B) 35%
(C) 50%
(D) 52%
(E) 60%

Resolução:

Artistas plásticos: 70% do total

Os escultores correspondem a 60% do total de artistas plásticos, logo 60% de 70 % corresponde a 42%.

Resposta: letra A.

---

44. (AFRFB ESAF 2012) Luca vai ao shopping com determinada quantia. Com essa quantia, ele pode comprar 40 lápis ou 30 canetas. Luca, que sempre é muito precavido, guarda 10% do dinheiro para voltar de ônibus. Sabendo que Luca comprou 24 lápis, então o número de canetas que Luca pode comprar, com o restante do dinheiro, é igual a

(A) 9.
(B) 12.

(C) 6.
(D) 18.
(E) 15.

Resolução:

Dica:

Podemos supor um valor. Eu aconselho o número 120, pois é divisível por 30 e 40 ao mesmo tempo.
Valor unitário do lápis = 120/40 = 3
Valor unitário da caneta = 120/30 = 4
120 - 10% de 120
120 - 12 = 108 (valor restante)

Ele comprou 24 lápis, logo gastou 24 . 3 = 72.
Sobrou = 108 - 72 = 36.

Caneta ------- valor
1 4
X 36
4x = 36
X = 36/9 = 4

Resposta: letra A.

---

45. (ATRFB 2009) Em um determinado período de tempo, o valor do dólar americano passou de R$ 2,50 no início para R$ 2,00 no fim do período. Assim, com relação a esse período, pode-se afirmar que:

(A) O real se valorizou 25% em relação ao dólar.
(B) O real se valorizou 20% em relação ao dólar.
(C) O dólar se desvalorizou 25% em relação ao real.
(D) O real se desvalorizou 20% em relação ao dólar.
(E) O real se desvalorizou 25% em relação ao dólar.

Resolução:

Temos as seguintes informações:
Início do período: US$ 1,00 = R$ 2,50
Final do período: US$ 1,00 = R$ 2,00
Variação: R$ 2,00 - R$ 2,50 = - R$ 0,50
Agora, que porcentagem 0,50 é de 2,5?

Número	% (porcentagem)
2,5	100
0,5	X

2,5x = 0,5. 100

$$x = \frac{50}{2,5} = 20\%$$

Conclusão: o dólar se desvalorizou 20% em relação ao real, porém não temos essa alternativa.

2ª tentativa:
Início do período: R$ 2,50 = US$ 1,00, isto é R$ 1,00 = US$ 0,40
Final do período: R$ 2,00 = US$ 1,00, isto é R$ 1,00 = US$ 0,50
Variação: US$ 0,50 – US$ 0,40 = + US$ 0,10

Agora, que porcentagem 0,10 é de 0,4?

Número	% (porcentagem)
0,4	100
0,1	X

0,4x = 0,1. 100

$$x = \frac{10}{0,4} = 25\%$$

Conclusão: o real se valorizou 25% em relação ao dólar.

Resposta: letra A.

---

46. (ESAF AFT 2010) Em uma universidade, 56% dos alunos estudam em cursos da área de ciências humanas e os outros 44% estudam em cursos da área de ciências exatas, que incluem matemática e física. Dado que 5% dos alunos da universidade estudam matemática e 6% dos alunos da universidade estudam física e que não é possível estudar em mais de um curso na universidade, qual a proporção dos alunos que estudam matemática ou física entre os alunos que estudam em cursos de ciências exatas?

(A) 20,00%.
(B) 21,67%.
(C) 25,00%.
(D) 11,00%.
(E) 33,33%.

Resolução:

Suposição o total de pessoas = 100
O total de exatas = 44 (44% do total)
Total de matemática = 5 (5% do total)
Total de física = 6 (6% do total)

Obs.: Não existe intersecção entre os conjuntos matemática e física.
O total de matemática ou física = 5 + 6 = 11
O percentual é $\frac{11}{44}$ = 0,25 ou 25%.

Resposta: letra C.

---

47. (ESAF AFT 2010) Em um grupo de pessoas, há 20 mulheres e 30 homens, sendo que 20 pessoas estão usando óculos e 36 pessoas estão usando calça jeans. Sabe-se que, nesse grupo, i) há 20% menos mulheres com calça jeans que homens com calça jeans, ii) há três vezes mais homens com óculos que mulheres com óculos,

e iii) metade dos homens de calça jeans estão usando óculos. Qual a porcentagem de pessoas no grupo que são homens que estão usando óculos, mas não estão usando calça jeans?

(A) 5%.
(B) 10%.
(C) 12%.
(D) 20%.
(E) 18%.

Resolução:

• 1ª relação: “i) há 20% menos mulheres com calça jeans que homens com calça jeans”

H = 100 % e M = 80% (o número de mulheres é 20%, ou seja, 10 - 20 = 80%)

H = 100% = 1 e M = 80% = 0,8

Total de pessoas com calça jeans é 36.

$$\frac{36}{1+0,8} = \frac{36}{1,8} = 20$$

Homens com calça jeans = 20 . 1 = 20

Mulheres com calça jeans = 20 . 0,8= 16

• 2ª relação: “ii) há três vezes mais homens com óculos que mulheres com óculos”

H = 3m

O total de pessoas que usam óculos é 20.

H + M = 20

H = 3m

Resolvendo o sistema, temos:

Homens que usam óculos = 15.

Mulheres que usas óculos = 5.

• 3ª relação: “iii) metade dos homens de calça jeans estão usando óculos”.

O número de homens de calça jeans que usam óculos = 20/2 = 10.

Relação final:

O número de homens que estão usando óculos e não usam calça jeans = 15 - 10= 5.

O total de pessoas = 50.

A porcentagem = $\frac{5}{50}$ = 0,1 ou 10%.

Resposta: letra B.

---

48. (ESAF MF –ATA 2009) Em um determinado curso de pós-graduação, 1/4 dos participantes são graduados em matemática, 2/5 dos participantes são graduados em geologia, 1/3 dos participantes são graduados em economia, 1/4 dos participantes são graduados em biologia e 1/3 dos participantes são graduados em química. Sabe-se que não há participantes do curso com outras graduações além dessas, e que não há participantes com três ou mais graduações. Assim, qual é o número mais próximo da porcentagem de participantes com duas graduações?

(A) 40%
(B) 33%
(C) 57%

(D) 50%
(E) 25%

Resolução:

Geologia: 2/5 = 40%
Economia: 1/3 = 33.3%
Biologia: 1/4 = 25%
Química: 1/3 = 33,3%

Total de percentual: 25 + 40 + 33,3 + 25 + 33,3 = 156,66%.

A questão informa que ninguém faz 3 cursos ou mais. Logo 156,66 - 100 = 56,66% é o excesso. Resposta 57% (aproximadamente)

Resposta: letra C.

10.2.1.2.7. Fração

É uma divisão de dois números inteiros a e b, com $b \neq 0$.

$\frac{a}{b}$ ou a : b

Temos: a: numerador e b: denominador

Se liga!

O numerador representa a quantidade de partes utilizadas. Por isso, o numerador nesse caso é 3, pois são 3 partes pintadas.
O denominador representa o total de partes. Por isso, o denominador é 4, pois o quadrado foi divido em 4 quadrados iguais.

Cuidado!

$\frac{0}{0}$ = indeterminação.

$\frac{0}{b \neq 0} = 0$. Exemplo: $\frac{0}{2} = 0$.

$\frac{b \neq 0}{0}$ = impossível. Exemplo: $\frac{5}{0}$ é impossível.

10.2.1.2.7.1. Operações de frações

A) Adição ou subtração.

A.1) Adição ou subtração de denominadores iguais.

Processo: conserva o denominador e soma ou subtrai os numeradores.

Exemplos:

$\frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{7}{4}$

A.2) Adição ou subtração de denominadores diferentes.

Processo:

• 1º Tirar o MMC dos denominadores.

• 2º Colocar o resultado de MMC no denominador da nova fração e dividir o denominador da nova fração pelo denominador de cada fração e o resultado multiplicar pelo numerador da respectiva fração.

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{8}$$

• 1º Tirar o MMC dos denominadores.

MMC de 5 e 8 = 40 (não possui divisor comum, logo o produto deles é o MMC)

• 2º Colocar o resultado de MMC no denominador da nova fração e dividir o denominador da nova fração pelo denominador de cada fração e o resultado multiplicar pelo numerador da respectiva fração.

$$\frac{8.2+5.3}{40} = \frac{16+15}{40} = \frac{31}{40}$$

B) Multiplicação

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

***Exemplos*:**

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3.2}{5.7} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40 = \frac{2}{5} . 40 = \frac{2.40}{5} = \frac{80}{5} = 16.$$

Se liga!

As expressões **do** e **de** entre dois números representam o sinal de multiplicação.

Simplificação: é dividir uma fração por mesmo número, isto é, dividir o numerador e o denominador por um mesmo número.

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40 = \frac{2.40}{5} = \frac{2.40^{:5}}{5^{:5}} = \frac{2.8}{1} = \frac{16}{1} = 16.$$

Antes de multiplicar, verifique se é possível simplificar, pois diminui o cálculo.

C) Divisão

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

Processo: conserva a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{2^{:2}.7}{3.4^{:2}} = \frac{1.7}{3.2} = \frac{7}{6}$$

49. (MF-ATA 2009) Existem duas torneiras para encher um tanque vazio. Se apenas a primeira torneira for aberta, ao máximo, o tanque encherá em 24 horas. Se apenas a segunda torneira for aberta, ao máximo, o tanque encherá em 48 horas. Se as duas torneiras forem abertas ao mesmo tempo, ao máximo, em quanto tempo o tanque encherá?

(A) 12 horas
(B) 30 horas
(C) 20 horas
(D) 24 horas
(E) 16 horas

Resolução:

• 1ª opção: toda questão sobre duas torneiras enchendo usamos a seguinte fórmula: produto divido pela soma.

$$\frac{24.48}{24+48} = \frac{1152}{72} = 16$$

• 2ª opção: existe a regra do "inverte"

Esse método pode ser utilizado para qualquer quantidade de torneiras.

• 1º passo: inverter as frações.

☑ ***Dica:***

Enchendo (soma) e esvaziando (subtração)

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{48} = \frac{2+1}{48} = \frac{3}{48}$$

No final devemos inverter o resultado encontrado.

$$\frac{48}{3} = 16 \text{ horas.}$$

Resposta: letra E.

---

50. (ATA ESAF 2012) Em um tanque há 3 torneiras. A primeira enche o tanque em 5 horas, a segunda, em 8 horas, já a terceira o esvazia em 4 horas. Abrindo-se as 3 torneiras ao mesmo tempo e estando o tanque vazio, em quanto tempo o tanque ficará cheio?

(A) 10 horas e 40 minutos
(B) 13 horas e 20 minutos
(C) 14 horas e 30 minutos
(D) 11 horas e 50 minutos
(E) 12 horas e 10 minutos

Resolução:

Comentário: podemos utilizar a fórmula: inverter e somar (se estiver enchendo) ou subtrair (se estiver esvaziando)

$T_1 = 5$, $T_2 = 8$ e $T_3 = 4$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{8 + 5 - 10}{40} = \frac{3}{40}$$

Agora, inverta o resultado encontrado.

$\frac{40}{3}$ h = 13h e 1/3h = 13 horas e 20 minutos

$$\begin{array}{r|l} 40 & 3 \\ \hline -\,39 & 13\ (\text{horas}) \end{array}$$

1 (numerador da fração)

1h = 60 minutos, 1/3. 60 = 60/3 = 20 minutos

Resposta: letra B.

---

51. (TRT PR FCC 2013). Em uma disciplina de um curso superior, 7/9 dos alunos matriculados foram aprovados em novembro, logo após as provas finais. Todos os demais alunos fizeram em dezembro uma prova de recuperação. Como 3/5 desses alunos conseguiram aprovação após a prova de recuperação, o total de aprovados na disciplina ficou igual a 123. O total de alunos matriculados nessa disciplina é igual a

(A) 126.
(B) 136.
(C) 127.
(D) 130.
(E) 135.

Resolução:

1ª etapa: 7/9 dos alunos matriculados foram aprovados em novembro, logo após as provas finais.

7/9 de x = 7x/9

Obs.: alunos restantes (não aprovados) = 2x/9

2ª etapa: 3/5 desses alunos conseguiram aprovação após a prova de recuperação

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2x}{9} = \frac{6x : 3}{45 : 3} = \frac{2x}{15}$$

$$\text{Total de alunos aprovados} = \frac{7x}{9} + \frac{2x}{15} = \frac{35x + 6x}{45} = \frac{41x}{45}$$

$$\text{O total de alunos aprovados} = 123$$

$$\frac{41x}{45} = 123$$

$$41x = 45 \cdot 123$$

$$x = \frac{45.123}{41} = 45.3 = 135$$

Obs.: 123/41 = 3

Resposta: letra E

52. (TRT RJ FCC 2013) Somando-se um mesmo número ao numerador e ao denominador da fração 3/5, obtém-se uma nova fração, cujo valor é 50% maior do que o valor da fração original. Esse número está entre

(A) 1 e 4.
(B) 5 e 8.
(C) 9 e 12.
(D) 13 e 16.
(E) 17 e 20.

Resolução:

Somando-se um mesmo numerader ao numerador e ao denominador da fração $3/5 = \frac{3+x}{5+x}$

Dica: 50% maior = número + 50% do número

$$3/5 + 50\% \text{ de } 3/5 = 3/5 + \frac{50}{100} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{150\ (:50)}{500\ (:50)} = \frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10}$$

Agora, vamos montar a igualdade.

$$\frac{3+x}{5+x} = \frac{9}{10}$$

$10\ (3 + x) = 9\ (5 + x)$

$30 + 10x = 45 + 9x$

$10x – 9x = 45 – 30$

$x = 15$

Resposta: letra D.

53. (TRT MS FCC 2011) Do total de pessoas que visitaram uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho de segunda a sexta-feira de certa semana, sabe-se que 1/5 fizeram na terça-feira 1/6 na sexta-feira. Considerando que o número de visitantes da segunda-feira correspondia a 3/4 de terça-feira e que a quarta-feira e a quinta-feira receberam, cada uma, 58 pessoas, então o total de visitantes recebidos nessa Unidade ao longo de tal semana é um número

(A) menor que 150.
(B) múltiplo de 7.
(C) quadrado perfeito.
(D) divisível por 48.
(E) maior que 250.

Resolução:

Podemos responder utilizando o conceito de fração.

Terça = 1/5 do total

Quarta = quinta = 58

Quarta + quinta = 58 + 58 = 116

Sexta = 1/6 do total.

Segunda = 3/4 de segunda = 3/4 . 1/5 = 3/20 do total

Somando segunda, terça e sexta, temos: 1/5 + 3/20 + 1/6 = 31/60 do total

Segunda, terça e sexta correspondem a 31 parte de 60, logo quarta e quinta correspondem a 29 partes de 60

Conclusão: 29/60 do total = 116

29/60x = 116

29x = 60.116

x = 6960/29 = 240

240 é divisível por 48

Resposta: letra D.

---

54. (TRT PR FCC 2010) Para estabelecer uma relação entre os números de funcionários de uma unidade do Tribunal Regional do Trabalho, que participaram de um curso sobre Controle e Prevenção de Doenças, foi usada a expressão:

$$\frac{h}{m} = 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$$

em que h e m representam as quantidades de homens e de mulheres, respectivamente. Sabendo que o total de participantes do curso era um número compreendido entre 100 e 200, é correto afirmar que:

(A) h + m = 158

(B) h - m= 68

(C) 70 < h < 100

(D) 50 < m < 70

(E) m.h = 4.000

Resolução:

Primeiro Passo: Simplificar as partes.

$$\frac{h}{m} = 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$$

$$3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}} = 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{\frac{9-1}{3}}} = 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{\frac{8}{3}}} = 3 - \frac{1}{3 - \frac{3}{8}} = 3 - \frac{1}{\frac{24-3}{8}} =$$

$$3 - \frac{1}{\frac{21}{8}} = 3 - \frac{8}{21} = \frac{63-8}{21} = \frac{55}{21}$$

Conclusão

$$\frac{h}{m} = \frac{55}{21}$$

O total de partes é igual a 76, logo o total de pessoas é um múltiplo de 76 (76, 752, 228...).

Conclusão: O total de pessoas é o número comprendido entre 100 e 200.

O total de pessoas é 152.

Aplicando a fórmula: total de pessoas : soma das partes.

$$\frac{152}{55+21} = \frac{152}{76} = 2$$

H = 55.2 = 110

M = 21.2 = 42

110 – 42 = 68

Resposta: letra B.

10.2.1.2.8. Princípio da Regressão ou Reversão

O princípio da Regressão ou Reversão tem como objetivo resolver os problemas de forma não algébrica. O raciocínio utilizado é a partir do valor final determinar o valor inicial, utilizando as operações inversas.

Se liga!

Soma ↔ a regressão é feita pela **subtração**.
Subtração ↔ a regressão é feita pela **soma**.
Multiplicação ↔ a regressão é feita pela **divisão**.
Divisão ↔ a regressão é feita pela **multiplicação**.

55. (FCC TRF-1ª Região 2006) Certo dia, um técnico judiciário foi incumbido de digitar um certo número de páginas de um texto. Ele executou essa tarefa em 45 minutos, adotando o seguinte procedimento:

- **nos primeiros 15 minutos, digitou a metade do total e mais meia página;**
- **nos 15 minutos seguintes, a metade do número de páginas restantes e mais meia página;**
- **nos últimos 15 minutos, a metade do número de páginas restantes e mais meia página.**

Se, dessa forma, ele complementou a tarefa, o total de páginas do texto era um número compreendido entre:

(A) 5 e 8
(B) 8 e 11
(C) 11 e 14
(D) 14 e 17
(E) 17 e 20

Resolução:

Observando que o processo segue a seguinte lógica:

Primeiro tiramos a metade = x/2

Depois tiramos meia página= 1/2

A partir dessas informações temos a seguinte situação:

X → X/2 → - 1/2 → X/2 → - 1/2 → X/2 → -1/2 = 0

Podemos aplicar o princípio da regressão:

Nesse caso, se na ida dividimos por 2 então na volta multiplicamos por 2, ou seja, realizando a relação inversa.

O valor final foi 0.

1ª casa: 0 + 1/ 2 = ½

2ª casa (: 2): ½ . 2 = 1

3ª casa (-1/2) = 1 + ½ = 3/2

4ª casa (:2) = 3/2 . 2 = 3

5ª casa (-1/2) = 3 + ½ = 7/2

6ª casa (:2) = 7/2 . 2 = 7

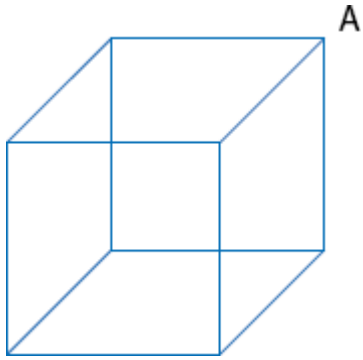
Resposta: letra A

10.3. RACIOCÍNIO ESPACIAL

O raciocínio espacial tem como objetivo testar os seus conhecimentos sobre a noção de figuras planas ou espaciais. Geralmente, as bancas não pedem cobrança de volume ou área, mas infelizmente algumas bancas têm cobrado esses temas.

10.4. TREINAMENTO COMENTADO

56. (FCC) Uma estrutura feita de arame tem a forma de um cubo cujo lado mede 40 cm. Uma formiga encontra-se sobre um vértice do cubo (ponto A), conforme é mostrado na figura abaixo.

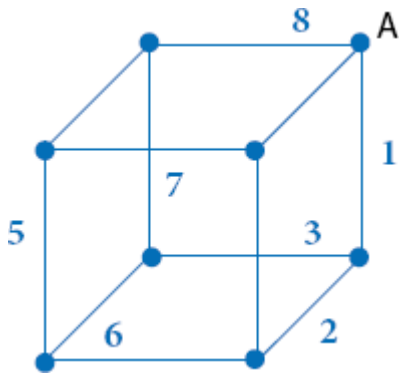


Observou-se que: essa formiga saiu do ponto A, foi caminhando ao longo do fio e, após ter percorrido a maior distância possível, retornou ao ponto de partida. Se ela passou uma única vez sobre cada vértice, é correto afirmar que a distância que percorreu, em centímetros, era:

(A) 80.
(B) 160.
(C) 240.
(D) 320.
(D) 400.

Resolução:

Pela figura abaixo podemos concluir que o maior percurso possível, sem passar por um vértice duas vezes, é igual a 8 (quantidade de lados percorrido) x 40 (tamanho de cada lado) = 320 cm.



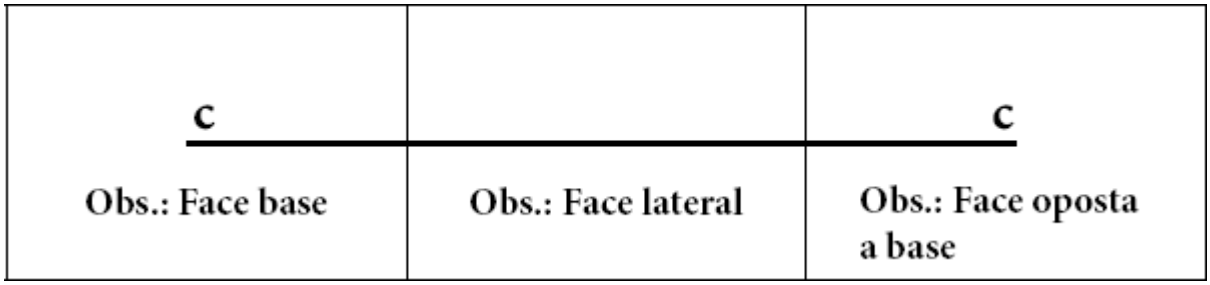
Resposta: letra D.

57. (FCC 2013) As seis faces de um dado são quadrados cujos lados medem L. A distância do centro de um desses quadrados até qualquer um de seus vértices (cantos do quadrado) é igual a D. Uma formiga, que se encontra no centro de uma das faces do dado, pretende se deslocar, andando sobre a superfície do dado, até o centro da face oposta. A menor distância que a formiga poderá percorrer nesse trajeto é igual a:

(A) 2L.
(B) 2L + D.
(C) 2L + 2D.
(D) L + 2D.
(E) L.

Resolução:

Podemos imaginar a seguinte figura:



Face base: o percurso realizado foi L/2, pois a formiga está no centro do dado.

Face lateral: o percurso realizado foi L, pois a formiga caminhou por toda a face lateral.

Face oposta à base: o percurso realizado foi L/2, pois a formiga vai até o centro.

Resultado: $\frac{L}{2} + L + \frac{L}{2} = \frac{L + 2L + L}{2} = \frac{4L}{2} = 2L$

Resposta: letra A.

---

58. (FCC 2012) Um rapaz e uma moça estão juntos no centro de um campo de futebol. A moça anda sempre a metade da distância que o rapaz percorre e sempre no sentido contrário ao que o rapaz caminha. O rapaz anda 2 metros para a direção NORTE; o rapaz gira 90º e anda 4 metros na direção OESTE; ele gira novamente 90º e anda 8 metros na direção SUL; novamente gira 90º e anda 16 metros na direção LESTE; outra vez gira 90º e anda 32 metros na direção NORTE; finalmente gira 90º e anda 12 metros na direção OESTE e para. Nessa mesma etapa a moça também para. A distância, em metros, entre o rapaz e moça a partir desses dados é:

(A) 26.
(B) 39.
(C) 42.
(D) 47.
(E) 51.

Resolução:

Não é necessário montar um desenho para resolver esse tipo de questão. O macete é dividir em posições.

• 1º caso: relação norte (subida) e sul (descida).

Norte: 2m + 32m = 34m

Sul: 8m

Conclusão: 34 - 8 = 26 metros para o norte (maior deslocamento).

• 2º caso: relação leste (direita) e oeste (esquerda).

Leste: 16m

Oeste: 4m + 12m = 16m

Conclusão: não teve deslocamento nesse sentido, pois a diferença dos valores foi nula.

Conclusão final: o rapaz andou apenas 26 metros para o norte.

A moça realiza a metade do percurso e no sentido contrário, logo, ela andou 13 metros para o sul.

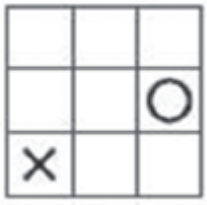
A distância entre eles é: 26 + 13 = 39 metros.

Resposta: letra B.

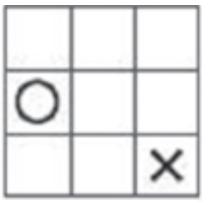
Figura do resumo do percurso:

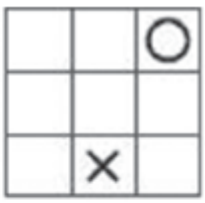
---

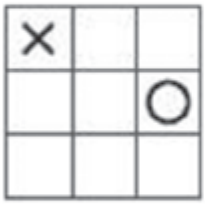
59. **A figura abaixo mostra duas jogadas assinaladas em uma grade do "Jogo da Velha".**

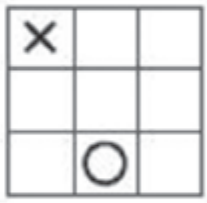


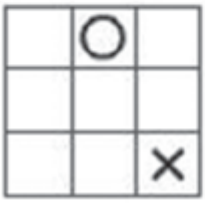
A alternativa em que as duas jogadas assinaladas NÃO são equivalentes às que são mostradas na grade dada é

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Resolução:

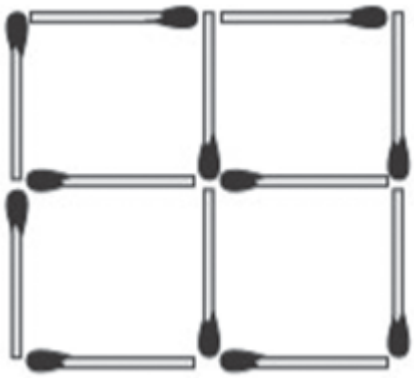
Observe que o símbolo “x” está na ponta e o símbolo “O” está no meio da linha!

A única letra em que os símbolos estão na ordem contrária, ou seja, o “x” no meio e “O” na ponta é a B.

Resposta: letra B.

---

60. (FCC TRT-BA 2013) Para montar, com palitos de fósforo, o quadriculado 2 × 2 mostrado na figura a seguir, foram usados, no total, 12 palitos.

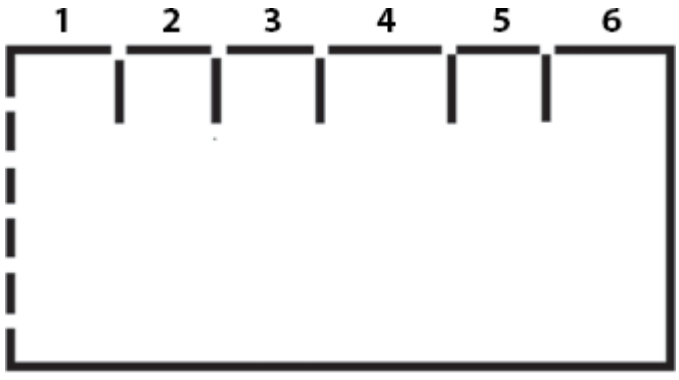


Para montar um quadriculado 6 × 6 seguindo o mesmo padrão, deverão ser usados, no total,

(A) 64 palitos.
(B) 72 palitos.
(C) 84 palitos.
(D) 96 palitos.
(E) 108 palitos.

Resolução:

Podemos imaginar a seguinte figura.



Temos 6 palitos na base, logo, 6 . 4 = 24 palitos.

Temos 5 palitos em cada linha e coluna para fechar o quadriculado, logo, 2 . 5 . 6 = 60.

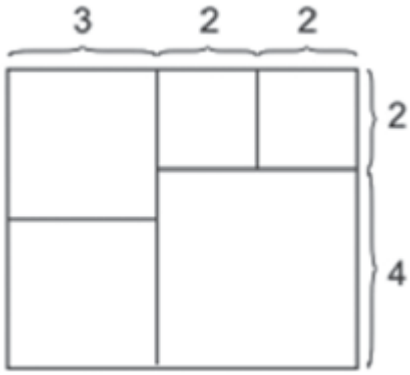
Total de 84 palitos.

Resposta: letra C.

---

61. (CESGRANRIO 2013) O carpinteiro José teve de dividir (sem sobras) uma placa retangular de dimensões 7 dm por 6 dm, em quadrados de lados expressos por um número inteiro de decímetros, de modo a obter o menor número de quadrados possível.

Depois de vários ensaios, ele conseguiu resolver o problema, obtendo apenas 5 quadrados, cuja solução está indicada na figura abaixo, com as medidas em decímetros.

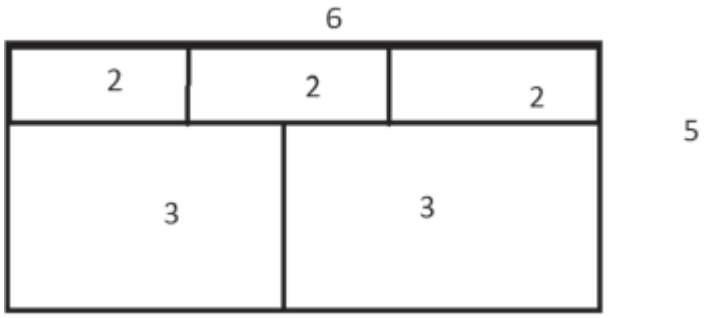


Agora José tem de resolver o mesmo problema, porém no caso do retângulo de dimensões 6 dm por 5 dm. Nesse caso, o menor número de quadrados obtidos será:

(A) 6.
(B) 4.
(C) 5.
(D) 9.
(E) 12.

Resolução:

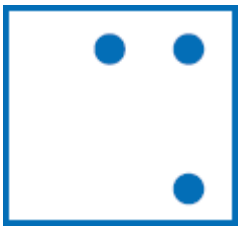
Temos a seguinte opção:



Resposta: letra C.

---

62. (FCC TRF da 4ª Região 2004) Observe a figura seguinte:



Qual figura é igual à figura acima representada?

(A)
(B)
(C)
(D)
(E)

Resolução:

Aplicar o processo da rotação! O processo de rotação é girar a figura 90º, você está vendo a mesma figura, a única mudança é "ângulo visual".

DICA: devemos girar a figura 90º.

1ª opção:

2ª opção:

3ª opção:

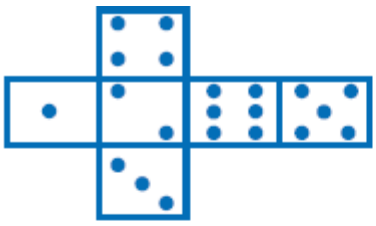
4ª opção:

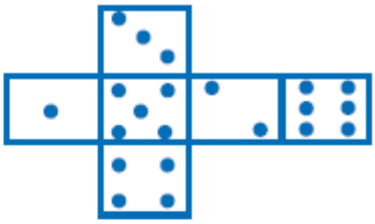
Observe que a 2ª opção corresponde à alternativa D.

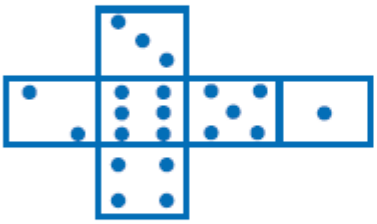
Resposta: letra D.

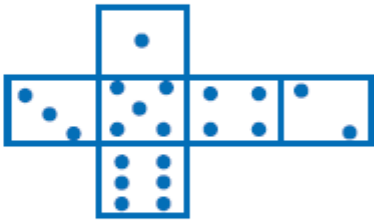
---

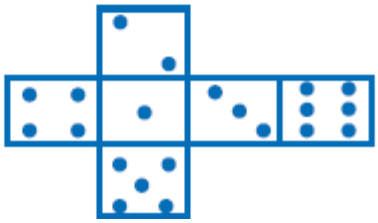
63. (FCC TRT-PE 2006) Sabe-se que os pontos marcados nas faces opostas de um dado devem somar 7 pontos. Assim sendo, qual das figuras seguintes NÃO pode ser a planificação de um dado?

(A) 

(B) 

(C) 

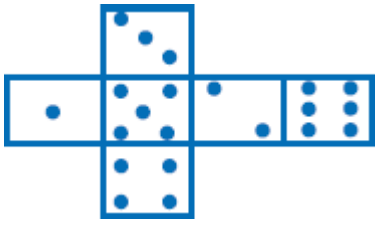
(D) 

(E) 

Resolução:

As faces opostas devem ter soma 7!

Na alternativa B, temos a face 2 oposta à face 1, não sendo permitido, pois a soma das faces opostas deve ser 7.



Resposta: letra B.

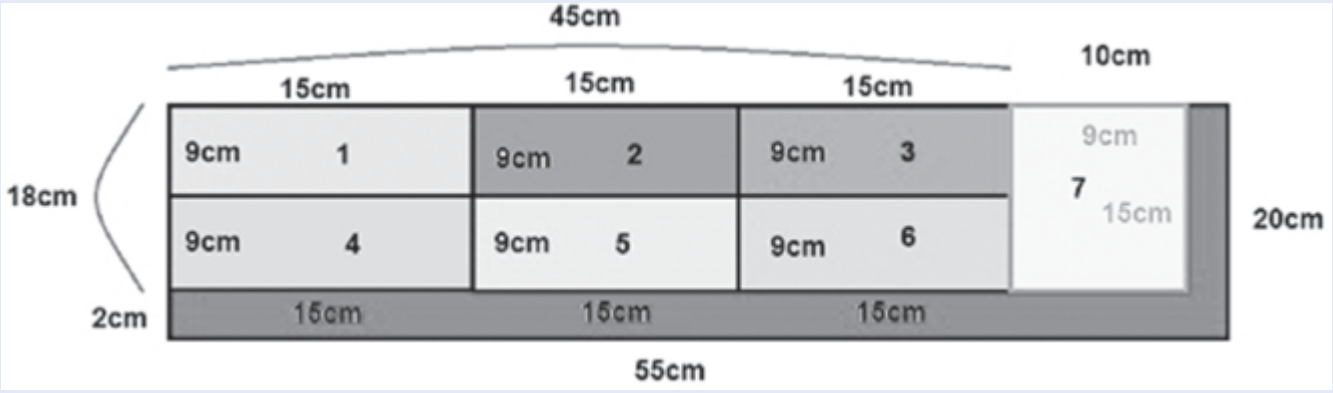
64. (FCC TRT-SP 2014) Uma costureira precisa cortar retalhos retangulares de 15 cm por 9 cm para decorar uma bandeira. Para isso, ela dispõe de uma peça de tecido, também retangular, de 55 cm por 20 cm. Considerando que um retalho não poderá ser feito costurando dois pedaços menores, o número máximo de retalhos que ela poderá obter com essa peça é igual a:

(A) 7.
(B) 10.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 6.

Resolução:

⚠ *Cuidado!*

Não poderá ser utilizado retalho na bandeira.
Para melhor entendimento, podemos desenhar a seguinte figura:



Comentário: pela figura, podemos perceber que temos 7 retângulos possíveis que podem ser retirados.

Resposta: letra A.

10.5. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

65. (FCC) Um programa de televisão convida o telespectador a participar de um jogo por telefone em que a pessoa tem que responder SIM ou NÃO em 10 perguntas sobre ortografia. O número máximo de respostas diferentes ao teste que o programa pode receber é:

(A) 2.048.
(B) 1.024.
(C) 512.
(D) 200.
(E) 20.

66. (FCC 2012) Na primeira fase de um jogo de computador, um gato verde e outro vermelho perseguem um ratinho, controlado pelo jogador, por toda a tela. Cada vez que o jogo muda de fase, o número de gatos verdes na tela é duplicado e surgem três novos gatos vermelhos. Ao se iniciar a décima fase do jogo, o ratinho será perseguido por um total de:

(A) 281 gatos.
(B) 540 gatos.
(C) 543 gatos.
(D) 1.052 gatos.
(E) 1.055 gatos.

---

67. (FCC) Uma floresta possui 10 mil árvores. Sabe-se que cada árvore não possui mais do que mil galhos, nem mais do que 100 mil folhas. A respeito dessa floresta, é correto afirmar que há pelo menos:

(A) 10 árvores com o mesmo número de folhas.
(B) 10 árvores com o mesmo número de galhos.
(C) 10 árvores com o mesmo número de folhas e galhos.
(D) 100 árvores com o mesmo número de folhas.
(E) 100 árvores com o mesmo número de galhos.

---

68. (FCC 2012) Em um setor público com 24 funcionários, 10 são advogados, 8 são contadores, 4 são administradores e 2 são economistas. Um grupo de trabalho deverá ser formado com estes funcionários, sabendo-se que nenhum deles possui mais de uma formação. Escolhendo aleatoriamente funcionários deste setor, o número mínimo de funcionários que se deve escolher para ter certeza de que pelo menos três possuem a mesma formação é:

(A) 7.
(B) 8.
(C) 9.
(D) 10.
(E) 12.

---

69. (FCC 2009) Às 8 horas e 45 minutos de certo dia foi aberta uma torneira, com a finalidade de encher de água um tanque vazio. Sabe-se que:

- **o volume interno do tanque é 2,5 $m^{3.}$**
- **a torneira despejou água no tanque a uma vazão constante de 2 L/min e só foi fechada quando o tanque estava completamente cheio.**

Nessas condições, a torneira foi fechada às:

(A) 5 horas e 35 minutos do dia seguinte.
(B) 4 horas e 50 minutos do dia seguinte.
(C) 2 horas e 45 minutos do dia seguinte.
(D) 21 horas e 35 minutos do mesmo dia.
(E) 19 horas e 50 minutos do mesmo dia.

---

70. (FCC 2012) Sidnei marcou o telefone de uma garota em um pedaço de papel a fim de marcar um posterior encontro. No dia seguinte, sem perceber o pedaço de papel no bolso da camisa que Sidnei usara, sua mãe colocou-a na máquina de lavar roupas, destruindo assim parte do pedaço de papel e, consequentemente, parte do número marcado. Então, para sua sorte, Sidnei se lembrou de alguns detalhes de tal número:

- **o prefixo era 2204, já que moravam no mesmo bairro.**
- **os quatro últimos dígitos eram dois a dois distintos entre si e formavam um número par que começava por 67.**

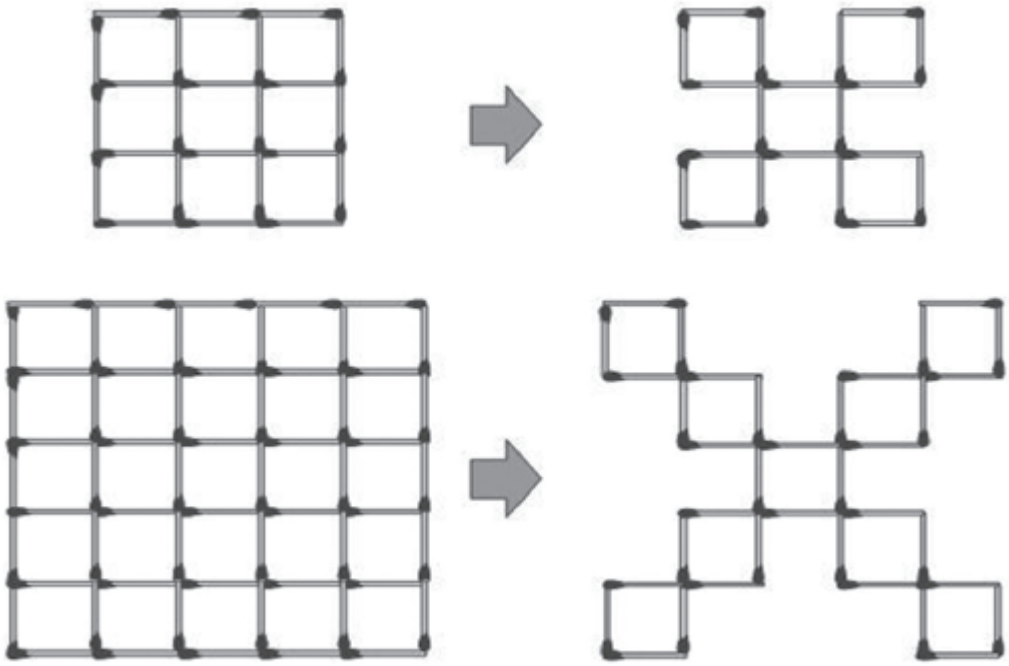
Nessas condições, a maior quantidade possível de números de telefone que satisfaz as condições que Sidnei lembrava é:

(A) 24.
(B) 28.
(C) 32.
(D) 35.
(E) 36.

71. **(FCC 2012) Em um sábado, das 8:00 às 12:00 horas, cinco funcionários de um tribunal trabalharam no esquema de "mutirão" para atender pessoas cujos processos estavam há muito tempo parados por pequenos problemas de documentação. Se, no total, foram atendidas 60 pessoas, cada uma por um único funcionário, é correto concluir que:**

(A) cada funcionário atendeu 12 pessoas.
(B) foram atendidas 15 pessoas entre 8:00 e 9:00 horas.
(C) cada atendimento consumiu, em média, 4 minutos.
(D) um dos funcionários atendeu, em média, 3 ou mais pessoas por hora.
(E) nenhum atendimento levou mais do que 20 minutos.

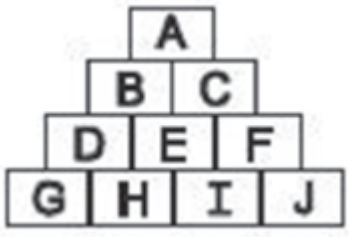
72. **(FCC 2012) Partindo de um quadriculado n × n formado por palitos de fósforo, em que n é um número ímpar maior ou igual a 3, é possível, retirando alguns palitos, obter um "X" composto por 2n – 1 quadrados. As figuras a seguir mostram como obter esse "X" para quadriculados 3 × 3 e 5 × 5.**



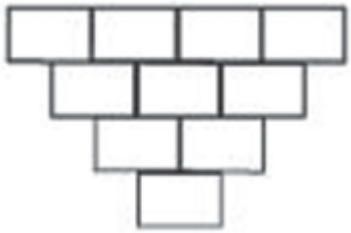
Seguindo o mesmo padrão dos exemplos acima, partindo de um quadriculado 9 × 9, o total de palitos que deverão ser retirados para obter o "X" é igual a:

(A) 64.
(B) 96.
(C) 112.
(D) 144.
(E) 168.

73. **Dez placas quadradas, cada qual tendo ambas as faces marcadas com uma mesma letra, foram dispostas na forma triangular, conforme é mostrado na figura abaixo.**



Movendo apenas três dessas placas, a forma triangular que elas apresentam pode ter sua posição invertida:



Para que isso ocorra, as placas que devem ser movidas são as marcadas com as letras:

(A) A, G e J.
(B) A, H e I.
(C) A, B e C.
(D) B, C e E.
(E) E, G e J.

---

74. (FCC 2013) Nos 8 jogos que disputou no último campeonato regional, uma equipe marcou um total de 7 gols, tendo sofrido apenas 5. Somente com tais informações, pode-se concluir que essa equipe, necessariamente,

(A) venceu pelo menos uma partida das 8 que disputou.
(B) empatou pelo menos uma partida pelo placar de 0 a 0.
(C) não foi derrotada em qualquer um dos 8 jogos disputados.
(D) teve mais vitórias do que derrotas neste campeonato.
(E) nunca marcou mais do que um gol no mesmo jogo.

---

75. (FCC 2013) Um quadrado ABCD foi dividido em várias regiões, em um processo feito em dez etapas. Na primeira, o vértice A foi ligado ao ponto médio do lado BC, o vértice B foi ligado ao ponto médio do lado CD, e assim sucessivamente, como mostra a figura 1. Na segunda etapa, o quadrado central obtido na primeira foi dividido segundo a mesma lógica, como ilustra a figura 2.

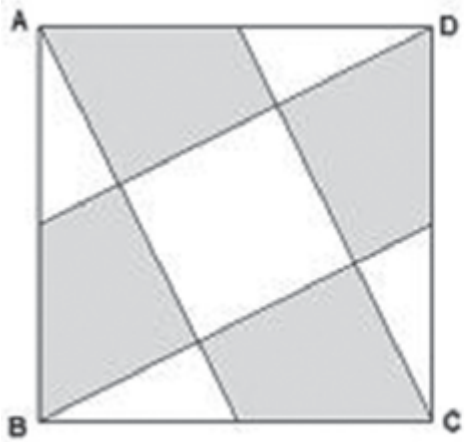


Figura 1

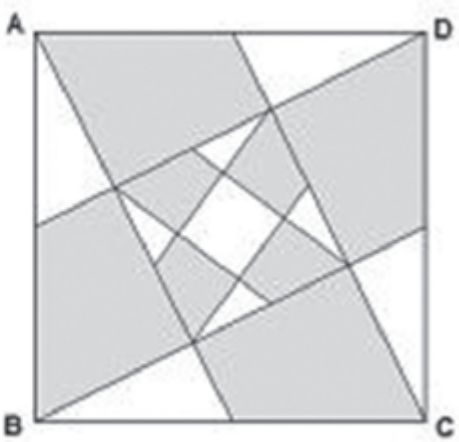


Figura 2

Se em cada nova etapa o quadrado central obtido na etapa anterior foi dividido segundo a mesma lógica descrita acima, ao final da décima etapa o quadrado ABCD estava dividido em um total de:

(A) 72 regiões.
(B) 85 regiões.
(C) 81 regiões.
(D) 75 regiões.
(E) 90 regiões.

---

76. (FCC 2013) A rede de supermercados "Mais Barato" possui lojas em 10 estados brasileiros, havendo 20 lojas em

cada um desses estados. Em cada loja, há 5.000 clientes cadastrados, sendo que um mesmo cliente não pode ser cadastrado em duas lojas diferentes. Os clientes cadastrados recebem um cartão com seu nome, o nome da loja onde se cadastraram e o número "Cliente Mais Barato", que é uma sequência de quatro algarismos. Apenas com essas informações, é correto concluir que, necessariamente,

(A) existe pelo menos um número "Cliente Mais Barato" que está associado a 100 ou mais clientes cadastrados.
(B) os números "Cliente Mais Barato" dos clientes cadastrados em uma mesma loja variam de 0001 a 5000.
(C) não há dois clientes cadastrados em um mesmo estado que possuam o mesmo número "Cliente Mais Barato".
(D) existem 200 clientes cadastrados no Brasil que possuem 0001 como número "Cliente Mais Barato".
(E) não existe um número "Cliente Mais Barato" que esteja associado a apenas um cliente cadastrado nessa rede de supermercados.

---

77. (FCC) Quatro amigos, funcionários de uma mesma empresa, precisam marcar exame médico num dos 30 dias do mês de setembro. Eles enviaram *e-mails* ao setor de recursos humanos informando o período em que cada um estaria disponível para realizar o exame.

– Rogério: do dia 5 ao dia 21.
– Marcos: do dia 8 ao dia 16.
– Pedro: do dia 20 ao dia 28.
– Sérgio: do dia 17 ao dia 19.

Considerando que os quatro exames médicos foram marcados em dias que atendiam às respectivas disponibilidades, é correto concluir que:

(A) Rogério foi o primeiro dos quatro a fazer o exame.
(B) Os quatro exames médicos foram marcados em dias diferentes.
(C) Marcos fez seu exame antes de Sérgio.
(D) O intervalo entre a realização do primeiro e do último exame foi de 23 dias.
(E) Pedro foi o último dos quatro a fazer o exame.

---

78. (FCC) No próximo mês, os 20 novos processos abertos em um tribunal serão divididos entre os seus 6 juízes (cada processo é encaminhado a um único juiz). Nessas condições, é correto concluir que, necessariamente,

(A) cada juiz receberá, no mínimo, 3 novos processos.
(B) o número máximo de novos processos que um juiz poderá receber é 4.
(C) algum juiz deverá receber exatamente 3 novos processos.
(D) nenhum juiz receberá exatamente 2 novos processos.
(E) pelo menos um dos juízes receberá 4 ou mais novos processos.

---

79. (ANA ESAF 2009) Um rio principal tem, ao passar em determinado ponto, 20% de águas turvas e 80% de águas claras, que não se misturam. Logo abaixo desse ponto desemboca um afluente, que tem um volume d'água 30% menor que o rio principal e que, por sua vez, tem 70% de águas turvas e 30% de águas claras, que não se misturam nem entre si nem com as do rio principal. Obtenha o valor mais próximo da porcentagem de águas turvas que os dois rios terão logo após se encontrarem.

(A) 41%
(B) 35%
(C) 45%
(D) 49%
(E) 55%

---

80. (FEB 2010) Dois amigos, A e B, constituíram uma sociedade de forma que A entrou com R$ 12.000,00 e B com R$ 8.000,00 para a composição do capital da empresa. Um ano após o início da sociedade, a empresa teve um lucro líquido de R$ 28.000,00, sendo que o sócio B havia se retirado da empresa dois meses antes. A parte que cabe ao sócio A, nesse lucro, é de:

(A) R$ 10 000,00
(B) R$ 12 000,00

(C) R$ 14 000,00
(D) R$ 16 000,00
(E) R$ 18 000,00

---

81. **(FCC 2014) Comparando-se a remuneração, por hora trabalhada, dos serviços A e B, verificou-se que no serviço B a remuneração era 25% a menos do que a remuneração no serviço A. Roberto trabalhou 8 horas no serviço A e 4 horas no serviço B. Paulo trabalhou 4 horas no serviço A e 8 horas no serviço B. A porcentagem a mais que Roberto recebeu, por suas 12 horas de trabalho, em relação ao que Paulo recebeu, por suas 12 horas de trabalho, é igual a:**

(A) 50
(B) 10
(C) 25
(D) 0
(E) 12,5

---

82. **(FCC 2015) O carro de Laerte pode ser abastecido com gasolina, álcool ou ambos os combustíveis. Quando o tanque do carro estava completamente vazio, Laerte abasteceu 25% da capacidade do tanque com gasolina e 35% com álcool, o que implicou em mesmo gasto, em reais, com gasolina e com álcool. Se Laerte tivesse abastecido a mesma quantidade de combustível, porém, apenas com gasolina, seu gasto total, quando comparado ao que ele efetivamente gastou, teria sido superior em**

(A) 25%
(B) 35%
(C) 20%
(D) 30%
(E) 40%

---

83. **(FCC 2015) O treinamento de um corredor é composto por 4 etapas. Em geral, cada uma dessas 4 etapas é de 1.000 m. No entanto, para aprimorar sua forma física, em determinado dia o treinamento foi alterado de modo que a partir da 2ª etapa o corredor percorreu 10% a mais do que havia percorrido na etapa anterior. Desta maneira, em relação aos treinamentos usuais, o total da distância percorrida neste dia de treinamento, também realizado em 4 etapas, corresponde a um acréscimo de, aproximadamente,**

(A) 30%.
(B) 16%.
(C) 12%.
(D) 10%.
(E) 18%.

---

84. **(FCC 2015) Uma empresa multinacional possui 420 funcionários (homens e mulheres) dos quais 3/7 são homens e, destes, a metade são brasileiros. Sabendo que 6,25% das funcionárias mulheres dessa empresa são brasileiras, então, a porcentagem de funcionários (homens e mulheres) não brasileiros dessa empresa é de**

(A) 25%.
(B) 78%.
(C) 64%.
(D) 75%.
(E) 27%.

---

85. **(FCC 2015) O número de computadores de mesa (*desktops*) de uma empresa é igual a quatro vezes o número de computadores portáteis (*laptops*). O número de computadores portáteis é igual a dez vezes o número de aparelhos de fax da empresa. De acordo com esses dados, o número de aparelhos de fax dessa empresa corresponde à**

(A) 1,0% do número de laptops.
(B) 4,0% do número de desktops.
(C) 0,4% do número de desktops.
(D) 1,5% do número de desktops.
(E) 2,5% do número de desktops.

GABARITO

01. A	02. C	03. A	04. E	05. D	06. D	07. B	08. B	09. A
10. D	11. B	12. D	13. A	14. E	15. C	16. A	17. B	18. C
19. B	20. E	21. D	22. A	23. D	24. B	25. D	26. E	27. B
28. D	29. A	30. C	31. E	32. C	33. B	34. C	35. C	36. A
37. D	38. C	39. C	40. A	41. A	42. E	43. A	44. A	45. A
46. C	47. B	48. C	49. E	50. B	51. E	52. D	53. D	54. B
55. A	56. D	57. A	58. B	59. B	60. C	61. C	62. D	63. B
64. A	65. B	66. B	67. B	68. C	69. A	70. B	71. D	72. C
73. A	74. A	75. C	76. A	77. C	78. E	79. A	80. E	81. B
82. C	83. B	84. D	85. E					

11

GEOMETRIA

As principais bancas de concursos que cobram o tema geométrico são CESPE e ESAF. A banca CESPE tem como hábito exigir do candidato questões sobre volume, área e casos envolvendo triângulos, que pode ser uma razão trigonométrica ou um triângulo inscrito numa circunferência. A banca ESAF tem como hábito cobrar questões envolvendo relações métricas no triângulo retângulo e as fórmulas de polígonos regulares.

11.1. INTRODUÇÃO

11.1.1. Sistema métrico decimal

O conhecimento do sistema métrico decimal é fundamental para resolver algumas questões de geometria. Não se esqueça de memorizar as tabelas e o processo de transformação de medidas.

Caso 1: Medidas de comprimento

A medida fundamental de comprimento é o metro. Além do metro, existem ainda os seus múltiplos e submúltiplos, cujos nomes são formados com o uso dos prefixos: quilo, hecto, deca, deci, centi e mili. Observe o quadro:

Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1.000m	100m	10m	1m	0,1m	0,01m	0,001m

→ Cada casa multiplica por 10.

← Cada casa divide por 10.

Exemplo:

Transforme 1,5 hm em cm:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

De hm para cm temos quatro casas.

1,5 . 10.000 = 15.000 cm.

Os múltiplos do metro são utilizados para medir grandes distâncias, enquanto os submúltiplos, para pequenas distâncias. Para medidas milimétricas, em que se exige precisão, utilizamos: mícron (μ) = 10^{-6} m.

Para distâncias astronômicas, utilizamos o ano-luz (distância percorrida pela luz em um ano): ano-luz = 9,5 10^{12} km.

O pé, a polegada, a milha e a jarda são unidades não pertencentes ao sistema métrico decimal, são utilizadas em países de língua inglesa. Observe as igualdades abaixo:

Pé	=	30,48 cm
Polegada	=	2,54 cm
Jarda	=	91,44 cm
Milha terrestre	=	1.609 m
Milha marítima	=	1.852 m

Caso 2: Medidas de tempo

O sol foi o primeiro relógio do homem: o intervalo de tempo natural decorrido entre as sucessivas passagens do sol sobre um dado meridiano dá origem ao dia solar.

As medidas de tempo não pertencem ao sistema métrico decimal.

11.2. QUADRO DE UNIDADES

MÚLTIPLOS		
Minutos	**Hora**	**Dia**
min	h	d
60 s	60 min = 3.600 s	24 h = 1.440 min = 86.400 s

São submúltiplos do segundo:

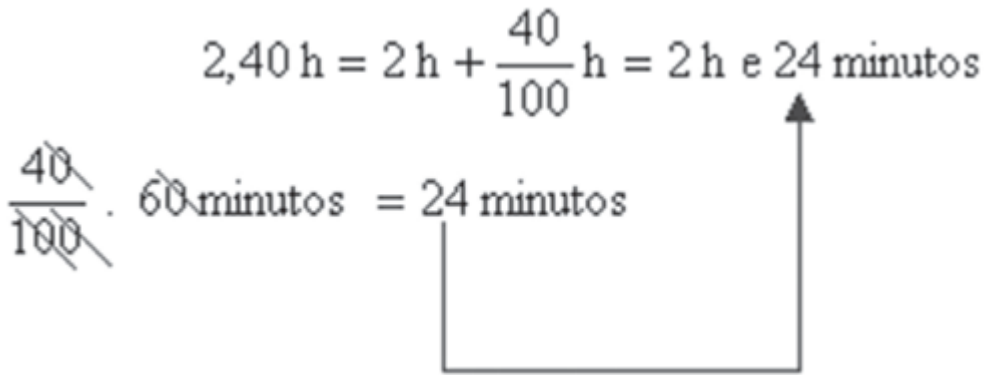
• décimo de segundo;

• centésimo de segundo; e

• milésimo de segundo.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Nunca escreva 2,40 h como forma de representar 2h40min, pois o sistema de medidas de tempo não é decimal.

Obs.:



Caso 3: Medidas de massa

A unidade fundamental de massa chama-se **quilograma**.

Apesar de o quilograma ser a unidade fundamental de massa, utilizamos na prática o **grama** como unidade principal de massa.

11.3. MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO GRAMA

Múltiplos			Unidade principal	Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
1.000g	100g	10g	1g	0,1g	0,01g	0,001g

Observe que cada unidade de volume é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Exemplos:

1 dag = 10 g.
1 g = 10 dg.

→ Cada casa multiplica por 10.
← Cada casa divide por 10.

Caso 4: Medidas de área

A unidade fundamental de superfície chama-se metro quadrado.

O metro quadrado (m^2) é a medida correspondente à superfície de um quadrado com 1 metro de lado.

Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
quilômetros quadrados	hectômetro quadrados	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1.000.000 m^2	10.000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

→ Cada casa multiplica por 100.
← Cada casa divide por 100.

Caso 5: Medidas de volume

A unidade fundamental de volume chama-se **metro cúbico**. O metro cúbico (m^3) é medida correspondente ao espaço ocupado por um cubo com 1 m de aresta.

11.4. MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO METRO CÚBICO

Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
quilômetro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1.000.000.000 m^3	1.000.000 m^3	1.000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

Mudando de volume para capacidade:

1 cm^3 =1 ml.

1 dm^3 = 1 l.

1 m^3 = 1000 l.

11.5. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(INSS) Um terreno de1 km^2 será dividido em 5 lotes, todos com a mesma área. A área de cada lote, em m^2, será de:**

(A) 1.000.
(B) 2.000
(C) 20.000.
(D) 100.000.
(E) 200.000.

Resolução:

hm^2	hm^2	dam^2	m^2	dm2	cm^2	mm^2

→ Cada casa multiplica por 100.

De km^2 para m^2 temos três casas.

1 . 1.000.000 = 1.000.000 m^2

1.000.000 : 5 = 200.000 m^2

Resposta: letra E.

2. **(TRT-4ª Região – 2006) Sabe-se que enchendo 72 garrafas, cada uma com capacidade de 0,80 l, é possível engarrafar todo o líquido de um reservatório. Se o volume de cada garrafa fosse 900 cm^3, o número de garrafas utilizadas seria:**

(A) 640.
(B) 90.
(C) 86.
(D) 64.
(E) 48.

Resolução:

0,8 l = 800 ml.

900 cm = 900 ml.

72 . 800 = 57.600 (quantidade total de ml).

$$X = \frac{57600}{900} = 64.$$

Resposta: letra D.

11.6. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

3. **(TRE 2002 PI) O volume de uma caixa d'água é de 2,760m^3. Se a água nela contida está ocupando os 3/5 de sua capacidade, quantos decalitros de água devem ser colocados nessa caixa para enchê-la completamente?**

(A) 331,2.
(B) 184.
(C) 165,6.
(D) 110,4.
(E) 55,2.

4. **(FCC) Numa casa de material para construção há 80 caixas de azulejos, com 50 unidades em cada caixa. Se cada azulejo ocupa uma área de 500 cm^2, quantos metros quadrados há nas 80 caixas?**

(A) 100 m^2.
(B) 150 m^2.
(C) 120 m^2.
(D) 160 m^2.
(E) 200 m^2.

5. **(FCC) Uma transfusão de sangue é programada para que o paciente receba 25 gotas de sangue por minuto. Se a transfusão se estendeu por 2 horas e 12 minutos, e cada gota injeta 0,1 ml de sangue, quantos ml de sangue o paciente recebeu?**

(A) 330.
(B) 530.
(C) 880.
(D) 1.900.
(E) 3.300.

6. **(INFRAERO) A dose diária recomendada de um remédio líquido é de 40 gotas. Uma gota desse medicamento pesa 5x10^{-2} gramas. Então, num frasco contendo 80 gramas desse remédio, temos medicamento suficiente para um tratamento de no máximo:**

(A) 40 dias.
(B) 30 dias.
(C) 20 dias.
(D) 15 dias.
(E) 10 dias.

7. **Um quintal pode ser ladrilhado com 200 ladrilhos de 250 cm^2 de área, cada um. Quantas lajotas de 400 cm^2, cada uma, são necessárias para recobrir o mesmo quintal?**

(A) 135.
(B) 125.
(C) 120.

(D) 112.
(E) 100.

8. **Pedro possui um terreno de 800 m^2 e quer construir nele um canteiro que ocupe 20% da metade da área do terreno. Para isso contratou um jardineiro que cobrou R$ 25,00 por m^2 de canteiro construído. Quanto Pedro gastará, em reais?**

(A) 2.400,00.
(B) 2.300,00.
(C) 2.250,00.
(D) 2.120,00.
(E) 2.000,00.

11.7. PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

11.7.1. Conceitos primitivos

Os entes primitivos da geometria são: Ponto, Reta e Plano. Eles são definidos por meio de conceitos primitivos. Utilizamos a ideia de conceito primitivo para aquele objeto que sabemos o que é, mas não sabemos definir corretamente, apenas é possível fornecer uma noção.

Reta: é uma linha formada por infinitos pontos, que segue uma única direção, não curvas ou ângulos.

Plano: é um conjunto de infinitos pontos composto de duas dimensões.

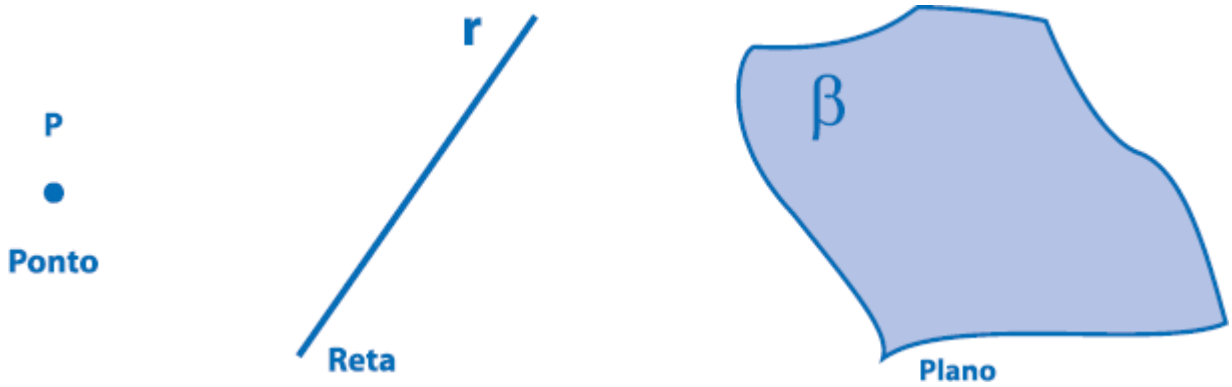
11.7.2. Representação (notação)

→ Pontos serão representados por letras latinas maiúsculas; ex.: A, B, C, ...

→ Retas serão representados por letras latinas minúsculas; ex.: a, b, c, ...

→ Planos serão representados por letras gregas minúsculas.

11.7.3. Representação gráfica



11.8. POSTULADOS OU AXIOMA

Postulados primitivos da geometria, qualquer postulado ou axioma é aceito sem que seja necessária a prova, contanto que não exista a contraprova.

Os principais são:

Axioma (incidência). Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.

Axioma (distinção da reta e do ponto). Toda reta possui pelo menos dois pontos distintos.

Axioma (distinção da reta e do plano). Existem pelo menos três pontos não colineares.

O axioma apresentado garante que “plano é mais do que uma reta”. Também pode ser enunciado como “dado uma reta, existe pelo menos um ponto não pertencente a reta”).

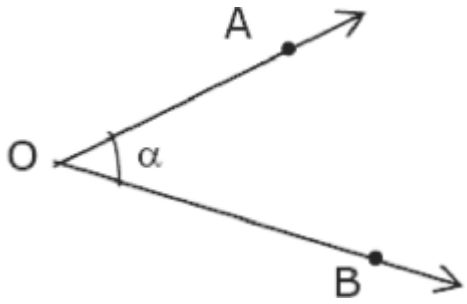
Axioma (existência e unicidade dos paralelos). Dado uma reta e um ponto fora dela, existe uma única reta paralela à reta

dada, passando pelo ponto dado.

11.9. ÂNGULOS

11.9.1. Definição

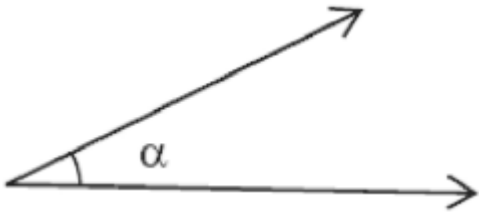
Ângulo é o nome da região formada por duas semirretas de mesma origem.



AÔB ou ângulo α

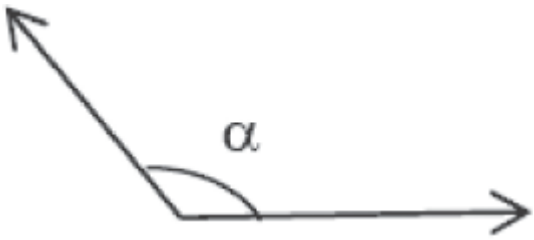
11.9.2. Ângulo agudo

É aquele cuja medida é menor que a de um ângulo reto.

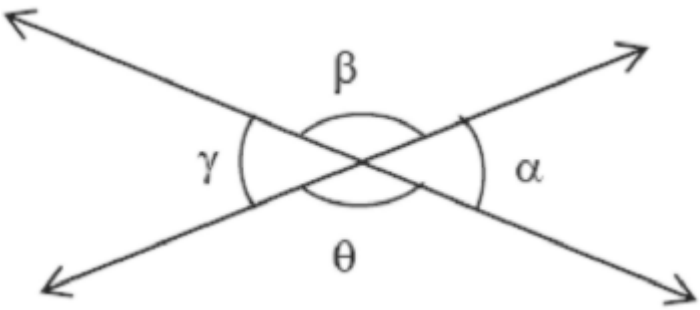


11.9.3. Ângulo obtuso

É aquele cuja medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um raso.



Ângulos complementares: â + ê = 90°
O complemento de um ângulo â é: 90 - â
Ângulos suplementares: â + ê = 180°
O suplemento de um ângulo â: é 180º -â
Ângulos opostos pelo vértice



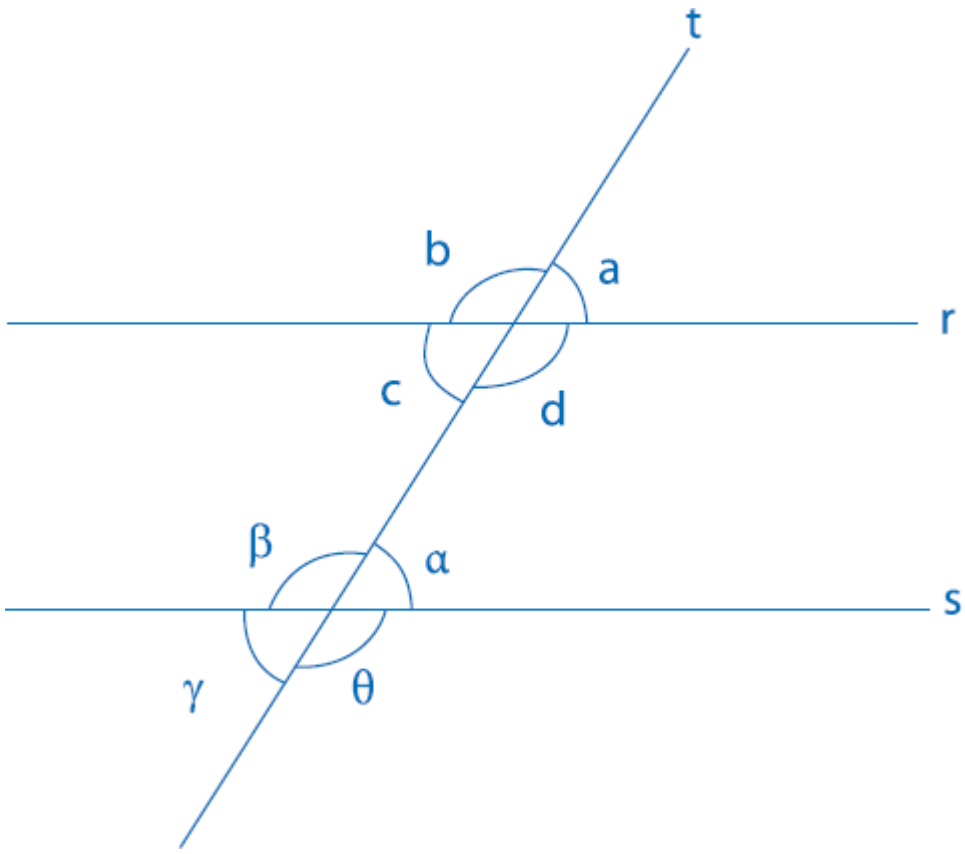
α e γ são opostos pelo vértice.

θ e β são opostos pelo vértice.

Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são congruentes.

11.9.4. Ângulos formados por duas retas paralelas interceptadas por uma transversal

Duas retas paralelas r e s, interceptadas por uma transversal, determinam oito ângulos, assim denominados:



Ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, iguais.

Conclusão: a = α, b = β, c = γ, d = θ

Ângulos opostos pelos vértices são congruentes, ou seja, iguais.

Conclusão: a = c, b = d, α = γ, β = θ

Ângulos alternos são congruentes, ou seja, iguais.

Alternos internos: c = α, d = β

Alternos externos: a = γ, b = θ

11.9.5. Ângulos colaterais

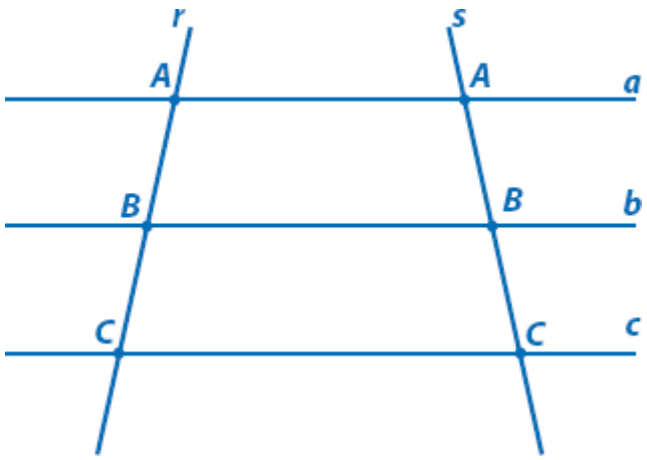
Ângulos colaterais internos: $c + \beta = 180°$, $d + \alpha = 180°$

Ângulos colaterais externos: $a + \theta = 180°$, $b + \gamma = 180°$

O Teorema de Tales pode ser determinado pela seguinte lei de correspondência:

“Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes”.

Para compreender melhor o teorema, observe o esquema representativo a seguir:

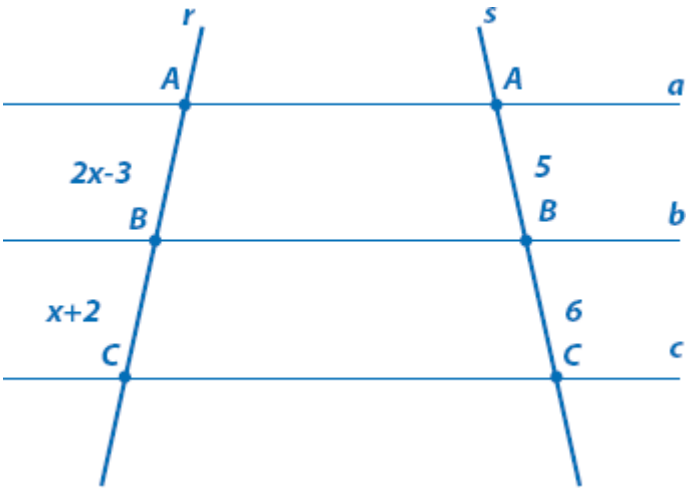


Pela proporcionalidade existente no Teorema, temos a seguinte situação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

11.10. TREINAMENTO

Aplicando a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, determine o valor de x.



Resolução:

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$$

6 (2x - 3) = 5(x + 2)

12x – 18 = 5x + 10

12x - 5x = 10 + 18

7x = 28

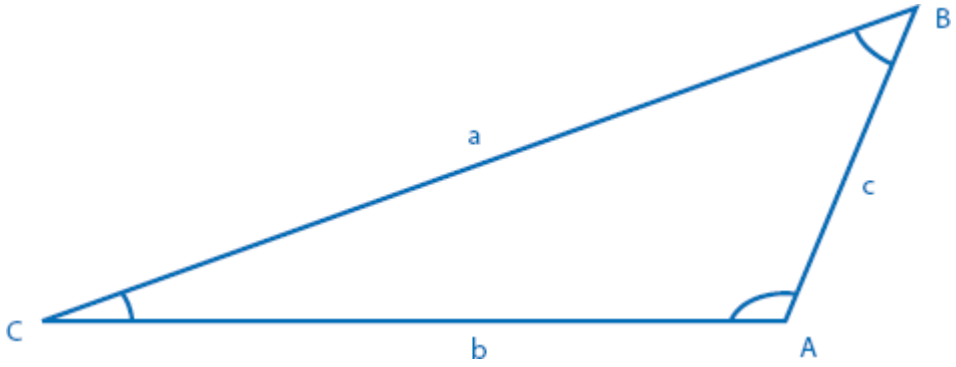
x = 28/7 = 4

Resposta: x = 4.

11.11. TRIÂNGULOS

Os triângulos são polígonos de três lados.

Relações do triângulo:



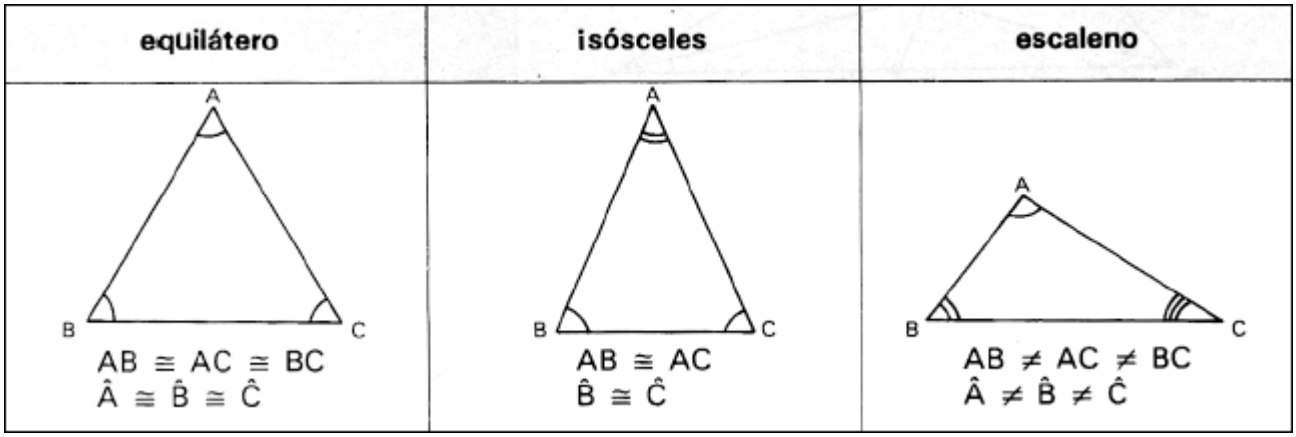
11.11.1. Lados

> ☑ ***Dica:***
>
> Qualquer lado é menor que a soma dos outros lados.
> a < b + c
> b < a + c
> c < a + b

Ângulos:

*A soma dos ângulos internos é igual a 180º

11.11.2. Classificação de acordo com os lados



Equilátero – todos os lados iguais

$$\text{Área} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{h} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \text{ (altura do triângulo equilátero)}$$

Isósceles – dois lados iguais

Escaleno – todos os lados diferentes

11.11.3. Classificação de acordo com ângulos

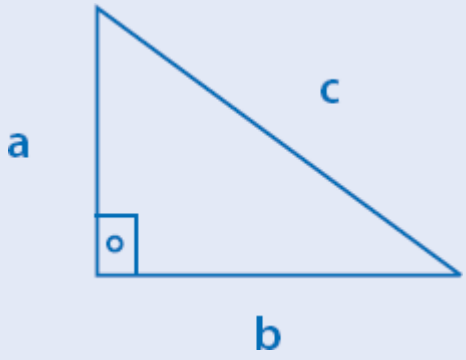
Acutângulo – Um ângulo agudo

Obtusângulo – Um ângulo obtuso

Retângulo – Um ângulo reto

Dica:

No triângulo retângulo temos a seguinte relação.

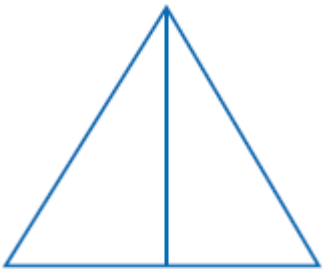


Área = a metade do produto dos catetos.

$$A = \frac{a.b}{2}$$

$a^2 = b^2 + c^2$ (teorema de Pitágoras)

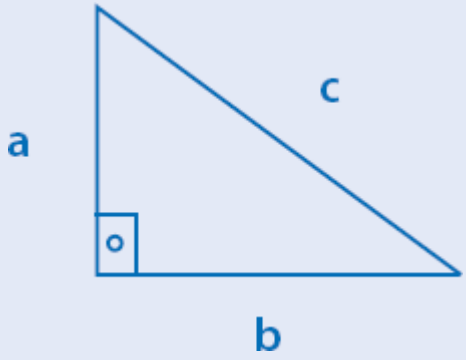
11.11.4. Cálculo da área de um triângulo



$$A = \frac{base\ x\ altura}{2} \text{ (regra clássica)}$$

Dica:

No triângulo retângulo temos a seguinte relação.



A = a metade do produto dos catetos.

$$A = \frac{a.b}{2}$$

No triângulo equilátero (todos os lados iguais)

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

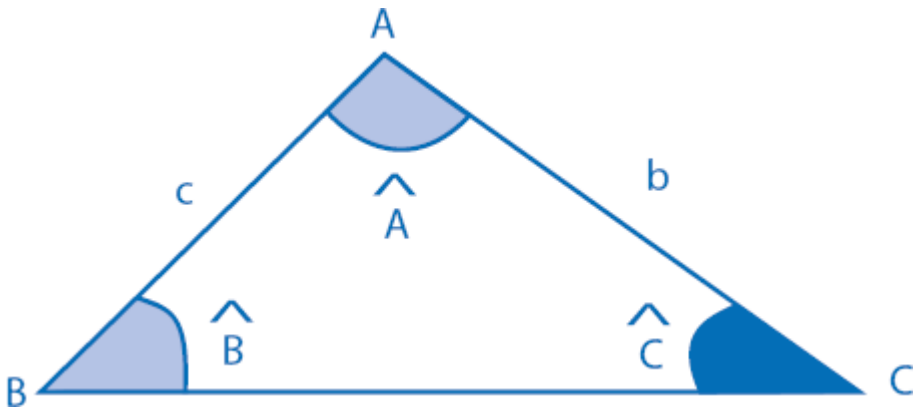
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \text{ (altura do triângulo equilátero).}$$

Fórmula de Heron (em função dos lados)

$$A = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}, \text{ sendo}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Em função do seno de dois lados

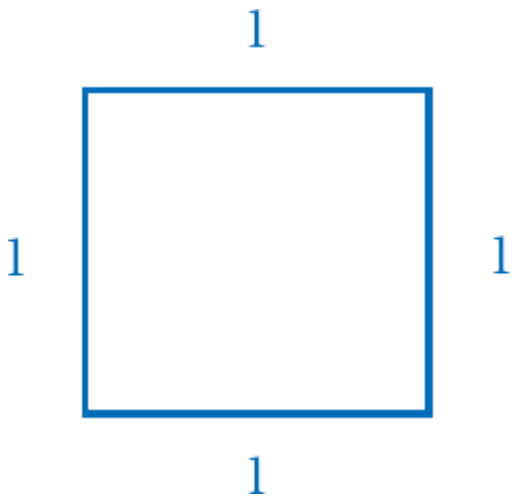


Considerando o ângulo Â, iremos utilizar o sen Â e os lados b e c.

$$A = \frac{b \,.\, c \,.\, \text{sen } \hat{A}}{2}$$

11.11.5. Quadrado

É uma figura que possui 4 lados iguais e lados opostos paralelos.



L = lado.

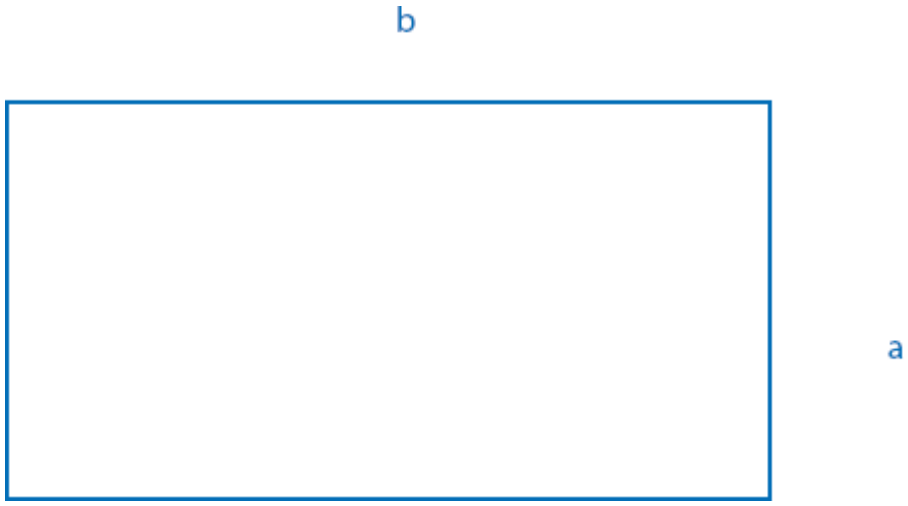
$A = l^2$

Perímetro = 4L

Diagonal = $L\sqrt{2}$

11.11.6. Retângulo

É uma figura que possui 4 lados e os lados opostos são iguais.



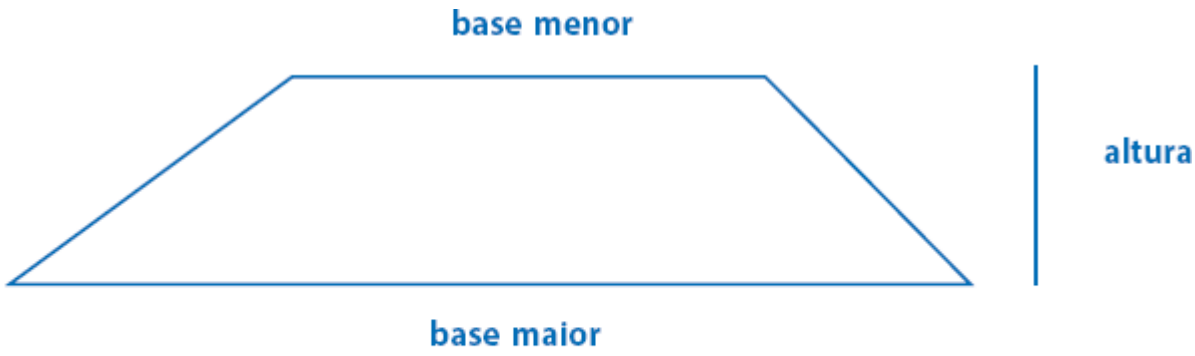
A = a.b

Perímetro = 2a + 2b

$$\text{Diagonal} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

11.11.7. Trapézio

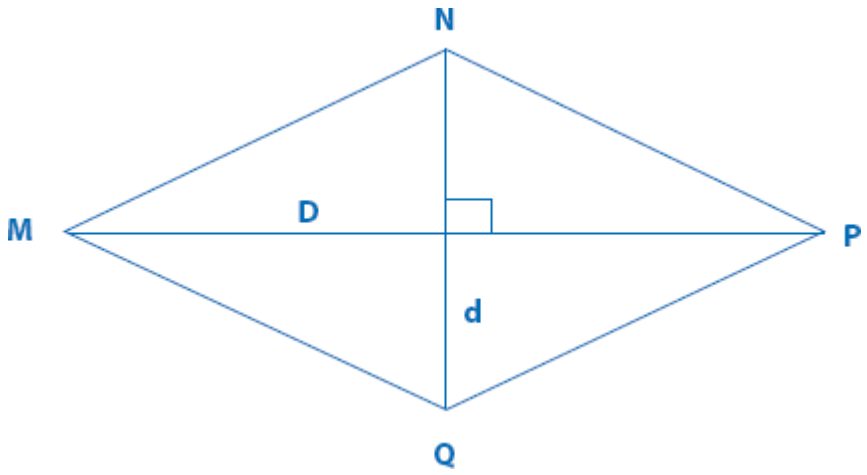
É uma figura que possui quatro lados e um par de lados opostos paralelos (bases do trapézio).



$$A = \frac{(b + B).h}{2}$$

11.11.8. Losango

Um losango é todo paralelogramo (quadrilátero convexo que possui dois pares de lados paralelos) que possui os seus quatro lados congruentes entre si (os lados têm medidas iguais).



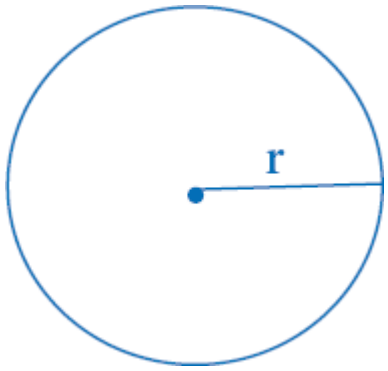
Área = D.d/2

D: diagonal maior

d: diagonal menor

11.11.9. Circunferência

É um conjunto de pontos equidistantes a um ponto central; este ponto central é chamado de centro da circunferência.



D: diâmetro

R: raio

C: comprimento da circunferência (é a medida da linha que forma a circunferência)

π = 3,14159...

11.11.9.1. Relação

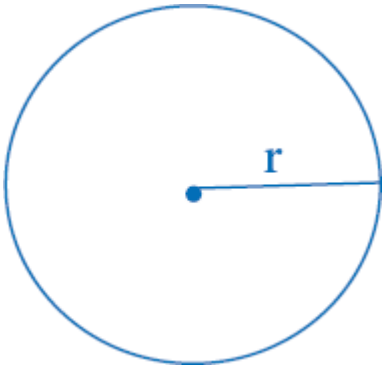
D = 2r

C = 2r.π

Comentário:

Não existe área da circunferência.

Área do Círculo

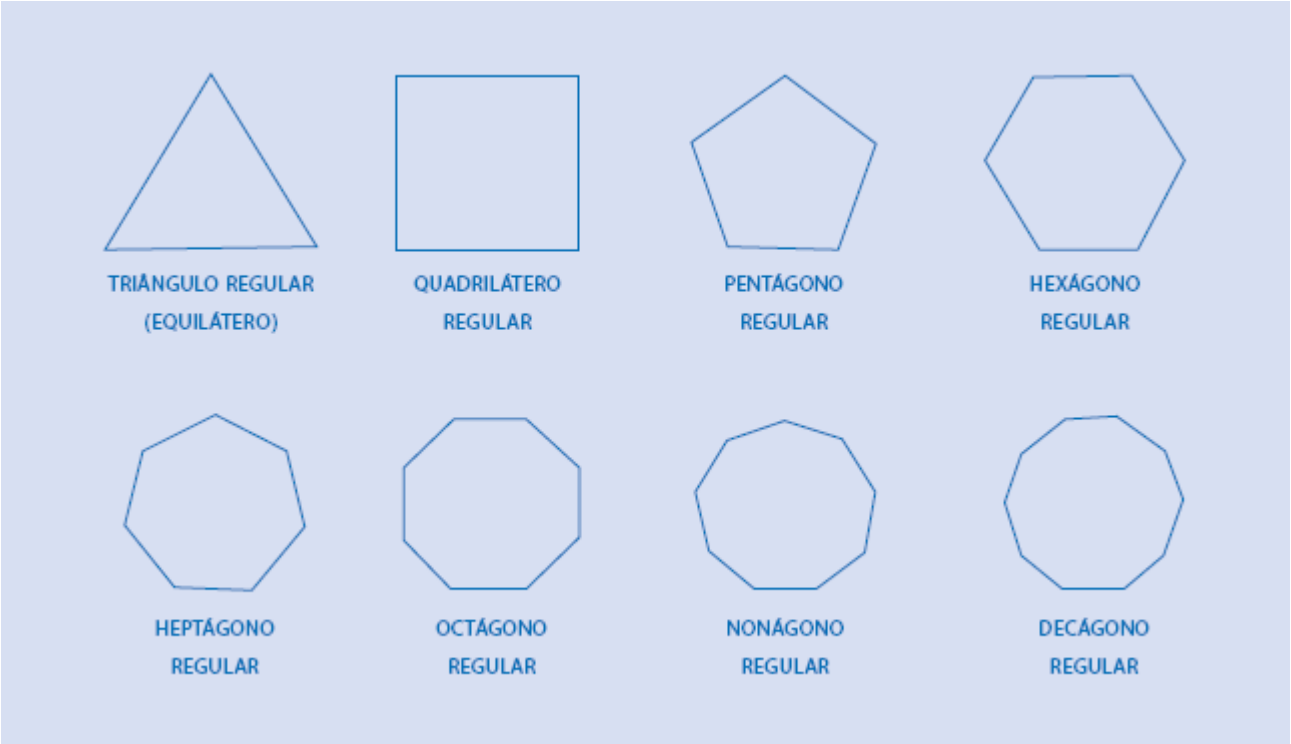


A = r^2 . π

11.11.10. Polígonos regulares

Definição: um polígono diz-se regular se tiver todos os seus lados e ângulos iguais, sejam eles internos ou externos. Todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência

Os principais polígonos regulares são:



Soma dos ângulos internos (S_{ai})

S_{ai} = (n – 2) 180º

Obs.: n: número de lados

Soma dos ângulos externos (Sae)

Sae = 360ª

Ângulo interno (ai)

$$a_i = \frac{(n-2)180^o}{n}$$

> ☑ ***Dica:***
>
> Os ângulos internos são iguais.

Ângulo externo (ae)

$$ae = \frac{360^o}{n}$$

> ☑ ***Dica:***
>
> Os ângulos externos são iguais.

Número de diagonais de um Polígono Regular (D)

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Número de diagonais de cada vértice de um polígono regular (D_v)

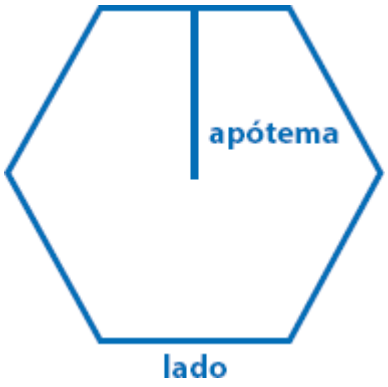
$D_v = (n - 3)$

11.11.11. Cálculo da área de um polígono regular

$$Área = \frac{p.a}{2}$$

p: perímetro

a: apótema (é um segmento perpendicular que liga o centro geométrico da figura ao ponto médio de um determinado lado, sendo perpendicular ao lado).



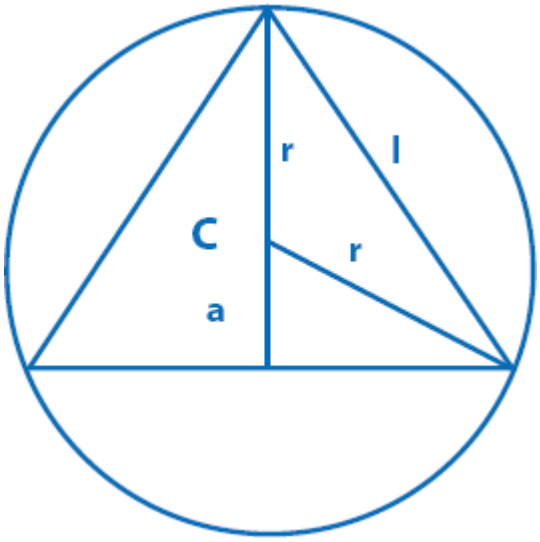
Apótema: $a = \frac{r}{2}$ (metade do raio)

11.11.12. Principais polígonos inscritos

Polígonos inscritos na circunferência significa que eles estão dentro da circunferência. Podemos dizer também que a

circunferência circunscreve o polígono.

11.11.13. Triângulo equilátero inscrito numa circunferência



Apótema: $\frac{L\sqrt{3}}{6}$

Raio: $\frac{2}{3}h$ (2/3 da altura) ou $\frac{l\sqrt{3}}{3}$

Lado: $r\sqrt{3}$

A área do triângulo equilátero inscrito numa circunferência, em função do raio r, é: $A = \frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$

11.11.14. Quadrado inscrito numa circunferência

Apótema: $\frac{r\sqrt{2}}{2}$

Lado: $r\sqrt{2}$

Raio: $\frac{L\sqrt{2}}{2}$

11.11.15. Hexágono inscrito na circunferência

Apótema: $\frac{r\sqrt{3}}{2}$

Raio: l (lado do hexágono)

Área do hexágono: 6. $\frac{L\sqrt{3}}{4}$

Se liga!

Triângulo Equilátero	Quadrado	Hexágono

Apótema: $\frac{r}{2}$	Apótema: $\frac{r\sqrt{2}}{2}$	Apótema: $\frac{r\sqrt{3}}{2}$
Raio: $\frac{L\sqrt{3}}{3}$	Raio: $\frac{L\sqrt{2}}{2}$	Raio: L

Podemos observar um padrão no apótema.

Todos os termos são divididos por 2 e seguimos a sequência: $r - r\sqrt{2} - r\sqrt{3}$

O padrão do raio é a redução do denominador de 1 em 1 e o número segue a sequência: $L\sqrt{3} - L\sqrt{2} - L$

11.11.16. Principais polígonos circunscritos

A circunferência está dentro dos polígonos.

☑ ***Dica:***

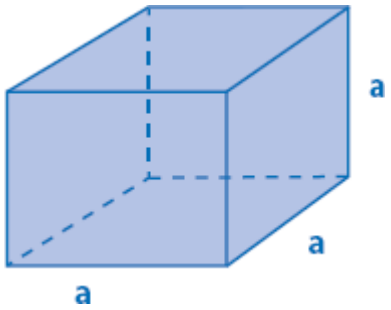
Nos polígonos circunscritos a uma circunferência, apótema = raio.

Triângulo Equilátero	Quadrado	Hexágono
Apótema: $\frac{h}{2}$ ou $\frac{L\sqrt{3}}{6}$	Apótema: $\frac{L}{2}$	Apótema: $\frac{L\sqrt{3}}{2}$

11.11.17. Área e volume das principais figuras espaciais

11.11.17.1. Cubo

Um paralelepípedo retângulo com todas as arestas congruentes (a = b = c) recebe o nome de cubo. Dessa forma, as seis faces são quadrados.



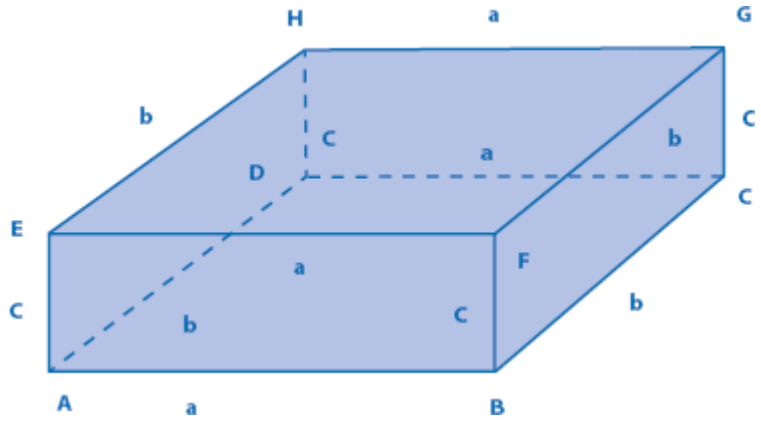
Área da base = l^2 (A base é um quadrado)

Área lateral: AL = $4a^2$ (são 4 quadrados laterais)

Área total: $6a^2$

Volume: V= a . a . a = a^3

11.11.17.2. Paralelepípedo retângulo



Área da base: a . b

Área lateral = ac + bc + ac + bc = 2ac + 2bc =AL = 2(ac + bc)

Área total: AT = 2(ab + ac + bc)

Volume: a.b.c

Obs.: c = h (altura do paralelepípedo)

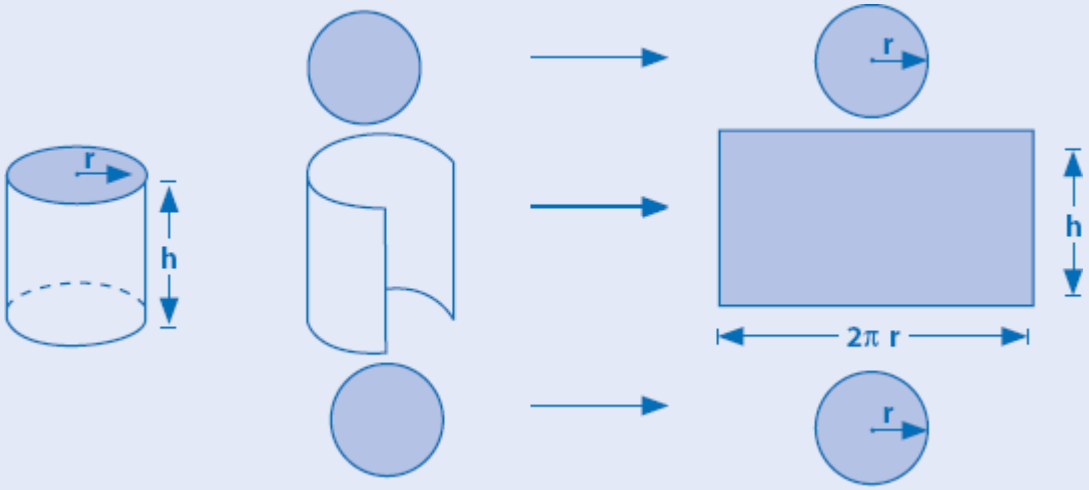
11.11.17.3. Cilindro

Área da base (AB): área do círculo de raio r: Ab = $\pi.r^2$

Área lateral (AL) = 2.π.r.h

Se liga!

Pode-se observar a área lateral de um cilindro fazendo a sua planificação:



Assim, a área lateral do cilindro reto cuja altura é h e cujos raios dos círculos das bases são r e um retângulo.

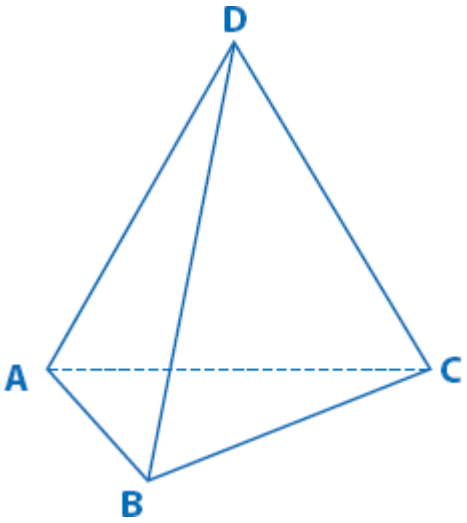
Área total (AT): soma da área lateral com as áreas das bases

AT = Al + 2AB = 2.π.r.h + 2$\pi.r^2$ = = 2.π.r(h + r)

Volume: $\mathbf{V = A_b . h = \pi r^2 h}$

11.11.17.4. Tetraedro

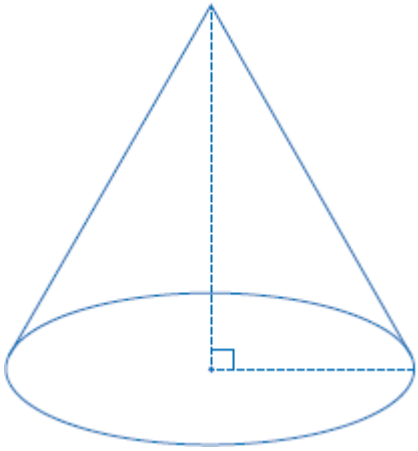
É uma figura formada por quatro triângulos.



Área total: At= $a^2\sqrt{3}$

Volume: $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

11.11.17.5. Cone



Áreas do cone circular reto:

Área da base (Ab) = $A_B = \pi R^2$

Área Lateral: Al = πRg

Área Total: πR (g + R)

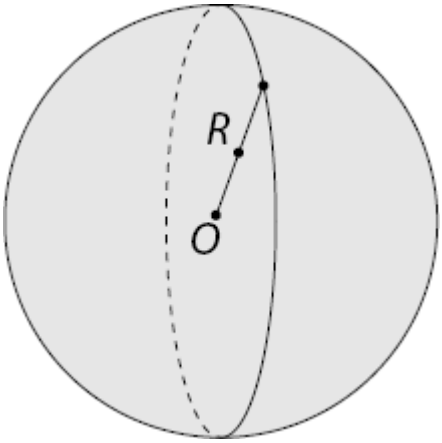
Volume: $V_{Cone} = \frac{1}{3} .r^2.\pi.h$

Se liga!

Volume do tronco de cone: $V = \frac{\pi h(r^2 + rR + R^2)}{3}$

R: raio da circunferência maior
r: raio da circunferência menor

11.11.17.6. Esfera



Área total: $4\pi r^2$

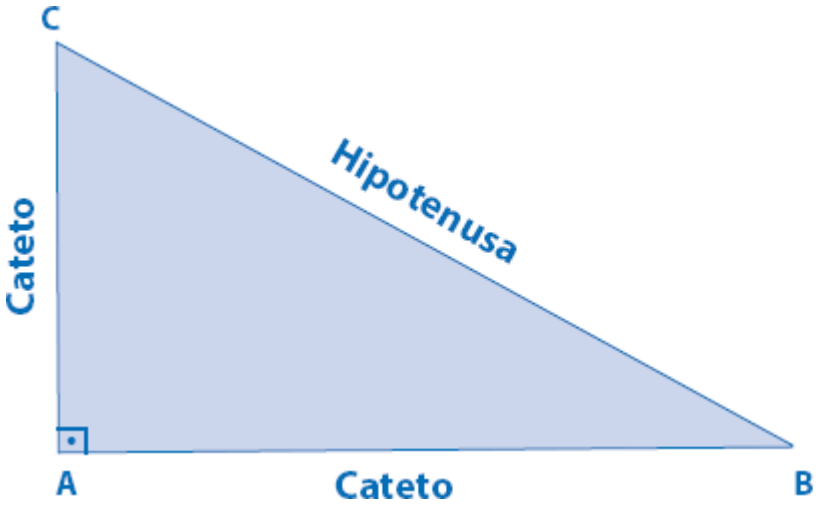
Volume: $\frac{4\pi r^3}{3}$

11.12. RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

11.12.1. Catetos e hipotenusa

Em um triângulo, chamamos o lado oposto ao ângulo reto de hipotenusa e os lados adjacentes de catetos.

Observe a figura:

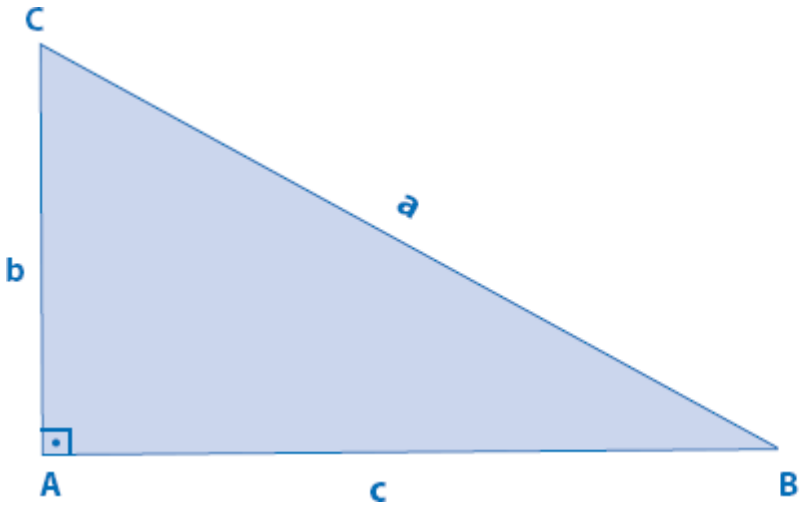


Hipotenusa: $\overline{BC}$

Catetos: $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$

Seno, Cosseno e Tangente

Considere um triângulo retângulo *BAC*:



Hipotenusa: $\overline{BC}$ $m(\overline{BC}) = a$.

Catetos: $\overline{AC}$, $m(\overline{AC}) = b$.

$\overline{AB}$, $m(\overline{AB}) = c$.

Ângulos: $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$.

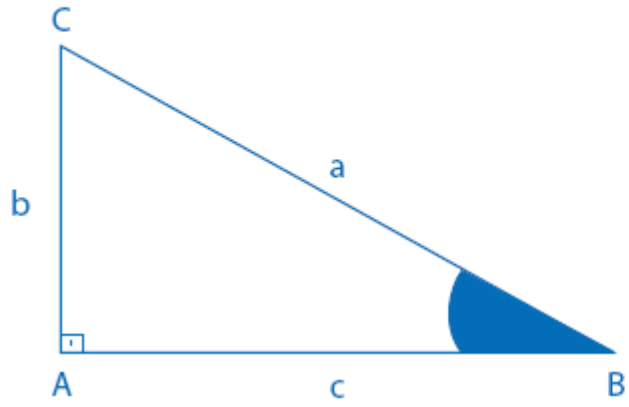
Tomando por base os elementos desse triângulo, podemos definir as seguintes razões trigonométricas:

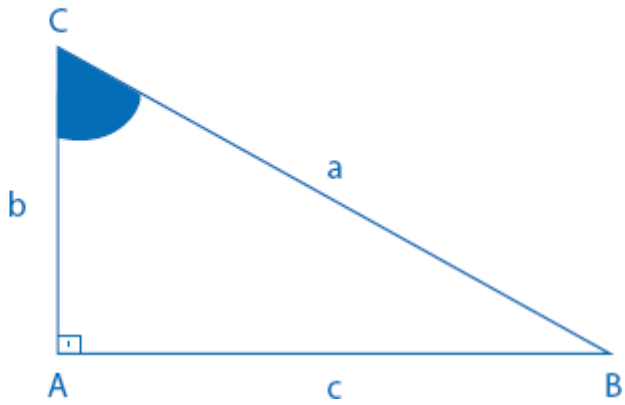
- Seno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{a} \qquad \operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{a}$$



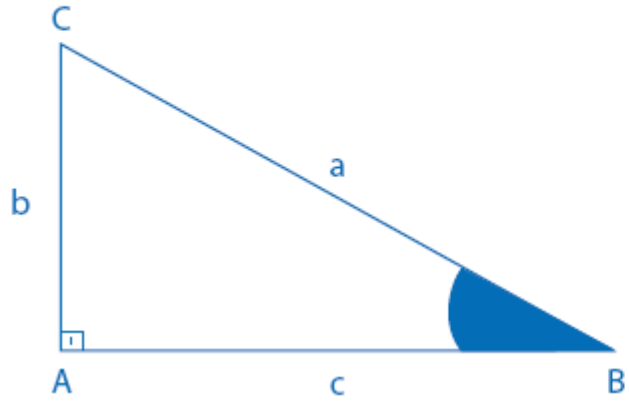


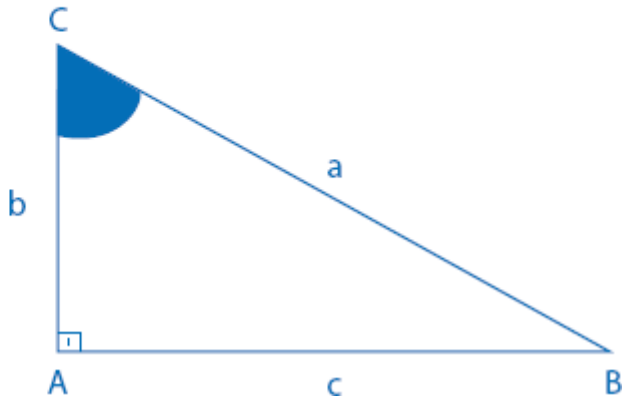
- Cosseno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a} \qquad \cos \hat{C} = \frac{b}{a}$$



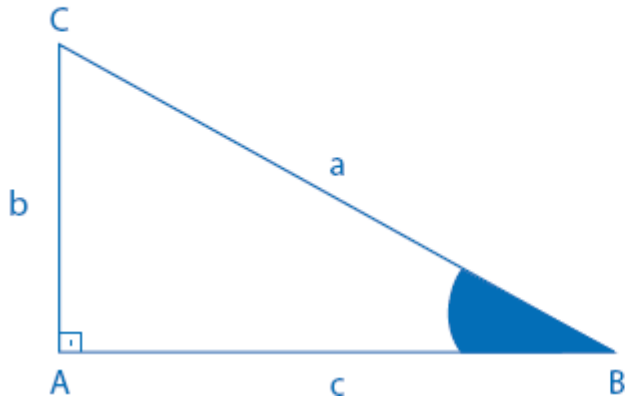


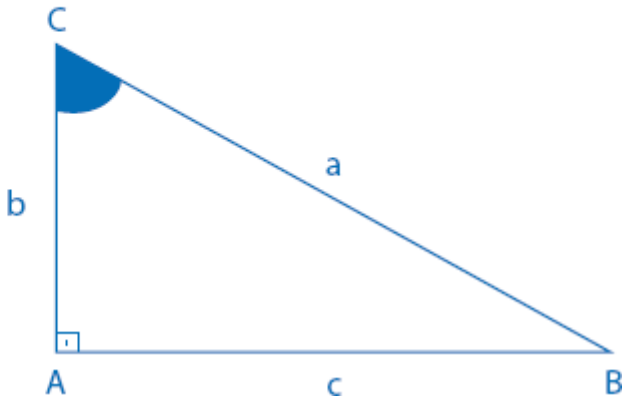
- Tangente de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente a esse ângulo.

$$\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$$

Assim:

$$\operatorname{tg}\hat{B} = \frac{b}{c} \qquad \operatorname{tg}\hat{C} = \frac{c}{b}$$





- **Resumindo**

	0º	30º	45º	60º	90º
SEN	0	1/2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
COS	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1/2	0
TAN	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

11.13. TREINAMENTO COMENTADO

9. **(CESGRANRIO) Em um terreno de 800 m^2 será construída uma casa que ocupará uma área retangular de 25 m de comprimento por 15 m de largura. A área livre do terreno, em m^2, será de:**

(A) 575.
(B) 525.
(C) 475.
(D) 425.
(E) 375.

Resolução:

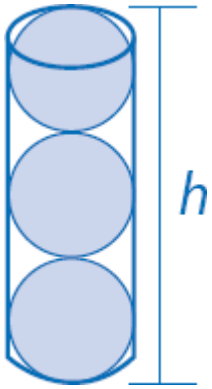
A área da casa é um retângulo, a área dessa figura é obtida por meio do produto dos lados.

Área da casa = 25 . 15 = 375 m^2.

Área livre = 800 - 375 = 425 m^2.

Resposta: letra D.

10. **(CESGRANRIO)**



Uma bola de borracha perfeitamente esférica tem 2,6 cm de raio. A altura mínima h, em cm, de uma embalagem cilíndrica na qual é possível acomodar 3 bolas, como mostra a figura acima, é de:

(A) 7,8.
(B) 9,8.
(C) 12,6.
(D) 14,6.
(E) 15,6.

Resolução:

A altura de cada bola é o dobro do raio.

Altura da bola: 2 . 2,6 = 5,2.

A altura do cilindro: 3 . altura da bola.

A altura do cilindro = 3 . 5,2 = 15,6.

Resposta: letra E.

---

11. (CESGRANRIO) Uma seringa de forma cilíndrica tem 8 cm de comprimento e 1,6 cm de diâmetro. A quantidade, em mililitros, de remédio líquido que essa seringa contém quando cheia até 50% de sua capacidade é, aproximadamente, de:

(A) 2.
(B) 4.
(C) 8.
(D) 12.
(E) 16.

Resolução:

A nossa figura é um cilindro e possui as seguintes medidas:

D = 2 r.

R = 0,8 cm.

h = 8 cm.

$V = \pi.r^2.h$ (o volume do cilindro é o produto da área da base com a altura, h)

$V = 3,14.(0,8)^2.8$

V = 16,07

O volume é a metade da capacidade total: 8,035 = 8 (valor aproximado).

Resposta: letra C.

---

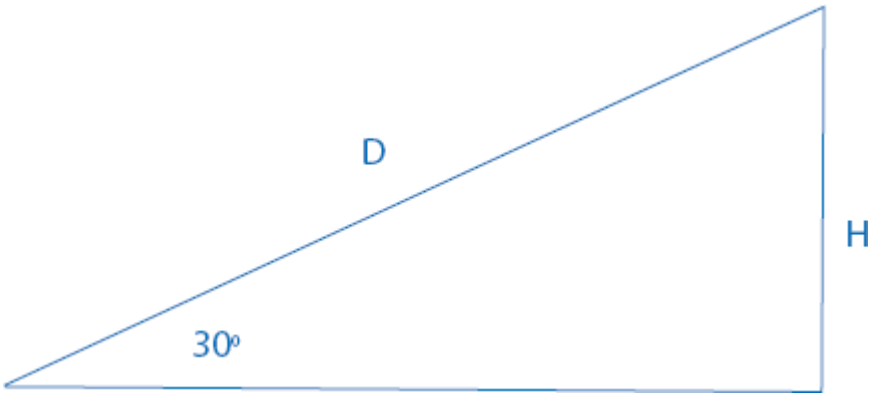
12. (ESAF AFRB 2009) Um projétil é lançado com um ângulo de 30º em relação a um plano horizontal. Considerando que a sua trajetória inicial pode ser aproximada por uma linha reta e que sua velocidade média, nos cinco

primeiros segundos, é de 900 km/h, a que altura em relação ao ponto de lançamento este projétil estará exatamente cinco segundos após o lançamento?

(A) 0,333 km.
(B) 0,625 km.
(C) 0,5 km.
(D) 1,3 km.
(E) 1 km.

Resolução:

Temos a seguinte figura:



D = distância percorrida pelo projétil.

H = altura do projétil em relação ao solo.

900 km/h: 3,6 = 250 m/s.

> ☑ ***Dica:***
>
> Km/h para transformar em m/s basta dividir por 3,6.

250 m/s, logo, a cada 1 segundo o projétil percorre 250 metros.

D = 250 . 5 = 1.250 m ou 1,25 km.

$$\text{Sen } 30^o = \frac{h}{1{,}250}.$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{1{,}250}$$

$$2h = 1{,}25$$

$$H = \frac{1{,}25}{2} = 0{,}625 \text{ km}.$$

Resposta: letra B.

---

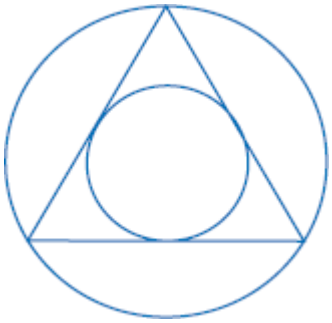
13. (ESAF 2010) Um círculo está inscrito em um triângulo equilátero que, por sua vez, está inscrito em outro círculo. Determine a razão entre a área do círculo maior e a área do círculo menor.

(A) $\sqrt{3}$.

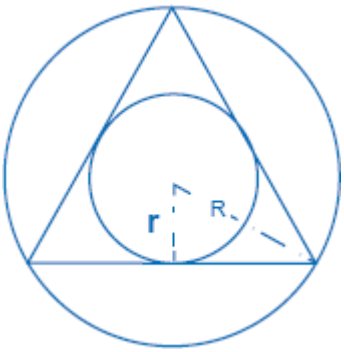
(B) 2.
(C) 3.
(D) $\sqrt{2}$.
(E) 4.

Resolução:

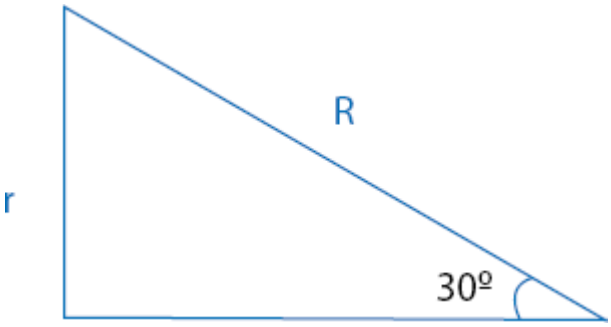
A partir das informações do texto, temos a seguinte figura:



Precisamos encontrar o raio do círculo maior (R) e o raio do circulo menor (r).
Agora, temos o seguinte desenho dos raios.



A partir dessa figura, podemos montar a seguinte relação:



Obs.: o triângulo formado pelos raios e pela metade do lado do triângulo é retângulo e possui um ângulo de 30º, pois o triângulo do enunciado é equilátero.

Sen 30º = $\frac{r}{R}$

$$\frac{1}{2} = \frac{r}{R}$$

R = 2 r

Para finalizar, vamos calcular a razão entre as áreas.

$$\frac{\pi R^2}{\pi(r^2)} = \frac{\pi(2r^2)}{\pi(r^2)} = \frac{\pi 4(r^2)}{\pi(r^2)} = 4$$

Resposta: letra E.

---

14. (ESAF CGU 2008) Um quadrilátero convexo circunscrito a uma circunferência possui os lados a, b, c e d, medindo (4 x -9), (3 x +3), 3 x e 2 x, respectivamente. Sabendo-se que os lados a e b são lados opostos, então o perímetro do quadrilátero é igual a:

(A) 25.
(B) 30.
(C) 35.
(D) 40.
(E) 50.

Resolução:

☑ ***Dica:***

Para resolver essa questão devemos utilizar o teorema do quadrilátero circunscrito:

Teorema do quadrilátero circunscrito: um quadrilátero está circunscrito a uma circunferência se e somente se a soma das medidas dos lados opostos é igual à soma das medidas dos outros dois lados.

a + b = c + d

4x – 9 + 3x + 3 = 2x + 3x

4x + 3x - 3x - 2x = 9 - 3

2x = 6

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

Lado a = 4 . 3 - 9 = 12 - 9 = 3

Lado b = 3 . 3 + 3 = 9 + 3 = 12

Lado c = 3 . 3 = 9

Lado d = 2 . 3 = 6

Agora, para finalizar, precisamos encontrar o perímetro (soma dos lados).

P = 3 + 12 + 9 + 6 = 30.

Resposta: letra B.

---

15. (CESGRANRIO) Uma torta de chocolate foi dividida em 12 fatias iguais, das quais foram consumidas 4 fatias. Sendo a torta um cilindro reto de 30 cm de diâmetro e 6 cm de altura, qual é, em cm^3, o volume correspondente às fatias que sobraram?

(A) 450 π.
(B) 900 π.
(C) 1.350 π.
(D) 1.800 π.
(E) 3.600 π.

Resolução:

V cilindro = $raio^2$.altura.π.

Raio = 15 cm (o raio é a metade do diâmetro).

Altura = 6 cm.

$V = 15^2 . 6\pi = 225 . 6\pi = 1.350\pi$ (volume total).

A torta foi divida em 12 fatias iguais, logo, $1.350\ \pi/12 = 112,5\pi$ (volume de cada fatia).

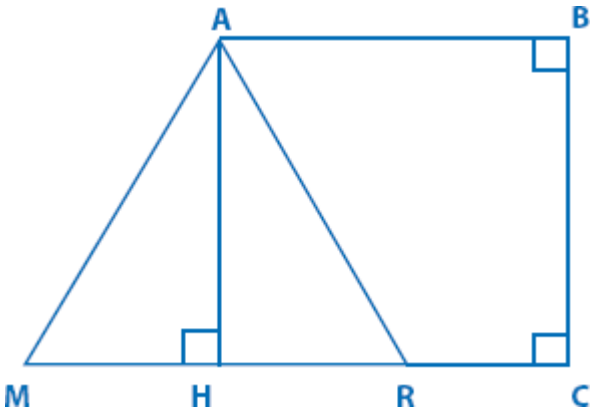
Obs.: sobraram 8 fatias.

$R = 112,5\ \pi . 8 = 900\ \pi$.

Resposta: letra B.

---

16. (CESGRANRIO) Na figura abaixo, temos o triângulo equilátero MAR, de área S, e o retângulo ABCH, de área 11S/6.



Observe que o segmento AH é uma das alturas do triângulo MAR.
A área do trapézio ABCR é:

(A) 2 S/3.
(B) 3 S/5.
(C) 7S/4.
(D) 5S/4.
(E) 4S/3.

Resolução:

Área do retângulo ABCH = 11S/6.

Área do triângulo equilátero = S.

Área do trapézio = área do retângulo – a metade da área do triângulo equilátero.

A área do trapézio ABCR = 11S/6 – S/2 = 8S/6 (simplificando por 2) 4S/3.

Obs.: no triângulo equilátero altura = mediana (segmento que liga o vértice ao ponto médio do lado oposto).

Resposta: letra E.

---

17. (ESAF AFT 2006) Em um polígono de n lados, o número de diagonais determinadas a partir de um de seus vértices é igual ao número de diagonais de um hexágono. Desse modo, n é igual a:

(A) 11.
(B) 12.
(C) 10.
(D) 15.
(E) 18.

Resolução:

O número de diagonais de um polígono é $D = \frac{n(n-3)}{2}$.

O hexágono possui 6 lados.

$$D = \frac{6(6-3)}{2} = \frac{6.3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

O número de diagonais de cada lado é (n – 3).

d = (n – 3)

9 = n – 3

9 + 3 = n

12 = n

N = 12

Resposta: letra B.

---

18. (AFT – 2010/ESAF) Quando se faz alguns lados de um polígono tenderem a zero ele degenera naturalmente em um polígono de menor número de lados podendo até eventualmente degenerar em um segmento de reta. Dessa maneira, considere um quadrilátero com duas diagonais iguais e de comprimento $5\sqrt{2}$ cada uma. Sendo A a área desse quadrilátero, então:

(A) A = 25.

(B) 25 ≤ A ≤ 50.

(C) $5\sqrt{2}$ < A ≤ 25.

(D) 0 ≤ A ≤ 25.

(E) A ≥ 25.

Resolução:

As duas diagonais são iguais, logo, temos um quadrado.

D = $l\sqrt{2}$

D = diagonal e l =lado do quadrado.

$5\sqrt{2} = l\sqrt{2}$

L = 5.

Área do quadrado é l^2.

$A = 5^2 = 25$.

Conclusão: o maior valor da área desse quadrilátero é 25 u.a (u.a: unidade de área).

Resposta: letra D.

---

19. (ESAF AFRFB 2014) Um polígono regular possui 48 diagonais que não passam pelo seu centro. A partir desta informação, pode-se concluir que o número de lados desse polígono é igual a:

(A) 12.

(B) 36.

(C) 24.

(D) 48.

(E) 22.

Resolução:

Diagonal é um segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos ou dois vértices não pertencentes a uma mesma face de um poliedro.

Se liga (na legenda)!

D: total de diagonais.
Dc: total de diagonais que passam pelo centro.
Dp: total de diagonais que não passam pelo centro.

Fórmulas:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

D = Dc + Dp

$$Dc = \frac{n}{2}$$

Obs.: Dp = 48

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{n}{2} + 48$$

Dica:

Temos uma equação de primeiro grau, por isso é necessário colocar no mesmo denominador e depois cortar o denominador.

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{n+96}{2}$$

Dica:

As equações estão no mesmo denominador, por isso podemos cortar.

$n(n-3) = n + 96$

$n^2 - 3n = n + 96$

$n^2 - 3n - n = 96$

$n^2 - 4n - 96 = 0$

$n^2 - 4n - 96 = 0$

$a = 1$, $b = -4$ e $c = -96$

• 1ª etapa: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - -4\ (1)\ (-96)$

$\Delta = 16 + 384 = 400$

• 2ª etapa: Fórmula de Bhaskara

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$X = \frac{-(-4) \pm \sqrt{400}}{2.1}$$

$$X = \frac{4 \pm 20}{2}$$

$$X_1 = \frac{4 + 20}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$X_2 = \frac{4 - 20}{2} = \frac{-16}{2} = -8 =$$

Resolvendo a equação $n^2 - 4n - 96 = 0$, temos as seguintes raízes $n_1 = 12$ e $n_2 = -8$ (não podemos ter quantidade negativa para o número de lados).

O número de lados do polígono regular é igual a 12.

Resposta: letra A.

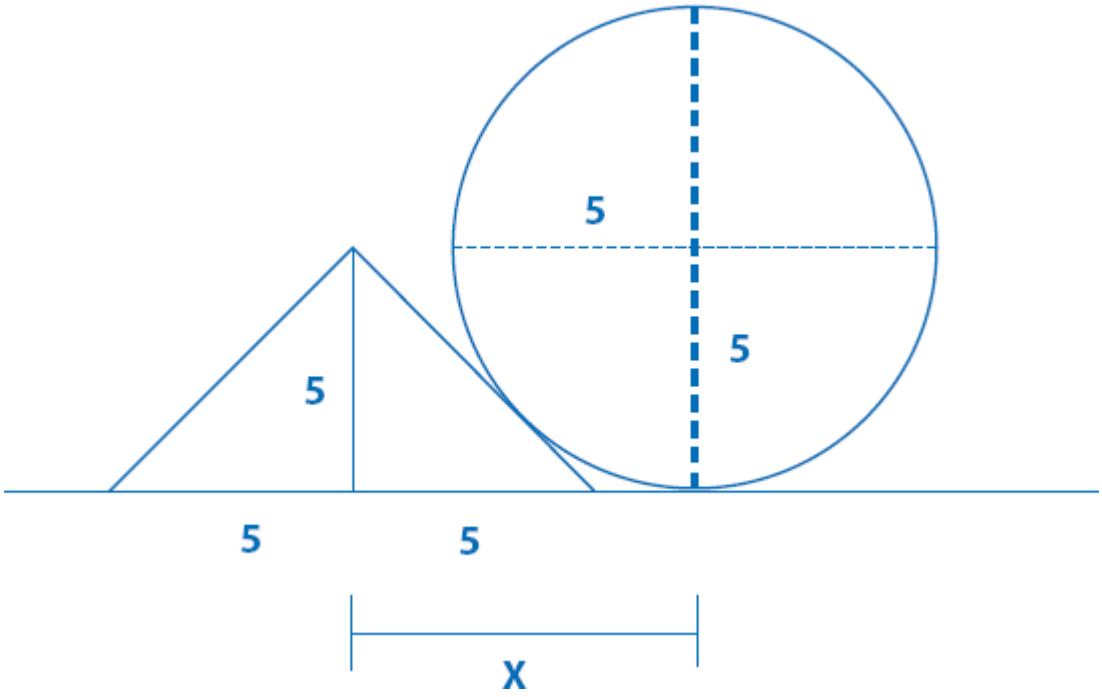
---

20. (ATRFB 2009) Em uma superfície plana horizontal, uma esfera de 5 cm de raio está encostada em um cone circular reto em pé com raio da base de 5 cm e 5 cm de altura. De quantos cm é a distância entre o centro da base do cone e o ponto onde a esfera toca na superfície?

(A) 5.
(B) $5\sqrt{2}$
(C) $5 + 5\sqrt{2}/2$
(D) 7,5.
(E) 10.

Resolução:

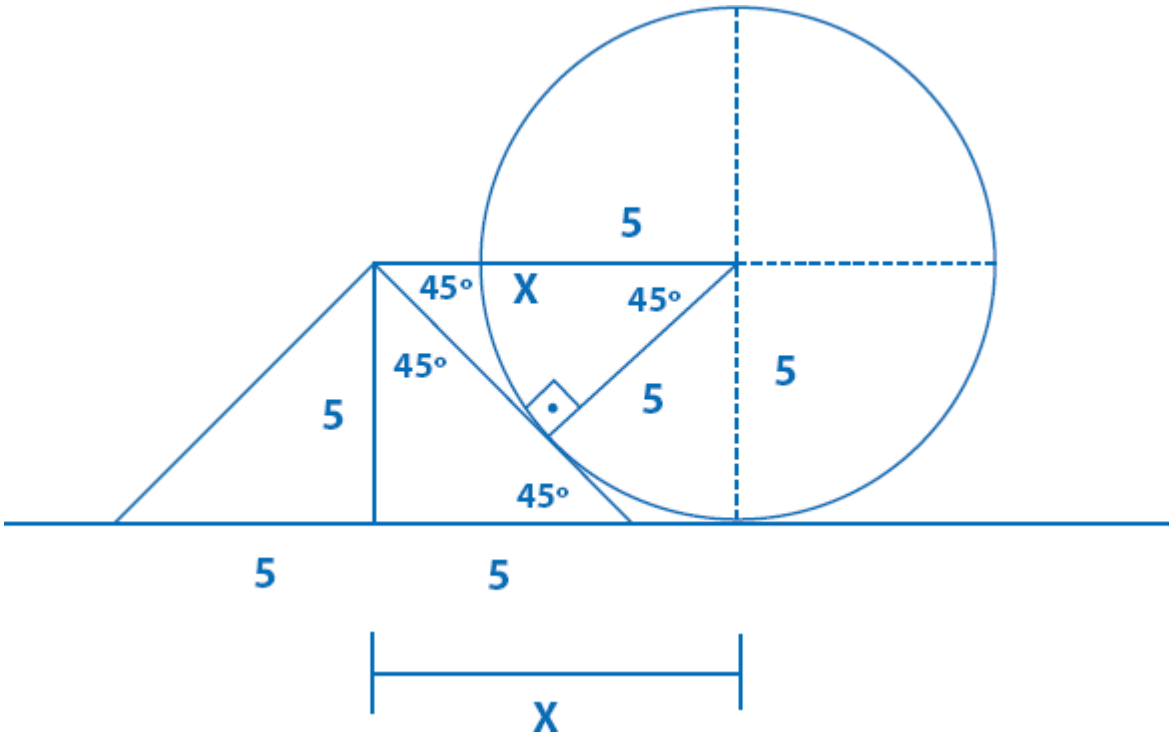
Primeiro vamos visualizar a figura gerada pelas informações do texto.



☑ ***Dica:***

X é a distância entre o centro da base do cone e ponto onde a esfera toca o chão.

Podemos formar o seguinte triângulo:

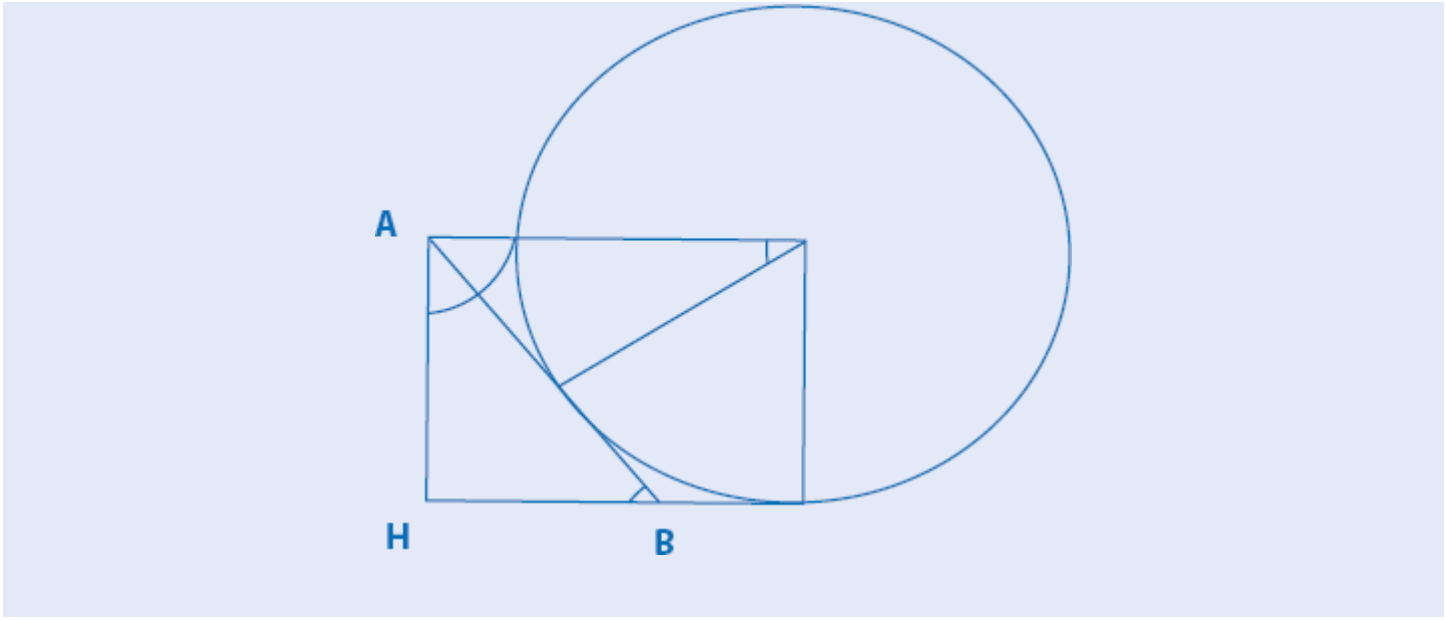


Temos dois triângulos: o triângulo AHC e o triângulo BDE.

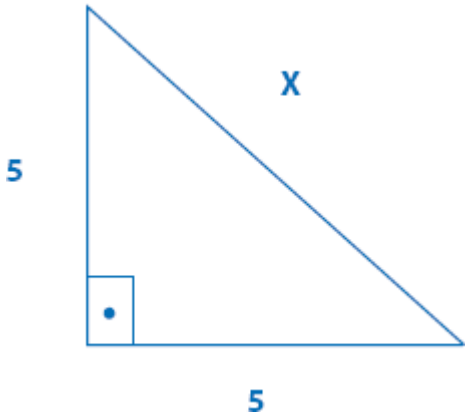
Devemos observar que o triângulo é semelhante ao triângulo AHC pelo caso ângulo – lado – ângulo.

☑ ***Dica:***

Observe o desenho abaixo, que demonstra a semelhança entre eles:



Temos o seguinte triângulo retângulo:



$X^2 = 5^2 + 5^2$

$X^2 = 25 + 25$

$X^2 = 50$

$X^2 = \sqrt{50}$ dica: $50 = 2 \cdot 5^2$

$X^2 = \sqrt{2.5^2}$ dica: o número 5 sai da raiz, pois o expoente é igual ao índice da raiz.

$X = 5\sqrt{2}$

Resposta: letra D.

Texto para a questão 21

Desde dezembro de 2009, uma aeronave não tripulada sobrevoa e monitora as fronteiras do Brasil com o Paraguai, o Uruguai e a Argentina na região de Foz do Iguaçu. Ao todo, serão 6 estações equipadas com 2 aeronaves cada, operadas pela Polícia Federal, somando investimento da ordem de US$ 655,6 milhões.

Segurança pública com cidadania. Equipe

CGPLAN/MJ, agosto/2010 (com adaptações).

Considere que tenham sido sugeridos os seguintes critérios para a escolha das rotas de voo da aeronave mencionada no texto acima.

→ Se a rota passar pelo Brasil ou pelo Paraguai, então ela deverá passar pelo Uruguai;

→ Se a rota passar pelo Paraguai, então ela não deverá passar pela Argentina;

→ Se a rota passar pelo Uruguai e pela Argentina, então ela deverá passar pelo Paraguai.

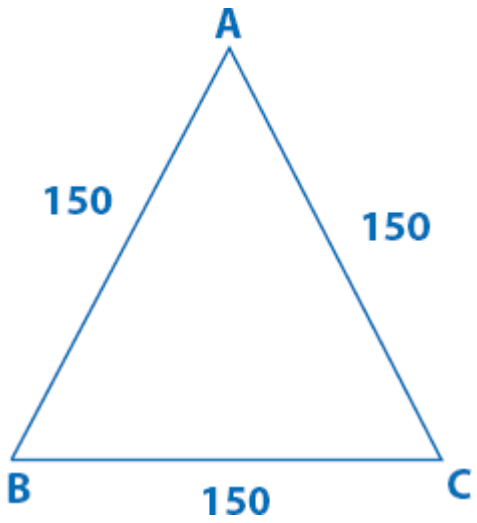
Suponha, também, que as estações A, B e C tenham sido construídas em pontos equidistantes, de modo que a distância de uma dessas três estações para outra seja de 150 km.

Com referência às informações contidas no texto acima e às considerações hipotéticas que a ele se seguem, e considerando 1,73 como valor aproximado para $\sqrt{3}$, julgue os itens seguintes.

21. Supondo que uma nova estação, D, seja instalada em um ponto equidistante das estações A, B e C, então a distância da estação D para as estações A, B e C será inferior a 87 km.

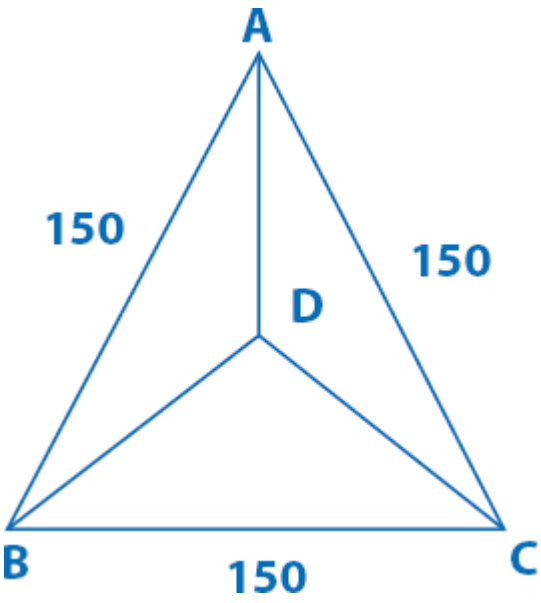
Resolução:

Resumo: suponha, também, que as estações A, B e C tenham sido construídas em pontos equidistantes, de modo que a distância de uma dessas três estações para outra seja de 150 km. Podemos concluir a seguinte figura:



Resumo: a estação D deve ser equidistante as três estações.

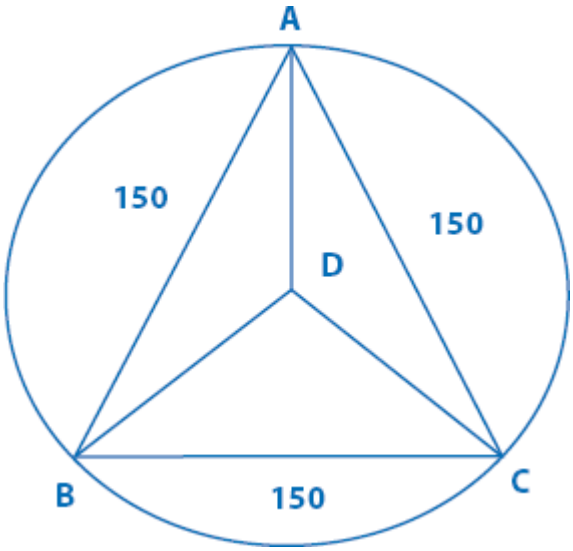
Para que isso aconteça é necessário que o ponto D esteja dentro do triângulo.



Como calcular a distância de D aos outros vértices?

A questão exigiu um conhecimento específico de geometria plana, principalmente de circunferência e triângulo equilátero inscrito na circunferência.

O ponto D representa o centro da circunferência que circunscreve o triângulo (a mesma ideia de triângulo inscrito na circunferência). Essa visualização é a forma mais simples para resolver a questão.



O raio da circunferência de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência é igual a 2/3 da altura do triângulo equilátero.

Obs.: altura de um triângulo equilátero: $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

$$R = \frac{2}{3} . \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$$

Obs.: se temos dois em cima e embaixo, então podemos simplificar que esse caso representa o corte (sumiço) do número 2.

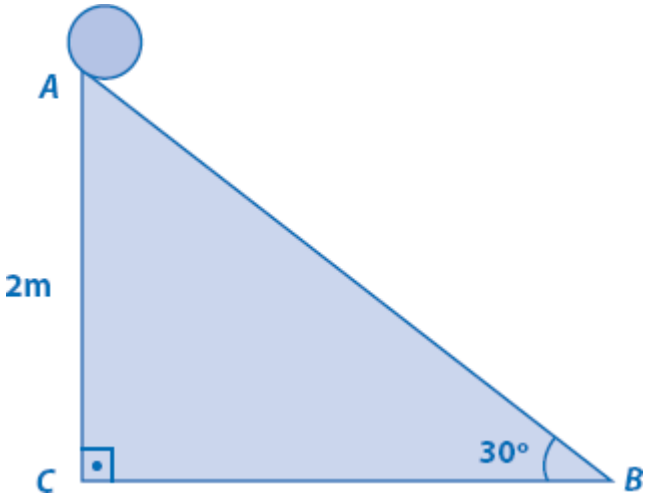
L = 150 e $\sqrt{3}$ = 1,73 (valor fornecido no texto da questão)

$$R = \frac{150\sqrt{3}}{3} = 50\sqrt{3} = 50 \,.\, 1{,}73 = 86{,}5.$$

Resposta: item CERTO.

---

22. (ESAF ATRFB 2012) Uma esfera foi liberada no ponto A de uma rampa. Sabendo-se que o ponto A está a 2 metros do solo e que o caminho percorrido pela esfera é exatamente a hipotenusa do triângulo retângulo da figura abaixo, determinar a distância que a esfera percorreu até atingir o solo no ponto B.



(A) 5 metros
(B) 3 metros
(C) 4 metros
(D) 6 metros
(E) 7 metros

Resolução:

Temos um ângulo de 30º, um triângulo retângulo e cateto oposto ao ângulo é igual a 2. A distância de AB corresponde a hipotenusa.

$$\text{Seno} = \frac{cateto \quad oposto}{hipotenusa}$$

$$\text{Sen } 30^{o} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{x}$$

X= 2 . 2 = 4 metros.

Resposta: letra C.

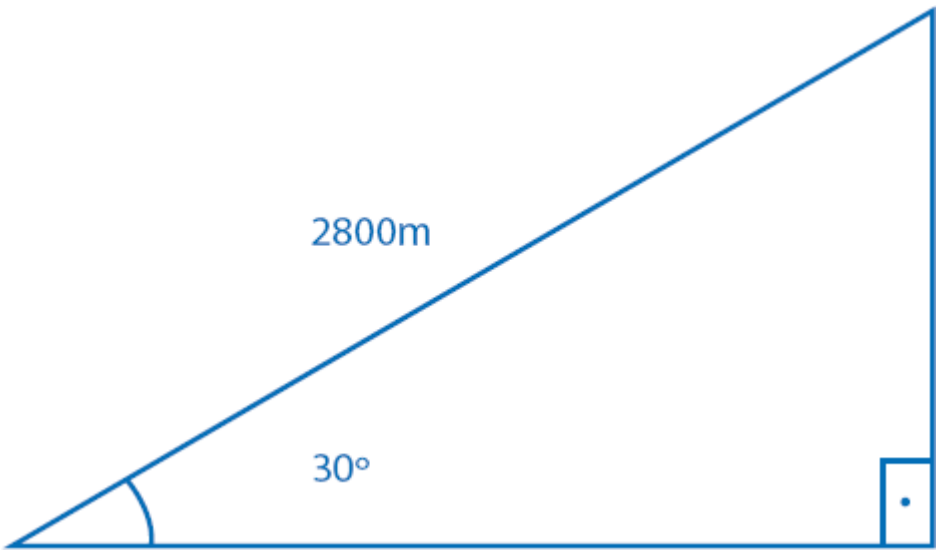
---

23. **(DNIT ESAF 2012) Suponha que um avião levanta voo sob um ângulo de 30º. Depois de percorrer 2.800 metros em linha reta sob o mesmo ângulo da decolagem, a altura em que o avião está do solo em relação ao ponto em que decolou é igual a:**

(A) 1.400 metros
(B) 1.500 metros
(C) 1.650 metros
(D) 1.480 metros
(E) 1.340 metros

Resolução:

Comentário: podemos montar a seguinte figura.



Podemos utilizar a fórmula do seno, pois a altura corresponde ao cateto oposto do triângulo retângulo e a hipotenusa possui 2800m.

Sen 30º = h/2800

1/2 = h/2800

2h = 2800

h = 2800/2 = 1400

Resposta: letra A.

---

24. (AFRFB ESAF 2012) Os catetos de um triângulo retângulo medem, respectivamente, z metros e (w - 2) metros. Sabendo-se que o ângulo oposto ao cateto que mede (w - 2) metros é igual a um ângulo de 45º, então o perímetro desse triângulo, em metros, é igual a

(A) $z\sqrt{2}$ (w – 2).

(B) z w (2 – $\sqrt{2}$).

(C) z w (2 + $\sqrt{2}$).

(D) (z + w) (z + w $\sqrt{2}$).

(E) z (2 + $\sqrt{2}$).

Resolução:

Se o triângulo é retângulo e um lado possui um ângulo de 45º, então esse triângulo é retângulo – isósceles, ou seja, os catetos têm a mesma medida. Logo, podemos concluir que os catetos medem z e a hipotenusa é igual a x (valor desconhecido)

• 1ª etapa: encontrar o valor de x (hipotenusa)

☑ ***Dica:***

Iremos utilizar o Teorema de Pitágoras.

$X^2 = z^2 + z^2$

$X^2 = 2z^2$

$X = z\sqrt{2}$

• 2ª etapa: calcular o perímetro

Z + z + $z\sqrt{2}$ = 2z + $z\sqrt{2}$ (colocando o z em evidência) = z (2 + $\sqrt{2}$).

Resposta: letra E.

11.14. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

Texto para as questões de 25 a 29

(CESPE) Considere uma sala na forma de um paralelepípedo retângulo, com altura igual 3 m e julgue os itens que se seguem.

25. Se as medidas dos lados do retângulo da base são 3 m e 5 m, então o volume da sala é superior a 44 m^3.

( ) Certo ( ) Errado

---

26. Se as medidas dos lados do retângulo da base são 4 m e 5 m, então a área total do paralelepípedo é inferior a 93

m^2.

( ) Certo ( ) Errado

---

27. **Se as medidas dos lados do retângulo da base são 6 m e 8 m, então a medida da diagonal desse retângulo é inferior a 9 m.**

( ) Certo ( ) Errado

---

28. **Supondo que o perímetro do retângulo da base seja igual a 26 m e que as medidas dos lados desse retângulo sejam números inteiros, então a área máxima possível para o retângulo da base é superior a 41 m^2.**

( ) Certo ( ) Errado

---

29. **Se as medidas dos lados do retângulo da base são 3 m e 4 m, então a medida da diagonal do paralelepípedo é inferior a 6 m.**

( ) Certo ( ) Errado

---

30. **(CESGRANRIO) Um terreno retangular de 1.000 m^2 é tal que seu comprimento mede 15 m a mais do que sua largura. O perímetro desse terreno, em metros, é:**

(A) 40.
(B) 65.
(C) 130.
(D) 220.
(E) 400.

---

31. **(CESGRANRIO) Um aquário de forma cúbica estava parcialmente cheio de água quando uma pedra de 750 cm^3 de volume foi colocada em seu interior. Assim, o nível da água subiu 0,3 cm. Qual é, em cm, a medida da aresta desse aquário?**

(A) 30.
(B) 40.
(C) 50.
(D) 60.
(E) 70.

---

32. **(CESGRANRIO) Se um terreno retangular tem 51 m^2 de área e 6 m de largura, então seu perímetro, em metros, é:**

(A) 30,5.
(B) 29,5.
(C) 29.
(D) 28,5.
(E) 28,0.

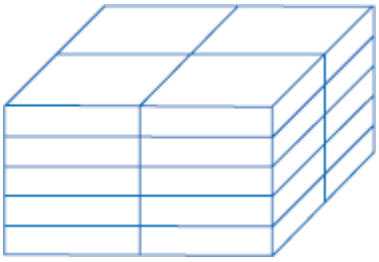
---

33. **(CESGRANRIO) Um livro de 350 páginas tem 2 cm de espessura. Dentre os valores abaixo, o que representa com mais precisão a espessura aproximada de cada página, em milímetros, é:**

(A) 0,046.
(B) 0,057.
(C) 0,066.
(D) 0,070.
(E) 0,082.

---

34. **(CESGRANRIO)** **Vinte caixas iguais, em forma de paralelepípedo, estão empilhadas, como mostra a figura.**

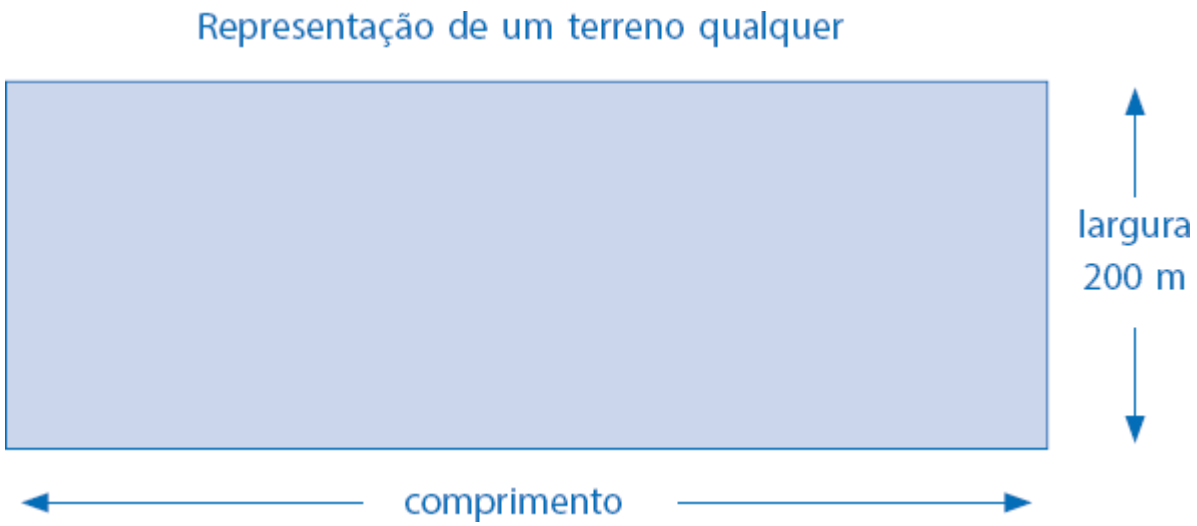


Se a pilha de caixas tem 50 cm de altura, 60 cm de comprimento e 40 cm de largura, quais são, em cm, as dimensões de cada caixa?

(A) 4, 5 e 6.
(B) 5, 10 e 20.
(C) 5, 20 e 30.
(D) 6, 6 e 10.
(E) 10, 20 e 30.

---

35. **(FCC)** **Numa região na área rural foram delimitados cinco terrenos retangulares, todos com a mesma largura de 200 m. Os comprimentos dos terrenos são diretamente proporcionais a 5, 6, 7, 8 e 9, respectivamente, e a soma das medidas dos dois menores comprimentos é de 2.200 m.**

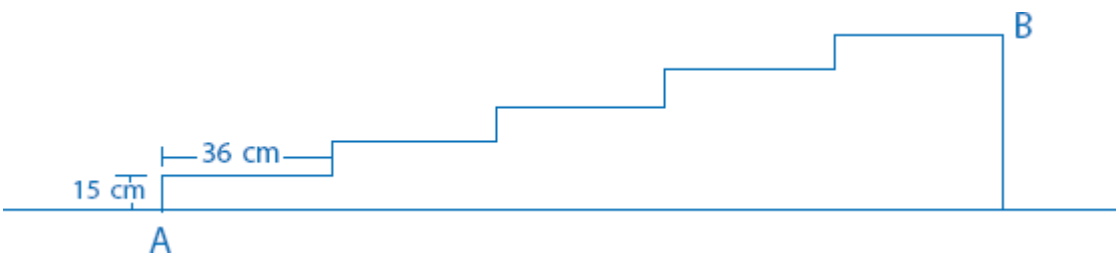


Qual é, em km, a soma das medidas de todos os lados dos cinco terrenos?

(A) 16.
(B) 15.
(C) 14.
(D) 9.
(E) 6.

---

36. **(CESGRANRIO)**

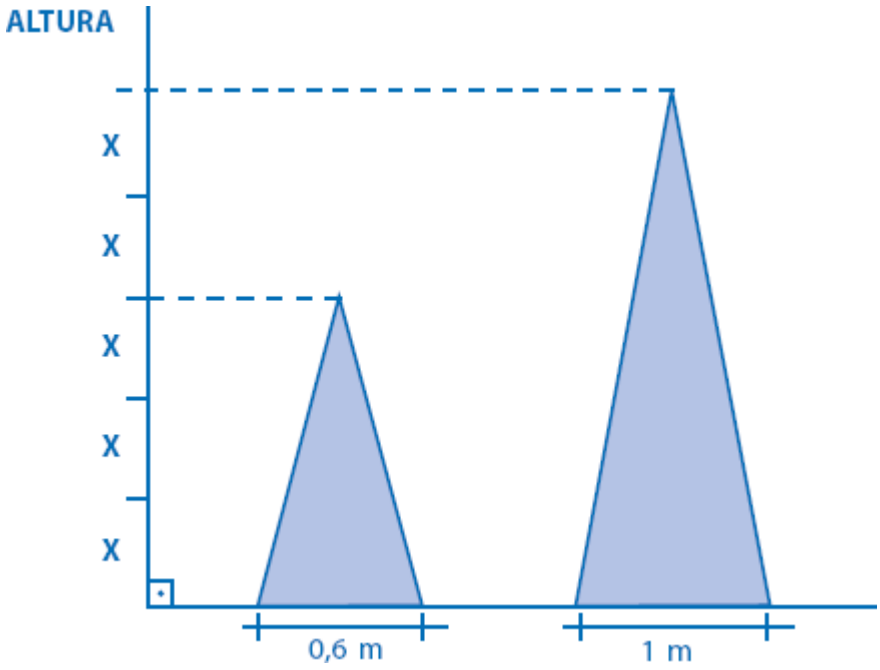


A figura acima representa a planta de uma escada de cinco degraus, construída na portaria de um prédio. A distância, em metros, entre os pontos A e B, marcados na figura, é:

(A) 0,75.
(B) 1,44.
(C) 1,69.
(D) 1,80.
(E) 1,95.

---

37. **(TJ SP VUNESP 2011)** **A figura compara as alturas, medidas em metros, de dois painéis decorativos triangulares, fixados em uma parede, que simulam árvores de Natal. Sabendo-se que a soma das medidas das alturas dos dois painéis é igual a 4 m, e que em cada painel foram instaladas 200 lampadazinhas coloridas por metro quadrado, pode-se concluir que o número de lâmpadas instaladas no painel de maior altura foi igual a:**



(A) 200.
(B) 250.
(C) 275.
(D) 300.
(E) 325.

Texto para as questões 38 a 40

Três caixas de água têm os seguintes formatos: paralelepípedo retângulo, com altura de 1 m e base quadrangular de 2 m de lado; cilíndrico, com altura de 1 m e base circular de raio igual a 1 m; e cone invertido, com base circular de 1 m de raio e altura igual a 3 m. Com referência a essas informações, tomando 3,14 como o valor aproximado da constante n e desprezando a espessura das paredes das caixas, julgue os itens subsequentes.

38. **A caixa com o formato cônico tem um volume de 3,14 m^3.**

( ) Certo ( ) Errado

---

39. **A caixa com a maior capacidade é a que tem o formato de um paralelepípedo retângulo.**

( ) Certo ( ) Errado

---

40. **A caixa com o formato cilíndrico tem capacidade menor que a caixa com formato cônico.**

( ) Certo ( ) Errado

41. **(FDC AGERIO 2015)** **A medida externa de uma caixa d'água cúbica é de 1,50 m de lado. Sabendo que a espessura das paredes mede 5 cm e que a caixa encontra-se 80% cheia, o volume de água, em m^3, na caixa é, aproximadamente, de:**

(A) 0,86.
(B) 1,12.
(C) 1,96.
(D) 2,20.
(E) 3,05.

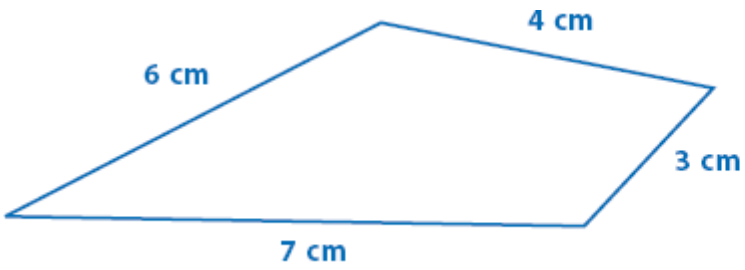
42. **(UFBA UFBA – 2014)** **Uma empresa de entregas só aceita trabalhar com caixas retangulares que satisfaçam as seguintes condições:**

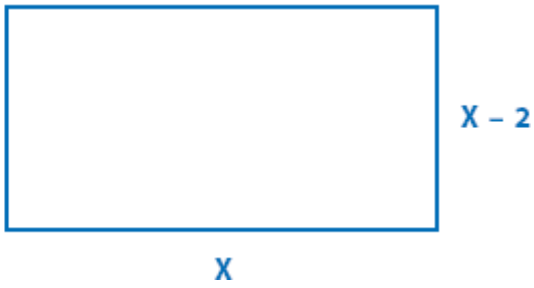
- **se a largura for menor do que 50 cm, a altura deve ser menor do que 20 cm.**
- **se o comprimento for maior do que 50 cm, a largura deve ser menor do que 40 cm.**
- **se a altura for menor do que 25 cm, o comprimento deve ser menor do que 30 cm.**

Desse modo, é correto concluir que essa empresa só aceita trabalhar com caixas retangulares de, no máximo, meio metro de comprimento.

( ) Certo ( ) Errado

43. **(IDECAN COREN – MA 2013)** **As figuras a seguir apresentam perímetros de mesma medida.**

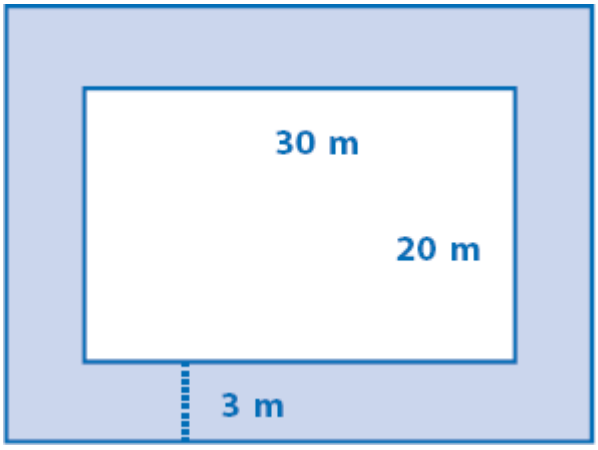




Se a segunda figura é um retângulo, então sua área é igual a:

(A) $20cm^2$.
(B) $24cm^2$.
(C) $28cm^2$.
(D) $30cm^2$.
(E) $32cm^2$.

44. **(FGV PM – MA 2012)** **Uma quadra de esportes tem a forma de um retângulo de 30 m por 20 m. Essa quadra foi ampliada com uma faixa de 3 m de largura construída em toda a volta como mostra a figura abaixo.**

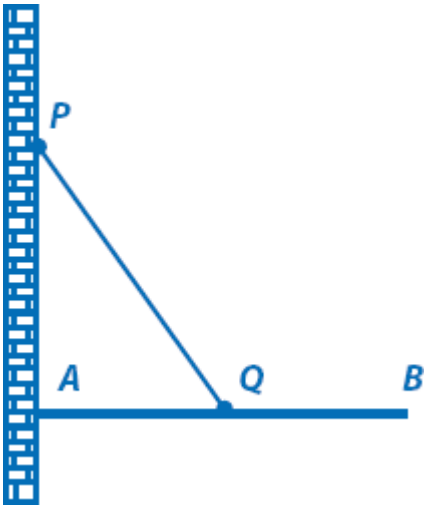


A área da quadra aumentou em:

(A) 24%.
(B) 32%.
(C) 48%.
(D) 56%.
(E) 68%.

---

45. **(FGV PM – MA 2012)** **A figura abaixo mostra uma viga *AB* de 4 m de comprimento presa no ponto *A* a uma parede vertical. A viga é mantida na posição horizontal pelo cabo de aço *PQ* de forma que *P* está fixo na parede, *AP* é vertical e *Q* está no meio da viga *AB*. Sabe-se que o ângulo *APQ* mede 40º.**



Dados: sen (40º) = 0,64, cos (40º) = 0,77 tg (40º) = 0,84.
A distância entre os pontos *A* e *P* é de aproximadamente:

(A) 1,68m.
(B) 2,38m.
(C) 2,56m.
(D) 2,75m.
(E) 3,08m.

GABARITO

01. E	02. D	03. D	04. E	05. A	06. A	07. B	08. E
09. D	10. E	11. C	12. B	13. E	14. B	15. B	16. E
17. B	18. D	19. A	20. D	21. Certo	22. C	23. A	24. E
25. Certo	26. Errado	27. Errado	28. Certo	29. Certo	30. C	31. C	32. C

33. B	34. E	35. A	36. E	37. B	38. Certo	39. Certo	40. Errado
41. D	42. Certo	43. B	44. D	45. B			

12

ÁLGEBRA LINEAR

12.1. MATRIZ

12.1.1. Definição

Matriz é uma tabela retangular com m linhas e n colunas, sendo m e n números naturais não nulos.

O uso dessa tabela na nossa vida é mais comum do que você pode imaginar. Por exemplo: o programa Excel usado no Office é um uso prático da matriz.

Exemplo:

	1ª UNIDADE	2ª UNIDADE	3ª UNIDADE
PORTUGUÊS	7	4	8
MATEMÁTICA	4	5	3
HISTÓRIA	6	6	5
GEOGRAFIA	4	7	9

Podemos observar que as linhas representam as matérias e as colunas representam a unidade.

Qual a nota de português na 3ª unidade?

	1ª UNIDADE	2ª UNIDADE	3ª UNIDADE
PORTUGUÊS	7	4	8
MATEMÁTICA	4	5	3
HISTÓRIA	6	6	5
GEOGRAFIA	4	7	9

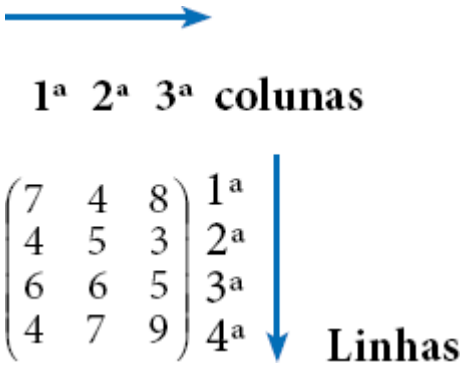
Nesse caso queremos o elemento da primeira linha (português) e terceira coluna (3ª unidade).

Resposta: 8.

Transformando o boletim em uma matriz, temos:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & 5 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

As linhas são contadas de cima para baixo e as colunas, da esquerda para direita.



12.1.2. Notação geral

Costuma-se representar as matrizes por *letras maiúsculas* e seus elementos por *letras minúsculas*, acompanhadas por *dois índices* que indicam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa.

Assim, uma matriz **A** do tipo m x n é representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{n3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Exemplo:

$A_{3\,x\,2}$ é uma matriz de três linhas e duas colunas.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 8 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$$

Dica:

A m x n (lê se: m por n) é a ordem da matriz, ou seja, a quantidade de linhas e colunas que a matriz possui. aij é representação da posição do elemento da matriz .Nesse caso “i” representa a linha e o “j” representa a coluna.

Exemplo:

Na matriz A, temos:
O elemento $a_{21} = 0$ e $a_{32} = -7$.

Forma genérica de uma matriz.

Exemplos:

a) construa a forma genérica da matriz $A_{3 \times 2}$:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

Vamos aprender a construção:
Primeiro devemos observar a quantidade de linhas e depois a quantidade de colunas.
A matriz $A_{3 \times 2}$ possui três linhas e duas colunas.

Vamos agora construir a primeira linha!

Se liga!

Temos duas colunas, logo, devemos andar duas casas da esquerda para direita (⟶)
A quantidade de casa que vamos andar da esquerda para direita depende da quantidade de colunas.

Na primeira linha, temos:

$[a_{11} \quad a_{12}]$

Não esqueça, na primeira linha começamos pelo a_{11} (elemento da 1ª linha e 1ª coluna).

Na segunda linha, temos:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1^a\ linha \\ 2^a\ linha \end{matrix}$$

Não esqueça, na segunda linha começamos pelo a_{21} (elemento da 2ª linha e 1ª coluna).
Na terceira linha, temos:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

Não esqueça, na terceira linha começamos pelo a_{31} (elemento da 3ª linha e 1ª coluna).

b) construa a forma genérica da matriz $A_{4 \times 3}$:

Nesse caso, temos quatro linhas e três colunas.

> ***Se liga!***
>
> Temos três colunas, nesse caso, devemos andar três casas da esquerda para direita.

Vamos juntos iniciar a construção!

• 1ª linha: $[a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}]$

• 2ª linha: $[a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23}]$

• 3ª linha: $[a_{31} \quad a_{32} \quad a_{33}]$

• 4ª linha: $[a_{41} \quad a_{42} \quad a_{43}]$

Matriz $A_{4x3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix}$

Construção de uma matriz a partir de uma lei de formação.

12.2. TREINAMENTO COMENTADO

Construa a matriz $A_{2 \times 2}$, com $a_{ij} = i + j$.

Resolução:

• 1º passo: construir a matriz genérica.

A matriz **A** possui duas linhas e duas colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

• 2º passo: aplicar a lei de formação.

aij = i + j.

$a_{11} = 1 + 1$

$a_{12} = 1 + 2$

$a_{21} = 2 + 1 = 3$

$a_{22} = 2 + 2 = 4$

• 3º passo: substituir os elementos pelos números obtidos.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Resposta: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Construa a matriz $B_{3 \times 2}$, com bij = 2i – j.

Resolução:

• 1º passo: construir a matriz genérica.

A matriz **A** possui três linhas e duas colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

• 2º passo: aplicar a lei de formação.

bij = 2i – j

$b_{11} = 2 . 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$b_{12} = 2 . 1 - 2 = 2 - 2 = 0$

$b_{21} = 2 . 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$b_{22} = 2 . 2 - 2 = 4 - 2$

$b_{32} = 2 . 3 - 2 = 4$

$b_{33} = 2 . 3 - 3 = 6 - 3 = 3$

• 3º passo: substituir os elementos pelos números obtidos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

12.3. CLASSIFICAÇÃO DAS MATRIZES

12.3.1. Matriz linha – Definição

É toda matriz do tipo 1 x n, ou seja, com uma única linha.

Exemplo:

A matriz A =[4 7-3], do tipo 1 x 3.

12.3.2. Matriz coluna – Definição

É toda matriz do tipo m x 1, ou seja, com uma única coluna.

Exemplo, $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ é do tipo 2 x 1.

12.3.3. Matriz quadrada – Definição

É uma matriz do tipo n x n, ou seja, com o mesmo número de linhas e colunas; dizemos que a matriz é de ordem **n**.

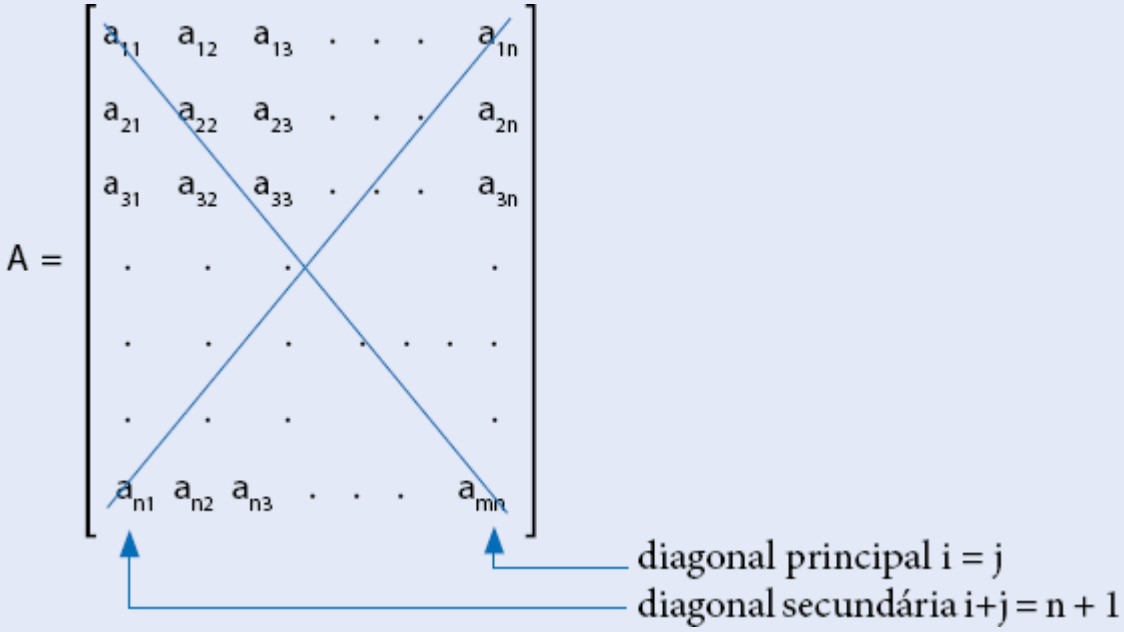
Exemplo:

A matriz B = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$ é do tipo 2 x 2, isto é, quadrada de ordem 2.

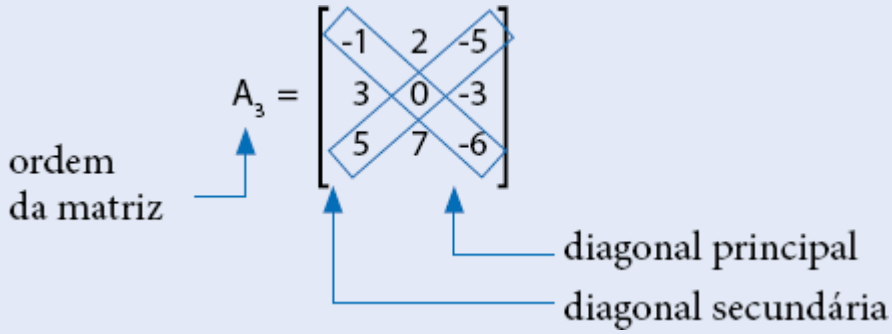
Se liga!

A diagonal principal é formada pelos elementos $\mathbf{a}_{ij,}$ tais que i = j e a diagonal secundária, temos i + j = n + 1.

Exemplo:



Observe a matriz a seguir:



a_{11} = -1 é elemento da diagonal principal, pois i = j = 1.
a_{31} = 5 é elemento da diagonal secundária, pois i + j = n + 1 (3 + 1 = 3 + 1).

12.3.4. Matriz nula – Definição

É uma matriz que possui todos os elementos nulos; é representada por $0_{m \times n}$.

Exemplo:

$$0_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

12.3.5. Matriz identidade – Definição

É uma matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais são nulos; é representada por $\mathbf{I_n}$, sendo **n** a ordem da matriz.

Exemplo:

$$a)\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b)\ I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

12.3.6. Matriz transposta – Definição

A matriz A^t obtida a partir da matriz A trocando-se ordenadamente as linhas por colunas ou as colunas por linhas.

Exemplo:

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Desse modo, se a matriz **A** é do tipo m x n, $\mathbf{A^t}$é do tipo n x m.

Note que a 1ª linha de **A** corresponde à 1ª coluna de $\mathbf{A^t}$ e a 2ª linha de A corresponde à 2ª **matriz**.

Dica:

É uma matriz muito comentada nas questões de concursos sobre propriedades dos determinantes. O tema propriedades dos determinantes será exposto na parte de determinantes.

12.3.7. Matriz simétrica – Definição

É uma matriz quadrada de ordem n tal que **A** = $\mathbf{A}^t$.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Condições para matriz ser simétrica:

1) A matriz deve ser quadrada.

2) A 1ª linha é a igual a 1ª coluna, a 2ª linha é igual a 2ª coluna, e assim sucessivamente...

Exemplo:

$a_{12} = a_{21}$.

Dica:

Uma matriz é chamada de simétrica quando ela é igual à sua transposta.

12.3.8. Matriz antissimétrica – Definição

É uma matriz quadrada de ordem n tal que $A = -A^t$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -5 \\ -2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Condições para a matriz ser antissimétrica:

1) A matriz deve ser quadrada.

2) Os elementos pertencentes à diagonal principal devem ser nulos.

3) A primeira linha deve ser igual à primeira coluna depois da troca de sinais, e assim sucessivamente em relação às linhas e às colunas subsequentes.

Exemplo:

$a_{12} = -a_{21}$.

Dica:

Uma matriz é chamada de antissimétrica quando ela é igual à oposta da sua transposta.

12.3.9. Matriz oposta – Definição

A matriz **-A** é obtida a partir da troca dos sinais de todos os elementos de **A**.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

12.4. IGUALDADE DE MATRIZES

Duas matrizes, A e B, do mesmo tipo m x n, são iguais se, e somente se, todos os elementos que ocupam a mesma posição são iguais:

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -1 & 3 \end{bmatrix} e\ A = B,\ então\ c = 0\ e\ b = 3.$$

12.5. OPERAÇÕES DE MATRIZES

12.5.1. Adição de matrizes

A soma de matrizes só pode ser realizada entre matrizes de mesma ordem, ou seja, mesmo número de linhas e de colunas. Nesse caso, a soma será feita somando os elementos correspondentes.

Exemplos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+2 & 4+(-1) \\ 0+0 & 7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2+3 & 3+1 & 0+1 \\ 0+1 & 1+(-1) & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se liga!

A + B existe se, e somente se, **A** e **B** forem do mesmo tipo.

12.5.2. Multiplicação de um número real por uma matriz

Dados um número real **x** e uma matriz **A** do tipo m x n, o produto de **x** por **A** é uma matriz **B** do tipo m x n obtida pela multiplicação de cada elemento de **A** por **x**, ou seja, $b_{ij} = xa_{ij}$.

Se liga!

Nesse caso, multiplicamos os elementos da matriz pelo número real.
B = x.A
x = número real.

Observe o seguinte exemplo:

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2 & 3.7 \\ 3.(-1) & 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

12.5.3. Multiplicação de matrizes

O produto de uma matriz por outra não é determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos.

A condição de multiplicação de matrizes é que o número de colunas da primeira matriz seja igual ao número de linhas da segunda matriz.

$$A_{mxp} \cdot B_{pxn} = (AB)_{mxn}$$

A matriz produto terá o número de linhas de **A (m)** e o número de colunas de **B (n)**:

- Se $A_{3 \times 2}$ e $B_{2 \times 5}$, então $(A.B)_{3 \times 5}$.
- Se $A_{4 \times 1}$ e $B_{2 \times 3}$, então não existe o produto.
- Se $A_{4 \times 2}$ e $B_{2 \times 1}$, então $(A.B)_{4 \times 1}$.

Vamos multiplicar as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ para entender como se obtém cada C_{ij}:

Se liga!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Na primeira matriz dividimos os elementos em linhas e na segunda matriz, em colunas.
Depois multiplicamos os elementos correspondentes, conforme desenho abaixo:

1ª linha e 1ª coluna:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} \\ 1.(-1) + 2 \cdot 4 \end{bmatrix}$$

1ª linha e 2ª coluna:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1) + 2.4 & C_{12} \\ & 1.3 + 2.2 \end{bmatrix}$$

2ª linha e 1ª coluna:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1) + 2.4 & 1.3 + 2.2 \\ 3.(-1) + 4.4 & \\ C_{21} & \end{bmatrix}$$

2ª linha e 2ª coluna:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.(-1) + 2.4 & 1.3 + 2.2 \\ 3.(-1) + 4.4 & 3.3 + 4.2 \end{bmatrix}$$

$$C_{22}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 13 & 17 \end{bmatrix}.$$

Observe que:

$$A \,.\, B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1).1 + 3.3 & (-1).2 + 3.4 \\ 4.1 + 2.3 & 4.2 + 2.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

Portanto, A.B ≠ *B.A*, ou seja, para a multiplicação de matrizes não vale a propriedade comutativa.

12.6. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(CESGRANRIO) Uma rede distribuidora é composta de 4 lojas instaladas numa mesma cidade. Na matriz $M_{4 \times 7}$ abaixo, cada elemento mij representa a quantidade de latas de certo tipo de lubrificante vendida na loja i no dia j da semana de 12 a 18 de março. Assim, por exemplo, o elemento m 13 corresponde às vendas da loja 1 no dia 14 (terceiro dia da semana) e o e elemento m 47, às vendas da loja 4 no dia 18 (sétimo dia da semana).**

$$M_{4x7} = \begin{bmatrix} 75 & 83 & 79 & 91 & 84 & 79 & 113 \\ 128 & 114 & 123 & 109 & 114 & 123 & 142 \\ 103 & 98 & 121 & 111 & 119 & 112 & 136 \\ 169 & 168 & 154 & 148 & 162 & 171 & 189 \end{bmatrix}$$

De acordo com as informações acima, qual a quantidade total de latas de lubrificante que esta rede distribuidora vendeu no dia 15/03?

(A) 459.
(B) 463.
(C) 477.
(D) 479.
(E) 485.

Resolução:

Essa questão exige um conhecimento sobre a posição do elemento (aij).

Resumo: elemento mij representa a quantidade de latas de certo tipo de lubrificante vendida na loja i no dia j da semana de 12 a 18 de março.

O dia 15 será a 4ª coluna e as linhas são as lojas.

Agora, só somar os elementos da 4ª coluna.

$$M_{4x7} = \begin{bmatrix} 75 & 83 & 79 & 91 & 84 & 79 & 113 \\ 128 & 114 & 123 & 109 & 114 & 123 & 142 \\ 103 & 98 & 121 & 111 & 119 & 112 & 136 \\ 169 & 168 & 154 & 148 & 162 & 171 & 189 \end{bmatrix}$$

Resultado: 91 + 109 + 111 + 148 = 459.

Resposta: letra A.

---

2. (ESAF AFC-SFC 2001) A matriz S = s_{ij}, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}). Sabendo-se que $a_{ij} = i^2 + j^2$ e que $b_{ij} = 2ij$, então: a soma dos elementos s_{31} e s_{13} é igual a:

(A) 12.
(B) 14.
(C) 16.
(D) 24.
(E) 32.

Resolução:

Devemos apenas aplicar a lei de formação:
aij = $i^2 + j^2$ e que bij = 2ij

S13 = A13 + B13 e S31 = A31 + B31

A13 = $(1)^2 + (3)^2$
A13 = 1 + 9
A13 = 10

A31 = $(3)^2 + (1)^2$
A31 = 9 + 1
A31 = 10

B13 = 2 x 1 x 3 = 6
B31 = 2 x 3 x 1 = 6
Com isso, chegaremos a:
S13 = A13 + B13
S13 = 10 + 6
S13 = 16
S31 = A31 + B31
S31 = 10 + 6
S31 = 16

S13 + S31 = 16 + 16 = 32

Resposta: letra E.

Se liga!

Esse tipo de questão geralmente pede a soma dos elementos, produto ou a razão (divisão dos números).

3. (ESAF Técnico MPU Administrativa 2004 ESAF) Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

e seja xij o elemento genérico de uma matriz X tal que $X = (A.B)^t$, isto é, a matriz X é a matriz transposta do produto entre as matrizes A e B. Assim, a razão entre x_{31} e x_{12} é igual a:

(A) 2.
(B) 1/2.
(C) 3.
(D) 1/3.
(E) 1.

Resolução:

Vamos encontrar a matriz X.

A 3 x 2 . B 2 x 4 = X 3 x 4

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Vamos encontrar a 1ª linha.

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
X = [1 . 1 + 4 . 1	1 . 3 + 4 . 2	1 . 4 + 4 . 3	1 . 5 + 4 . 4]
X = [1 + 4	3 + 8	4 + 12	5 + 16]
X = [5	11	16	21]

Vamos encontrar a 2ª linha.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

x_{2}	x_{23}	x_{22}	x_{24}
X = [2 . 1 + 6 . 1	2 . 3 + 6 . 2	2 . 4 + 6 . 3	2 . 5 + 6 . 4]
X = [8	18	26	34]

Vamos encontrar a 3ª linha.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}
X = [3 . 1 + 3 . 1	3 . 3 + 3 . 2	3 . 4 + 3 . 3	3 . 5 + 3 . 4]
X = [6	15	21	27]

Matriz X = $\begin{bmatrix} 5 & 11 & 16 & 21 \\ 8 & 18 & 26 & 34 \\ 6 & 15 & 21 & 27 \end{bmatrix}$

$(A.B)^t = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 \\ 11 & 18 & 15 \\ 16 & 26 & 21 \\ 21 & 34 & 27 \end{bmatrix}$

Agora, encontrar os elementos x_{31} e x_{12}

$X = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 \\ 11 & 18 & 15 \\ \cancel{16} & 26 & 21 \\ 21 & 34 & 27 \end{bmatrix}$

$x_{31} = 16$

$X = \begin{bmatrix} 5 & \cancel{8} & 6 \\ 11 & 18 & 15 \\ 16 & 26 & 21 \\ 21 & 34 & 27 \end{bmatrix}$

$x_{12} = 8$

A razão é a divisão dos números: $\frac{16}{8} = 2$.

Resposta: letra A.

12.7. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

4. (CESGRANRIO) O gerente de um depósito de bebidas decidiu montar matrizes com dados sobre as vendas de latas de refrigerantes e de cervejas. Em cada elemento mij,*i* indica a semana (1, 2, 3 ou 4) em que foram efetuadas as vendas e *j*, o tipo de bebida (1 para refrigerante e 2 para cerveja). A matriz abaixo apresenta dados sobre as vendas do mês de março.

$$\begin{bmatrix} 560 & 810 \\ 715 & 915 \\ 615 & 760 \\ 540 & 800 \end{bmatrix}$$

Em abril, foram vendidas 350 latas de cerveja a mais e 220 latas de refrigerante a menos que em março. Sabe-se, também, que as vendas de refrigerantes foram menores nas três primeiras semanas do mês, quando comparadas ao mês anterior e que, na 3ª semana, foram vendidas mais de 800 latas de cerveja. Dentre as opções abaixo, a única que pode representar a matriz referente às vendas do mês de abril é:

(A) $\begin{bmatrix} 780 & 635 \\ 560 & 915 \\ 900 & 735 \\ 640 & 800 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 500 & 870 \\ 725 & 1000 \\ 515 & 980 \\ 480 & 775 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 460 & 890 \\ 530 & 940 \\ 610 & 1040 \\ 600 & 765 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 495 & 880 \\ 620 & 1040 \\ 515 & 950 \\ 580 & 765 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 570 & 810 \\ 715 & 915 \\ 615 & 1110 \\ 750 & 800 \end{bmatrix}$

5. **(ESAF Técnico MPU Administrativa 2004 ESAF)** **A matriz $S = s_{ij}$, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$. Sabendo-se que $(a_{ij}) = i^2 + j^2$ e que $b_{ij} = i^j$, então a razão entre os elementos s_{22} e s_{12} determinante da matriz S é igual a:**

(A) 1.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 2.
(E) 6.

---

6. **(ESAF AFC/CGU 2003/2004)** **Genericamente, qualquer elemento de uma matriz M pode ser representado por m_{ij}, onde "i" representa a linha e "j" a coluna em que esse elemento se localiza. Uma matriz $X = x_{ij}$, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$. Sabendo-se que $a_{ij} = i^2$ e que $b_{ij} = (i - j)^2$, então o produto dos elementos x_{31} e x_{13} é igual a:**

(A) 16.
(B) 18.
(C) 26.
(D) 65.
(E) 169.

---

7. **Genericamente, qualquer elemento de uma matriz M pode ser representado por mij, onde i representa a linha e j a coluna em que esse elemento se localiza. Uma matriz S = sij, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes A = (aij) e B = (bij). Sabendo-se que $(aij) = i^2 + j^2$ e que $bij = (i + j)^2$, então a razão entre os elementos s_{31} e s_{13} é igual a:**

(A) 1/5.
(B) 2/5.
(C) 3/5.
(D) 4/5.
(E) 1.

8. **(Técnico MPU Administrativa 2004 ESAF)** **A matriz $S = s_{ij}$, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$. Sabendo-se que $(a_{ij}) = i^2 + j^2$ e que $b_{ij} = i^j$, então a razão entre os elementos s_{22} e s_{12} determinante da matriz S é igual a:**

(A) 1.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 2.
(E) 6.

---

9. (ESAF/AFTN/98) Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3/5 & -7/8 \\ 4/7 & 25/4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3/7 & -29/4 \end{bmatrix}$$

e seja x a soma dos elementos da segunda coluna da matriz transposta de Y. Se a matriz Y é dada por Y = (AB) + C, então o valor de x é:

(A) -7/8.
(B) 4/7.
(C) 0.
(D) 1.
(E) 2.

---

10. (ESAF TFC-97) Se A, B e C são matrizes de ordens respectivamente iguais a (2 x 3), (3 x 4) e (4 x 2), então a expressão $[A.(B.C)]^2$ tem ordem igual a:

(A) 2 x 2.
(B) 3 x 3.
(C) 4 x 4.
(D) 6 x 6.
(E) 12 x 12.

---

11. (IDECAN AGU 2014) Seja A uma matriz 2 x 3 e B uma matriz 3 x 2. A matriz C resultante do produto da matriz A pela B nesta ordem é uma matriz de ordem:

(A) 2 x 2.
(B) 2 x 3.
(C) 3 x 2.
(D) 3 x 3.
(E) Não é possível fazer o produto.

---

12. (IDECAN AGU 2014) Dadas as matrizes A = (aij) 2 x 3 em que aij = i – j e B = (bij) 3 x 2 e bij = i^2 – j. Seja a matriz C a matriz resultante do produto das matrizes A e B, nesta ordem. Assim, o elemento C_{11} será:

(A) 17.
(B) 18.
(C) 19.
(D) -18.
(E) -19.

---

13. (Quadrix CRB 6ª Região 20014) Na matriz A, cada elemento é obtido através de aij = 3i – j. Logo, o elemento que está na segunda linha e segunda coluna é:

(A) 7.
(B) 5.
(C) 4.
(D) 1.

(E) 2.

14. (FDC IF-SE 2014) Observe a matriz abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 28 & 31 & 31{,}5 \\ 35{,}2 & 28{,}5 & 33{,}6 \\ 32 & 30{,}7 & 34 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz, cada elemento aij corresponde, em graus centígrados, à temperatura observada no momento i do dia j, em um bairro da região central de Aracaju. A diferença, em graus centígrados, entre a temperatura observada no momento 2 do 3º dia e a temperatura observada no momento 1 do 2º dia é igual a:

(A) 4,5.
(B) 3,5.
(C) 3,0.
(D) 2,6.

15. (ESAF AFRFB 2014) A matriz quadrada A, definida genericamente por A = aij, é dada por $a_{11} = 0$; $a_{12} = -4$; $a_{13} = 2$; $a_{21} = x$; $a_{22} = 0$; $a_{23} = (1 – z)$; $a_{31} = y$; $a_{32} = 2z$ e, por último, $a_{33} = 0$. Desse modo, para que a matriz A seja uma matriz antissimétrica, os valores de a_{21}, a_{23}, a_{31} e a_{32} deverão ser, respectivamente, iguais a:

(A) 4; -2; -2; -2.
(B) 4; -2; 2; -2.
(C) 4; 2; -2; -2.
(D) -4; -2; 2; -2.
(E) -4; -2; -2; -2.

16. (Quadrix CRM-PR 2014) Uma matriz M de ordem 3 é resultante da soma de outras duas matrizes, A e B. Se aij = 2i + j e bij = i j, então a razão entre os elementos M_{21} e M_{12} é:

(A) 5/6.
(B) 6/5.
(C) 7/4.
(D) 6/7.
(E) 7/5.

12.8. DETERMINANTES

12.8.1. Definição

Toda matriz quadrada está associada a um número real, o qual se dá o nome de *determinante.*

12.8.2. Determinante de primeira ordem

Dada uma matriz quadrada de primeira ordem M = [a_{11}], o seu determinante é o número real a_{11}:

det M = Ia_{11} I = a_{11}

Exemplos:

A = [4]
det A = 4

B = [– 7]
det B = – 7

Se liga!

O determinante da matriz de ordem 1 é o próprio elemento.

12.8.3. Determinante de segunda ordem

No caso da matriz quadrada de ordem, temos que o determinante será:

Det = diagonal principal (DP) – diagonal secundária (DS)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

DS = $a_{12}.a_{21}$ DP = $a_{11}.a_{22}$

Det A = $a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$

12.9. TREINAMENTO COMENTADO

Calcule o determinante das seguintes matrizes:

$$A) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Resolução:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad 12 \quad 7$$

Det A = 7 – 12 = -5

$$B) \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 21 & 7 \end{bmatrix}$$

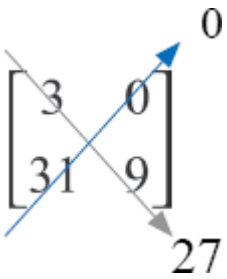
Resolução:

$$\begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 21 & 7 \end{bmatrix} \quad 168 \quad 84$$

Det A = 84 – 168 = -84

C) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 31 & 9 \end{bmatrix}$

Resolução:



Det A = 27 – 0 = 27

Determinante de uma matriz de ordem 3.

O cálculo do determinante de 3ª ordem pode ser feito por meio de um dispositivo prático, denominado *regra de Sarrus*.

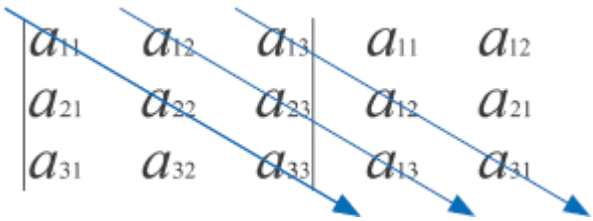
Acompanhe como aplicamos essa regra para $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$.

• **1º passo:** repetimos as duas primeiras colunas ao lado da terceira:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

• **2º passo:** calculamos a diagonal principal e as diagonais paralelas.

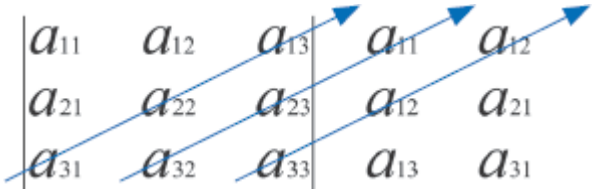
Obs.: os números que estão no traço devem ser multiplicados.



Depois devemos somar os resultados obtidos e obter a diagonal principal resultante.

• **3º passo:** encontramos a soma do produto dos elementos da *diagonal secundária* com os dois produtos obtidos pela multiplicação dos elementos das paralelas a essa diagonal (a soma deve ser precedida do sinal negativo):

Obs.: os números que estão no traço devem ser multiplicados.



Depois de obter a diagonal secundária e suas paralelas, devemos somar os resultados obtidos e obter a diagonal secundária resultante.

Det A = diagonal principal resultante – diagonal secundária resultante.

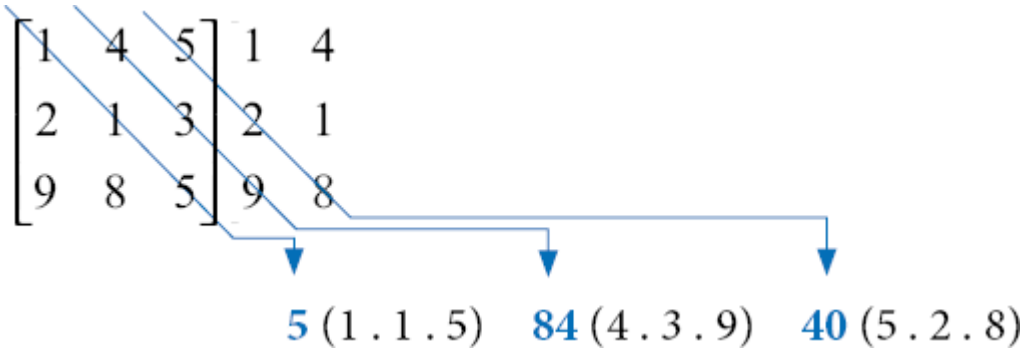
Calcule o determinante das seguintes matrizes:

A) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 9 & 8 & 5 \end{bmatrix}$

Resolução:

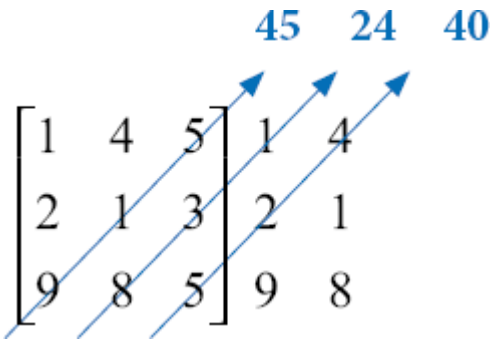
A matriz é de ordem 3 por 3, por isso devemos aplicar a regra de Sarrus.

• **1º passo:** calcular a diagonal principal.



Soma da diagonal principal = 5 + 40 + 84 = 129.

• **2º passo:** calcular a diagonal secundária.



Soma da diagonal secundária: 45 + 24 + 40 = 109.

Det: 129 - 109 = 20.

12.10. PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES

Esse tópico é muito cobrado pelas bancas de concursos, fique atento! Não precisa dizer, mas vou fazê-lo mesmo assim: Você precisa memorizar!

12.10.1. Matriz transposta

Se M é uma matriz quadrada de ordem n e M^t sua transposta, então: det (M^t) = det (M).

Conclusão: o determinante de uma matriz é igual ao determinante da sua transposta.

Se liga!

Se uma questão pedir o determinante da transposta, não precisa encontra a matriz transposta. O cálculo do determinante pode ser realizado sem a transformação da matriz para a sua transposta.

12.10.2. Fila nula

Se os elementos de uma fila (linha ou coluna) qualquer de uma matriz M de ordem n forem todos nulos, então: det (M) = 0.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & -7 & 0 \\ 5 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Observe que os elementos da terceira coluna são nulos, logo, det A = 0.

12.10.3. Multiplicação de uma fila por uma constante

Se multiplicarmos uma fila (linha ou coluna) qualquer de uma matriz M de ordem n por um número k, então o determinante da nova matriz será o produto de k pelo determinante de da matriz M.

Fórmula: det (k vezes uma fila de M) = k.det (M).

Se liga!

Se o determinante da matriz A for igual a 3 e multiplicarmos uma fila por 4, então o determinante dessa nova matriz será igual a 3 . 4 = 12.

Cada vez que multiplicar uma fila por um número K, o determinante será k vezes o determinante da matriz A.

12.10.4. Multiplicação de uma matriz por uma constante

Se multiplicarmos uma matriz M de ordem n por um número k, o determinante da nova matriz será o produto de k^n pelo determinante de M.

Fórmula: det (k.M) = k^n det (M)

Nesse caso, devemos observar a ordem da matriz e o valor da constante (k).

17. (ESAF SERPRO 1997) Uma matriz quadrada A, de terceira ordem, possui determinante igual a 5. O determinante da matriz 2A é igual a:

(A) 5.
(B) 10.
(C) 20.
(D) 40.
(E) 80.

Resolução:

A matriz A é de ordem 3, logo, n = 3.

Queremos a matriz 2A, logo, K = 2.

Se liga!

K é o número antes da letra da matriz, como assim?

Exemplo:

4B, K = 4
3A, K = 3

Det KA = K^n.det A
Det 2A = 2^3 . 5 = 2 . 2 . 2 . 5 = 40

Resposta: letra D.

12.10.5. Filas paralelas iguais

Se uma matriz M de ordem n ≥ 2 tem duas filas paralelas formadas por elementos respectivamente iguais, então: det (M) = 0.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Podemos observar que a primeira e a segunda linhas são iguais, logo, o det A = 0.

12.10.6. Filas paralelas proporcionais

Se uma matriz M de ordem n ≥ 2 tem duas filas paralelas formadas por elementos respectivamente proporcionais, então: det (M) = 0.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

As linhas são proporcionais, ou seja, a divisão é constante.

$$\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

Obs.: analisando pelas colunas também observamos a proporcionalidade.

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = 3$$

Det A = 1 . 6 – 2 . 3 = 6 - 6 = 0.

12.10.7. Troca de filas paralelas

Seja A uma matriz de ordem n ≥ 2. Se trocarmos de posição duas filas paralelas obteremos uma nova matriz B tal que: det

(A) = - det (B).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

Det A = 1 . 7 – 2 . 3 = 7 - 6 = 1.

Vamos trocar a segunda linha com a primeira.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

Det B = 2 . 3 – 1 . 7 = 6 - 7 = -1

Det A = -det B

12.10.8. Produto de matrizes

Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n, então: det (A.B) = det (A).det (B).

Se A e B são matrizes quadradas, podemos calcular o determinante de cada uma e depois realizar o produto dos determinantes obtidos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2 - 0 = 2$$

$$\text{Det } B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 3 - 10 = -7$$

$$\text{Det } (A.\ B) = 2.-7 = -14$$

12.10.9. Matriz triangular

O determinante é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Matriz triangular é uma matriz que possui os números abaixo ou acima da diagonal principal iguais a zero.

Det A = 1 . 4 . 8 = 32

12.11. TREINAMENTO COMENTADO

18.

(Técnico MPU/2004-2) O determinante da matriz X= $\begin{bmatrix} 2 & 2 & b & 0 \\ 0 & -a & a & -a \\ 0 & 0 & 5 & b \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$**, onde *a* e *b* são inteiros positivos tais**

que a > 1 e b > 1, é:

(A) -60a.
(B) 0.
(C) 60a.
(D) 20ba2.
(E) a (b – 60).

Resolução:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 2 & b & 0 \\ 0 & -a & a & -a \\ 0 & 0 & 5 & b \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Nesse caso, a matriz X é uma matriz triangular.

Não esqueça!
O determinante da matriz triangular é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.

Det X = 2. - a. 5 . 6 = -60a

Resposta: letra A.

---

19. (MPOG 2002) A transposta de uma matriz qualquer é aquela que se obtém trocando linhas por colunas. Sabendo-se que uma matriz quadrada de segunda ordem possui determinante igual a 2, então o determinante do dobro de sua matriz transposta é igual a:

(A) -2.
(B) -1/2.
(C) 4.
(D) 8.
(E) 10.

Resolução:

O determinante da matriz transposta é igual ao determinante da matriz.

Det A = 2
n = 2 (ordem da matriz)

det K A = K^n.det A

Det 2A = 2^2 . 2 = 4 . 2 = 8

Resposta: letra D.

---

20. (AFC/STN 2005 ESAF) Considere duas matrizes quadradas de terceira ordem, A e B. A primeira, a segunda e a terceira colunas da matriz B são iguais, respectivamente, à terceira, à segunda e à primeira colunas da matriz A. Sabendo-se que o determinante de A é igual a x^3, então o produto entre os determinantes das matrizes A e B é igual a:

(A) $-x^{-6}$.
(B) $-x^6$.
(C) x^3.
(D) -1.

(E) 1.

Resolução:

Resumo: a primeira, a segunda e a terceira colunas da matriz B são iguais, respectivamente, à terceira, à segunda e à primeira colunas da matriz A.

Conclusão: a primeira coluna da matriz B = terceira coluna da matriz A.

Se trocarmos a posição da primeira e da terceira colunas de B, então a matriz B será igual a matriz A.

Nesse caso, a propriedade cobrada é a troca de posições de filas paralelas.

Det A = x^3

Det B = $-x^3$(troca a posição da fila, troca o sinal, não esqueça que quando trocamos a posição das colunas da matriz B a as matrizes A e B se tornaram iguais).

Det (A. B) = $x^3.– x^3 = -x^6$

Resposta: letra B.

---

21. (Téc. MPU Controle Interno 2004 ESAF) Considere as matrizes

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}; Y = \begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 2 & b & 6 \\ 5 & 3 & c \end{bmatrix}$$

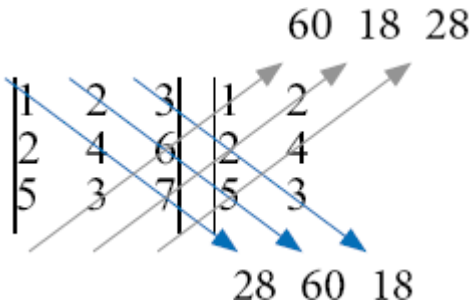
onde os elementos a, b e c são números naturais diferentes de zero. Então, o determinante do produto das matrizes X e Y é igual a:

(A) 0.
(B) a + b.
(C) a.
(D) a + c.
(E) a + b + c.

Resolução:

Det (X.Y) = det X.det y

1º passo : calcular o determinante da matriz X.



DP = 28 + 60 + 18 = 96

DS = 28 + 60 + 18 = 96

Det X = 96 - 96 = 0

Det (X.Y) = 0.det Y = 0

Resposta: letra A.

Se liga!

A matriz X possui a primeira e a segunda linhas proporcionais.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

(1, 2, 3) é proporcional (2, 4, 6), pois a divisão entre eles é constante: $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = 2.$ = 2.

Matriz que possui filas paralelas proporcionais seu determinante é nulo.

22. (FCC BNB 2002) Dadas as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{e}\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

de determinantes não nulos, para quaisquer valores de "a", "b" e "c", temos:

(A) det (A) = det (B).
(B) det (B) = 2.det (A).
(C) det (A) = 2.det (B).
(D) det (A) = –2.det (B).
(E) det (A) = – det (B).

Resolução:

Nesse caso, temos que observar com cuidado!
Agora, como visualizar a propriedade?

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \mathrm{e} \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Observe que:
• 1ª linha de A = 1ª coluna de B.
• 2ª linha de A = 2ª coluna de B.
• 3ª linha de A = ao dobro da 3ª coluna de B.

Conclusão: a linha de um é a coluna do outro e uma fila é o dobro da outra.
Vamos calcular a matriz transposta de B.

$$\mathrm{B} = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{B}^{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Agora, vamos comparar a matriz A com a Matriz B^t.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad B^t = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Conclusão: a 3ª linha de A é igual ao dobro da terceira linha de B^t.

Se a terceira linha de B^t for multiplicado por 2, então as matrizes serão iguais!

Se uma fila for multiplicado por k, o determinante será K. det da matriz.

Det A = det 2B.

Resposta: letra C.

---

23. (ESAF TFC/CGU 2008) Genericamente, qualquer elemento de uma matriz Z pode ser representado por zij, onde "i" representa a linha e "j" a coluna em que esse elemento se localiza. Uma matriz A = (aij), de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes X = (xij) e Y=(yij). Sabendo-se que (xij) = $i^{1/2}$ e que yij = $(i - j)^2$, então a potência dada por $(a22)^{a12}$ e o determinante da matriz X são, respectivamente, iguais a:

(A) $\sqrt{2}$ e 2.

(B) 2 e 0.

(C) $-\sqrt{2}$ e 1.

(D) $-\sqrt{2}$ e 0.

(E) $\sqrt{2}$ e 0.

Resolução:

1º. Vamos calcular os elementos a_{22} e a_{12}.

$\mathbf{a_{22} = x_{22} + y_{22}}$

$(xij) = i^{1/2}$

$x_{22} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$

$yij = (i - j)^2$

$y_{22} = (2 - 2)^2 = 0^2 = 0$

$a_{22} = \sqrt{2} + 0 = \sqrt{2}$

$\mathbf{a_{12} = x_{12} + y_{12}}$

$(xij) = i^{1/2}$

$X_{12} = 1^{1/2} = \sqrt{1} = 1$

$yij = (i - j)^2$

$y_{12} = (1 - 2)^2 = (-1)^2 = 1$

$\mathbf{a_{12} = 1 + 1 = 2}$

$(a22)^{a12} = (\sqrt{2})^2 = 2$

Nesse caso, já descobrimos a resposta, pois só uma alternativa possui o 2!

Resposta: letra B.

---

24. (ESAF APO – MP 2005) O menor complementar de um elemento genérico xij de uma matriz X é o determinante que se obtém suprimindo a linha e a coluna em que esse elemento se localiza. Uma matriz Y = yij, de terceira ordem, é a matriz resultante da soma das matrizes A = (aij) e B = (bij). Sabendo-se que (aij) = $(i + j)^2$ e que bij = i^2, então o menor complementar do elemento y23 é igual a:

(A) 0.

(B) -8.
(C) -80.
(D) 8.
(E) 80.

Resolução:

Menor complementar, processo:
1º passo: retirada da linha e da coluna a que pertence o elemento.
2º passo: calcular o determinante dos elementos que sobraram.

Vamos agora encontrar a matriz Y.
Matriz Y = matriz A + matriz B

Construção da matriz A.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Aplicando a lei de formação: $(aij) = (i + j)^2$
$a11 = (1 + 1)^2 = 2^2 = 4$
$a12 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$
$a13 = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$
$a21 = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$
$a22= (2 + 2)^2 = 4^2 = 16$
$a23 = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$
$a31 = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$
$a32= (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$
$a33 = (3 + 3)^2 = 6^2 = 36$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \\ 16 & 25 & 36 \end{bmatrix}$$

Construção da matriz B.

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}$$

Aplicando a lei de formação: $bij = i^2$
$b11 = 1^2 = 1$
$b12 = 1^2 = 1$
$b13 = 1^2 = 1$
$b21 = 2^2 = 4$
$b22 = 2^2 = 4$
$b23 = 2^2 = 4$

b31 = 3^2 = 9

b32 = 3^2 = 9

b33 = 3^2 = 9

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 9 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

X = A + B

$$X = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \\ 16 & 25 & 36 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 9 & 9 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 17 \\ 13 & 20 & 29 \\ 25 & 34 & 45 \end{bmatrix}$$

Agora, vamos calcular o menor complementar y23.

Menor complementar y23 significa que devemos retirar a 2ª linha e a 3ª coluna da matriz x.

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 17 \\ 13 & 20 & 29 \\ 25 & 34 & 45 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 10 \\ 25 & 34 \end{vmatrix} = 170 - 250 = -80$$

Resposta: *letra C.*

Se liga!

Poderíamos simplificar o cálculo da seguinte forma:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Calculando apenas os elementos que sobraram!

12.12. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

25. **(ESAF SERPRO 1996)** **As matrizes:** $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $Y \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 15 \end{bmatrix}$ e $Z = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 10 & 25 & 30 \end{bmatrix}$ **apresentam, respectivamente, determinantes iguais a:**

(A) 0, 0 e 0.
(B) 1, 1 e 1.
(C) 0, 1 e 1.
(D) 2, 3 e 4.
(E) -1, -1 e -1.

---

26. **(ESAF AFC-STN-2000)** **Uma matriz quadrada X de terceira ordem possui determinante igual a 3. Sabendo-se que a matriz Z é a transposta da matriz X, então a matriz Y = 3Z tem determinante igual a:**

(A) 1/3.
(B) 3.
(C) 9.
(D) 27.
(E) 81.

---

27. **(ESAF ANA – 2009) O determinante da matriz B =** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 4+a & 2+b & c \end{vmatrix}$ **é:**

(A) 2bc + c – a.
(B) 2b – c.
(C) a + b + c.
(D) 6 + a + b + c.
(E) 0.

---

28. **(ESAF MPOG 2008) Uma matriz X de quinta ordem possui determinante igual a 10. A matriz B é obtida multiplicando-se todos os elementos da matriz X por 10. Desse modo, o determinante da matriz B é igual a:**

(A) 10^{-6}.
(B) 10^{5}.
(C) 10^{10}.
(D) 10^{6}.
(E) 10^{3}.

---

29. **(ESAF SEFAZ-APOFP/SP 2009) O determinante de uma matriz 3X3 é igual a x. Se multiplicarmos os três elementos da 1ª linha por 2 e os três elementos da 2ª coluna por -1, o determinante será:**

(A) $-x^2$.
(B) -2x.
(C) $4x^2$.
(D) x^2.
(E) $-2x^2$.

---

30. **(ESAF MF/2009) Seja uma matriz quadrada 4 por 4. Se multiplicarmos os elementos da segunda linha por 2 e dividirmos os elementos da terceira linha da matriz por -3, o determinante da matriz fica:**

(A) multiplicado por -1.
(B) multiplicado por -16/81.
(C) multiplicado por 2/3.
(D) multiplicado por 16/81.
(E) multiplicado por -2/3.

---

31. **(IDECAN AGU 2014) Se o determinante de uma matriz é igual a um valor x, representamos como det (A) = x. Sendo B uma matriz quadrada de ordem 3 e det (B) = 4, é correto afirmar que o valor de det (3B) será igual a:**

(A) 4.
(B) 12.
(C) 36.
(D) 96.
(E) 108.

12.13. MATRIZ INVERSA (A^{-1})

12.13.1. Definição

Seja A uma matriz quadrada de ordem n, e X uma matriz tal que A.X = In e X.A = In (onde In é a matriz identidade). Caso isso ocorra, denominamos a matriz X de matriz inversa de A, tendo como notação A^{-1}.

Condições para uma matriz admitir inversa:

1) Ser quadrada.

2) Seu determinante deve ser diferente de zero.

Dica: $A.A^{-1} = I$

Det $A.\det A^{-1} = 1$

O produto de uma matriz pela sua inversa resulta em uma matriz identidade.

Obs.: $I_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Na matriz identidade os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e o restante dos elementos são iguais a zero.

Se liga!

Det $A.\det A^{-1} = 1$

Método do concursando:

Esse método serve **exclusivamente** para uma matriz de ordem 2.

1) Determine a matriz inversa da matriz A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

Resolução:

• 1º passo: calcular o determinante da matriz A.

Det A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ = 6 - 4 = 2

• 2º passo: calcular a matriz adjunta de A ()

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

A matriz adjunta é obtida pela troca da posição dos elementos da diagonal principal e pela mudança do sinal dos elementos da diagonal secundária.

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

• **3º passo:** aplicar a fórmula: $A^{-1} = \frac{1}{\det A}$. Matriz adjunta (*A*)

$$A^{-1} = \frac{1}{2}.\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}.3 & \frac{1}{2}.-4 \\ \frac{1}{2}.-1 & \frac{1}{2}.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{-4}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

12.14. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

32. **(ESAF AFC/97) Considerando-se as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, a soma dos elementos da diagonal principal da matriz D, definida como produto da matriz transposta de A pela matriz inversa de B, é igual a:**

(A) -10.
(B) -2.
(C) 1.
(D) 2.
(E) 10.

33. **(ESAF MRE 2002) Dada a matriz: $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ X & 1 \end{bmatrix}$ e sabendo que o determinante de sua matriz inversa é igual a 1/2, então o valor de X é igual a:**

(A) -1.
(B) 0.
(C) 1/2.
(D) 1.
(E) 2.

12.15. SISTEMAS LINEARES

Sistemas lineares são conjuntos de equações lineares. Uma equação linear, por sua vez, é toda equação que pode tomar a forma:

$a_n x_n + a_{n-1} x_{n-1} + ... + a_3 x_3 + a_2 x_2 + a_1 x_1 = b$

12.15.1. Classificação de um sistema quanto ao número de soluções

Um sistema linear pode ser:

a) possível e determinado (solução única);

b) possível e indeterminado (infinitas soluções);

c) impossível (não tem solução).

12.15.2. Regra de Cramer

Todo sistema normal tem uma única solução dada por:

$$x_i = \frac{D_{xi}}{D}$$

em que i ∈ {1, 2, 3..., n}, D= det A é o determinante da matriz incompleta associada ao sistema, e D_{xi} é o determinante obtido pela substituição, na matriz incompleta, da coluna **i** pela coluna formada pelos termos independentes.

12.15.3. Discussão de um sistema linear

Se um sistema linear tem n equações e n incógnitas, ele pode ser:

a) Sistema possível e determinado (solução única), se D = det A 0; caso em que a solução é única.

b) Sistema possível e indeterminado (infinitas soluções), se D = Dx = Dy = Dz = 0.

c) Sistema impossível (não tem solução), se D = 0 e Dx ou Dy ou Dz ≠ 0.

Obs.: se um dos determinantes dos coeficientes for diferente de zero, então o sistema será impossível.

12.15.4. Sistema linear homogêneo

Um sistema linear é homogêneo quando os coeficientes, independentemente de todas as suas equações lineares, são iguais a zero. Esse tipo de sistema possui pelo menos uma solução possível, pois podemos obter como resultado o terno (0, 0, 0). Chamamos de solução nula ou trivial.

Podemos dizer que um sistema linear homogêneo é SPD ou SPI. Será:

SPD: se admitir somente uma solução trivial.

SPI: se admitir uma solução trivial e outras soluções.

Exemplo de um sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 3x - 2y + 5x = 0 \\ 3x - 2y = x = 0 \end{cases}$$

12.16. TREINAMENTO COMENTADO

34. **(Analista MPU Administrativa 2004 ESAF) Com relação ao sistema** $\begin{cases} ax - 2y = 0 \\ x + 2a = 0 \end{cases}$**, de incógnitas x e y, é correto afirmar que o sistema:**

(A) tem solução não trivial para uma infinidade de valores de a.
(B) tem solução não trivial para dois e somente dois valores distintos de a.
(C) tem solução não trivial para um único valor real de a.
(D) tem somente a solução trivial para todo valor de a.
(E) é impossível para qualquer valor real de a.

Resolução:

⚠ ***Cuidado!***

$$\begin{cases} ax - 2y = 0 \\ x + 2a = 0 \end{cases} = \begin{cases} ax - 2y = 0 \\ x = -2a \end{cases}$$

• 1º passo: calcular D.

$$D = \begin{vmatrix} a & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

D = a.0 – (1) (-2)

D = 2

Podemos afirmar que o sistema é possível determinado.

• **2º passo:** calcular Dx.

$$Dx = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2a & 0 \end{vmatrix}$$

Dx = -2 (-2a) - 0 . 0

Dx = 4a

• **3º passo:** Dy

$$Dy = \begin{vmatrix} a & 0 \\ 1 & -2a \end{vmatrix}$$

Dy = a (-2a) - 1 . 0

Dy = $-2a^2$

Agora, definir os valores de x e y:

$$X = \frac{Dx}{D} = \frac{4a}{2} = 2a$$

$$Y = \frac{Dy}{D} = \frac{-2a^2}{2} = -a^2$$

Temos a seguinte solução: (2a, $-a^2$).

Conclusão: tem solução não trivial para uma infinidade de valores de a.

> ☑ ***Dica:***
>
> Solução trivial é a solução (0, 0).

Resposta: letra A.

---

35. (AFRFB 2009) Com relação ao sistema,

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \dfrac{2x - y}{3z + 2} = \dfrac{z + 1}{2x + y} = 1 \end{cases}$$

onde 3z + 2 ≠ 0 e 2x + y ≠ 0, pode-se, com certeza, afirmar que:

(A) é impossível.

(B) é indeterminado.

(C) possui determinante igual a 4.

(D) possui apenas a solução trivial.
(E) é homogêneo.

Resolução:

Primeiro, vamos arrumar esse sistema, ok?

1ª relação:

$$\frac{2x-y}{3z+2}=1$$

2x – y = 3z + 2
2x – y – 3z = 2

2ª relação:

$$\frac{z+1}{2x+y}=1$$

2x + y = z + 1
2x + y – z = 1
Agora, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y-3z=2 \\ 2x+y-z=1 \end{cases}$$

☑ ***Dica:***

Podemos eliminar as alternativas “D” e “E”, pois o sistema não é homogêneo.

O sistema homogêneo tem os termos independentes iguais a zero.
Exemplo de um sistema homogêneo:

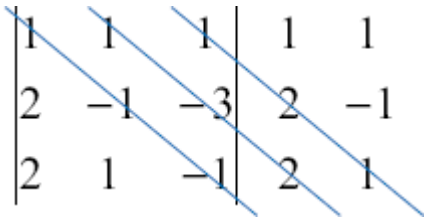
$$\begin{cases} 5x+3y=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$$

O sistema homogêneo possui a solução trivial (0, 0, 0).
Calcular D.

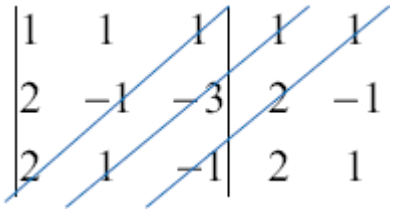
$$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

☑ ***Dica:***

Matriz de ordem 3 devemos repetir à direita a primeira e a segunda colunas.



Diagonal principal= 1 - 6 + 2 = -3.



Diagonal secundária = -2 - 3 - 2 = -7.

Dx = diagonal principal – diagonal secundária

Dx = -3 - (-7) = -3 + 7 = 4

Podemos afirmar que o determinante será possível e determinado.

A partir dessa informação, podemos eliminar as alternativas A e B.

Resposta: letra C.

Comentário:

Na questão a seguir faltou a informação de que o determinante igual a 4 é o valor do determinante da matriz dos coeficientes.

36.

(ESAF CGU 2008) Considerando o sistema de equações lineares $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + py = q \end{cases}$ **, pode-se corretamente afirmar que:**

(A) se p = – 2 e q ≠ 4, então o sistema é impossível.
(B) se p ≠ – 2 e q = 4, então o sistema é possível e indeterminado.
(C) se p = – 2, então o sistema é possível e determinado.
(D) se p = – 2 e q ≠ 4, então o sistema é possível e indeterminado.
(E) se p = 2 e q = 4, então o sistema é impossível.

Resolução:

• **1º passo:** calcular p.

$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & p \end{vmatrix} = p - (-1)(2) = p + 2$

Se p ≠ -2, então o sistema é possível determinado.

Se p = -2, então o sistema pode ser possível determinado ou impossível.

• **2º passo:** calcular d.

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & q \end{vmatrix} = (1)(q) - (2)(2) = q - 4$

Se q = 4, teremos Dy = 0.

Se q ≠ 4, teremos Dy 0.

Conclusão:

Se p ≠ -2, o sistema será possível e determinado.

Se p = 2 e q = 4, o sistema será possível e indeterminado.

Se p = 2 e q ≠ 4, o sistema será impossível.

Resposta: letra A.

12.17. TREINAMENTO FINAL DO CONCURSANDO

37. **Encontre o valor de a para que o sistema linear** $\begin{cases} ax + y + z = 15 \\ 2y + 8z = 17 \\ x + 4z = 19 \end{cases}$ **não tenha solução:**

(A) -3/4.
(B) 3/4.
(C) -5/4.
(D) 5/4.
(E) 1/4.

38. **Dentre os serviços que um BANCO presta à comunidade, há três pelos quais cobra as taxas X, Y e Z em reais. Ao final do expediente de um dia de trabalho, os caixas A, B e C anotaram os valores recebidos referentes às taxas supracitadas:**

A = 5X + 4Y + 7Z = 127,90
B =X + 2Y + Z = 77,50
C = 3X + 3Y + Z = 113,20

Logo, a soma das taxas X + Y + Z é, em real, igual a:

(A) 35,40.
(B) 46,20.
(C) 44,70.
(D) 33,80.
(E) 36,70.

39. **(FIP 2009) Dado o sistema**

$$\begin{cases} 8x + 8y - 8z = 8 \\ -2x + 2y + 2z = 2 \\ 13x + 13y + kz = 13 \end{cases}$$

qual o valor de k, para que o sistema seja possível e determinado?

(A) K ≠ -13.
(B) k = -13.
(C) k = 8.
(D) k = 13.

(E) k ≠ 13.

40.

(ESAF DNIT 2013) A soma dos valores de *x* e *y* que solucionam o sistema de equações $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ **é igual a:**

(A) 6.
(B) 4.
(C) 3.
(D) 2.
(E) 5.

GABARITO

01. A	02. E	03. A	04. A	05. D	06. D	07. E	08. D
09. C	10. A	11. A	12. E	13. C	14. D	15. C	16. E
17. D	18. A	19. D	20. B	21. A	22. C	23. B	24. C
25. A	26. E	27. E	28. D	29. C	30. C	31. E	32. B
33. A	34. A	35. C	36. A	37. A	38. A	39. A	40. B

13

RACIOCÍNIO CRÍTICO

13.1. CONCEITO

O raciocínio crítico tem como finalidade avaliar a sua capacidade de pensamento crítico. Mas, o que seria o pensamento crítico?

O pensamento crítico envolve um juízo intencional, no sentido de refletir sobre em que se deve crer ou como reagir a um exame minucioso, a uma vivência, a uma manifestação oral ou textual, e até mesmo a proposições alheias. Ele também está ligado à definição do conteúdo e do valor do objeto da observação.

Resumindo, é um ramo do raciocínio lógico que desenvolve a capacidade de analisar e refletir sobre determinada situação.

13.2. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(FCC) Após zerar e acionar um cronômetro que marca minutos e segundos, João inicia a subida de um morro, que é concluída quando o cronômetro marca 36 minutos e 15 segundos. No início do percurso de descida, realizado pela mesma trilha da subida, João também zera e aciona o cronômetro. Ao final da descida, João nota que, curiosamente, o cronômetro marcou novamente 36 minutos e 15 segundos. Apenas com base nessas informações, é correto afirmar que:**

(A) em algum ponto da trilha, o cronômetro de João acusou exatamente a mesma marcação de tempo na subida e na descida.
(B) em algum ponto da descida, João parou para descansar.
(C) João não parou para descansar ao longo da subida e da descida.
(D) João fez o trajeto todo em um tempo superior a 1 hora e ¼ de hora.
(E) a trilha percorrida por João é pouco íngreme.

Resolução:

Nessa questão, a única certeza que temos é que João gastou o mesmo tempo na subida e na descida.

Não posso concluir “eu acho”, o fundamental é retirar a essência do texto.

Alternativa A.

Certo. Como ele gastou o mesmo tempo nos dois percursos, em algum ponto o cronômetro terá medição igual.

Resposta: letra A.

---

2. (FCC – SAEB – 2004) Leia o seguinte texto e, em seguida, assinale a alternativa que contenha afirmação que, se verdadeira, revela a falácia no argumento utilizado pela empresa.

"A Delegacia do Trabalho de Pindorama notificou a empresa X em face dos altos níveis de ruídos gerados por suas operações fabris, causadores de inúmeras queixas por parte de empregados da empresa. A gerência da empresa respondeu à notificação, observando que as reclamações haviam sido feitas por funcionários novos, e que funcionários mais experientes não acham excessivo o nível de ruído na fábrica.
Baseada nesta constatação, a gerência concluiu que o ruído na fábrica não era problema real, não adotando nenhuma medida para a sua redução."

(A) Como a empresa é localizada em um parque industrial, residências não estão localizadas próximas o suficiente a ponto de serem afetadas pelo ruído.
(B) O nível de ruído na fábrica varia com a intensidade de atividade, atingindo seu máximo quando o maior número de empregados estiver trabalhando simultaneamente.
(C) Funcionários mais experientes não sentem desconforto devido à significativa perda auditiva resultante do excesso de ruído da fábrica.
(D) A distribuição de protetores auriculares a todos os funcionários não aumentaria de maneira significativa os custos operacionais da empresa.
(E) A Delegacia do Trabalho de Pindorama não possui suficiente autoridade a ponto de exigir o cumprimento de uma recomendação acerca de procedimentos de segurança no trabalho.

Resolução:

Resumo: existe uma reclamação por partes de funcionários sobre alto ruído gerado pela produção. A empresa alega que a reclamação é apenas dos funcionários novos. O nosso objetivo é encontrar uma alternativa que demonstre uma falácia, ou seja, um exemplo que contradiz a afirmação da empresa.

Analisando as alternativas, temos:

(A) Como a empresa é localizada em um parque industrial, residências não estão localizadas próximas o suficiente a ponto de serem afetadas pelo ruído.
A queixa foi realizada pelos funcionários e não pelos vizinhos, logo, essa alternativa não tem nexo com o nosso problema.

(B) O nível de ruído na fábrica varia com a intensidade de atividade, atingindo seu máximo quando o maior número de empregados estiver trabalhando simultaneamente.
Essa conclusão não representa uma falácia em relação ao texto. A reclamação não foi quando a produção chega ao seu valor máximo, sem nexo com o texto.

(C) Funcionários mais experientes não sentem desconforto devido à significativa perda auditiva resultante do excesso de ruído da fábrica.
Essa alternativa representa uma falácia, pois quando a empresa responde que aos funcionários antigos não reclamam do barulho excessivo, então se esquece de informar que os funcionários têm uma perda auditiva. A resposta seria correta se os funcionários antigos não tivessem uma perda auditiva que reduziria a sua capacidade de avaliação.

Resposta: letra C.

---

3. (FCC – BACEN – 2005) No Japão, muitas empresas dispõem de lugares para que seus funcionários se exercitem durante os intervalos de sua jornada de trabalho. No Brasil, poucas empresas têm esse tipo de programa. Estudos têm revelado que os trabalhadores japoneses são mais produtivos que os brasileiros. Logo, deve-se concluir que a produtividade dos empregados brasileiros será menor que a dos japoneses enquanto as empresas brasileiras não aderirem a programas que obriguem seus funcionários à prática de exercícios.

A conclusão dos argumentos é válida se assumirmos que:

(A) a produtividade de todos os trabalhadores pode ser aumentada com exercícios.

(B) a prática de exercícios é um fator essencial na maior produtividade dos trabalhadores japoneses.
(C) as empresas brasileiras não dispõem de recursos para a construção de ginásios de esporte para seus funcionários.
(D) ainda que os programas de exercícios não aumentem a produtividade dos trabalhadores brasileiros, estes programas melhorarão a saúde deles.
(E) os trabalhadores brasileiros têm uma jornada de trabalho maior que a dos japoneses.

Resolução:

O nosso objetivo é encontrar uma declaração que torne o argumento válido, ou seja, um argumento coerente.

Vamos analisar as alternativas, ok?

(A) a produtividade de todos os trabalhadores pode ser aumentada com exercícios.
Cuidado, pois não podemos generalizar a informação. A relação é apenas entre funcionários brasileiros e japoneses. Item errado.

(B) a prática de exercícios é um fator essencial na maior produtividade dos trabalhadores japoneses.
Item correto, pois temos que relacionar a maior produtividade dos japoneses à prática de exercícios.

(C) as empresas brasileiras não dispõem de recursos para a construção de ginásios de esporte para seus funcionários.
Sem nexo com o texto, item errado.

(D) ainda que os programas de exercícios não aumentem a produtividade dos trabalhadores brasileiros, estes programas melhorarão a saúde deles.
A relação é com produtividade e não saúde, item errado.

(E) os trabalhadores brasileiros têm uma jornada de trabalho maior que a dos japoneses.
O texto não debateu carga horária de trabalho, item errado.

Resposta: letra B.

---

4. O domínio de uma língua estrangeira é indispensável nos dias de hoje. O nível de inteligência não é fator que interfira no aprendizado de outro idioma, mas memória sim. O Sr. Aluísio sabe falar, ler e escrever perfeitamente três idiomas. Do texto podemos concluir que:

(A) O Sr. Aluísio não é inteligente.
(B) O Sr. Aluísio é inteligente.
(C) O Sr. Aluísio pode ser inteligente, mas deve possuir uma boa memória.
(D) O Sr. Aluísio pode ter uma boa memória, mas somente se for muito inteligente.
(E) O Sr. Aluísio, por dominar quatro idiomas, deve ter uma boa memória.

Resolução:

A única conclusão possível é que existe uma relação entre conhecer outro idioma e ter uma boa memória. Além disso, a questão informa que não podemos relacionar nível de inteligência com aprendizado de outro idioma.

Vamos analisar as alternativas.

(A) O Sr. Aluísio não é inteligente.
Não podemos relacionar conhecimento de outro idioma com inteligência, item errado.

(B) O Sr. Aluísio é inteligente.
Não podemos relacionar conhecimento de outro idioma com inteligência, item errado.

(C) O Sr. Aluísio pode ser inteligente, mas deve possuir uma boa memória.
Item correto, a memória boa auxilia o aprendizado de outro idioma.

(D) O Sr. Aluísio pode ter uma boa memória, mas somente se for muito inteligente.
Não existe relação, de acordo com o texto, entre inteligência e boa memória de forma explícita. Logo, item errado.

(E) O Sr. Aluísio, por dominar quatro idiomas, deve ter uma boa memória.
Não podemos garantir que deve ter mais, que pode ter uma boa memória. Cuidado, com expressões que

generalizam. Logo, item errado.

Resposta: letra C.

---

5. O processo de tomada de decisões deve seguir uma série de etapas lógicas. Abaixo estão demonstradas três das etapas deste processo.

A – Garantir que a informação seja pertinente.

B – Definição do problema.

C – Análise dos fatos.

Das alternativas apresentadas abaixo, qual a ordem das etapas que se apresenta com a maior coerência?

(A) B, A, C.
(B) A, B, C.
(C) C, B, A.
(D) A, C, B.
(E) B, C, A.

Resolução:

Para uma decisão coerente é necessário, antes de tudo, conhecer o problema, depois verificar que a informação, ou seja, o problema é pertinente e, por último, analisar os fatores para tomar a decisão.

Resposta: letra A.

---

6. (FCC SEFAZ-SP 2013) Há 2 anos, a Universidade Delta implantou um processo em que os alunos da graduação realizam uma avaliação da qualidade didática de todos os seus professores ao final do semestre letivo. Os professores mal-avaliados pelos alunos em três semestres consecutivos são demitidos da instituição. Desde então, as notas dos alunos têm aumentado: a média das notas atuais é 70% maior do que a média de 2 anos atrás.

A causa mais provável para o aumento de 70% nas notas é:

(A) a melhoria da qualidade das aulas em geral, o que garante que os alunos aprendam os conteúdos de maneira mais profunda, elevando a média das avaliações.
(B) a melhoria da qualidade dos alunos que entraram na Universidade Delta nos últimos 2 anos, atraídos pelo processo de avaliação dos docentes.
(C) a demissão dos professores mal-avaliados, que são substituídos por professores mais jovens, com mais energia para motivar os alunos para o estudo.
(D) o aumento da cola durante as avaliações, fenômeno que tem sido observado, nos últimos anos, nas principais instituições educacionais brasileiras.
(E) uma diminuição no nível de dificuldade das avaliações elaboradas pelos professores, receosos de serem mal-avaliados pelos alunos caso sejam exigentes.

Resolução:

A causa mais provável é uma diminuição no nível de dificuldade das avaliações elaboradas pelos professores, receosos de serem mal-avaliados pelos alunos caso sejam exigentes. É preciso pensar em uma premissa implícita: os alunos avaliam a didática dos professores de acordo com as suas notas. Lembre-se: a causa mais provável.

Resposta: letra E.

13.3. TREINAMENTO DO CONCURSANDO

7. (FGV) Os computadores estão presentes na vida da maioria das pessoas. Para não ficar desatualizado, o Sr. Aderbal deseja comprar um computador pessoal. Esse computador, para satisfazer suas necessidades, precisa ser muito rápido. Sabe-se que, além do processador, todos os periféricos influenciam no desempenho geral do computador. Caso o Sr. Aderbal compre um Pentium 200 MMX, um dos processadores mais rápidos

do mercado, pode-se concluir que:

(A) Com certeza o computador atenderá suas necessidades.
(B) Pode ser que esse computador atenda suas necessidades.
(C) Esse computador não atenderá suas necessidades.
(D) Possuindo uma placa de vídeo, este computador com certeza atenderá suas necessidades.
(E) As alternativas (B) e (D) estão corretas.

---

8. **(FGV) O dono de uma livraria enfrenta um problema para administrar seu estoque. Ele precisa optar por uma metodologia que mantenha uma grande quantidade de livros organizada, de forma que seus funcionários possam encontrar o que o cliente deseja. Sabe-se que 100% dos livros que vende são para os alunos de um colégio de 1º e 2º graus localizado em frente à sua loja e que, conhecendo os hábitos de seus clientes, os pequenos estudantes, que normalmente já viram o livro que desejam, mas sempre esquecem o nome do autor e o nome do livro, a forma mais rápida e prática de organizar seu estoque atendendo suas necessidades é:**

(A) Disciplina / Assunto / Cor da Capa.
(B) Autor / Nome do Livro.
(C) Editora / Autor / Nome do Livro.
(D) Assunto / Editora / Autor / Nome do Livro.
(E) Disciplina / Assunto / Editora / Autor / Nome do Livro.

---

9. **(FCC SEFAZ-SP 2013) Nos últimos cinco anos, em um determinado país, verificou-se uma queda significante nas vendas de cigarros. Essa queda coincidiu com a intensificação das campanhas públicas de conscientização acerca dos malefícios à saúde provocados pelo fumo. Portanto, a queda nas vendas de cigarro deve ter sido causada pelo receio das pessoas em relação aos graves prejuízos que o fumo traz para a saúde.**

Qual dos fatos a seguir, se for verdadeiro, enfraquecerá consideravelmente o argumento apresentado?

(A) O consumo de outros tipos de fumo, como o charuto e o cachimbo, caiu 30% nos últimos cinco anos.
(B) De acordo com dados do Ministério da Saúde do país, o número de fumantes caiu 40% nos últimos cinco anos.
(C) Nos últimos anos, a indústria tabagista tem oferecido mais opções de cigarros aos consumidores, como os com sabores especiais e teores reduzidos de nicotina.
(D) O preço dos cigarros subiu consideravelmente nos últimos cinco anos, devido a uma praga que afetou as plantações de tabaco ao redor do mundo.
(E) A procura por produtos ligados a tratamentos antifumo, como os chicletes e adesivos de nicotina, cresceu muito neste país nos últimos cinco anos.

---

10. **(FGV) Recentes declarações de médicos especialistas pelo mundo todo alertam para o uso indiscriminado de antibióticos. Prescritos pelos médicos para seus pacientes, muitas vezes até sem necessidade, os remédios em questão não conseguiam acabar com todas as bactérias a que se destinavam. As mais resistentes sobreviveram e se multiplicaram, principalmente aquelas imunes aos medicamentos. De acordo com estas declarações, podemos concluir que:**

(A) O uso indiscriminado de antibióticos criou bactérias extremamente resistentes e até imunes.
(B) Os especialistas estão alertando para o fato de que cada vez mais os antibióticos funcionam menos.
(C) Os médicos especialistas prescrevem remédios sem necessidade.
(D) Antibióticos são resistentes ou até mesmo imunes a bactérias.
(E) Os remédios estão deixando de ser eficazes frente a novas bactérias muito resistentes.

---

11. **(FGV) Pesquisas demonstram que muitas pessoas possuem automóveis importados principalmente por uma questão de *status.* O Sr. Carlos possui um automóvel importado, mas o Sr. Adilson não. Podemos concluir que:**

(A) O Sr. Carlos possui um *status* mais elevado do que o Sr. Adilson.
(B) O Sr. Adilson possui um *status* mais elevado do que o Sr. Carlos.
(C) Apesar de automóveis diferentes, eles possuem o mesmo *status.*
(D) O Sr. Adilson possui um automóvel nacional porque não se importa com *status.*

(E) O Sr. Adilson pode possuir um *status* mais elevado que o Sr. Carlos.

12. (FGV) Dois dicionários de sinônimos e antônimos de uma mesma língua apresentam definições diferentes para uma mesma palavra. Os dois são de autores diferentes e produzidos na mesma época. Podemos concluir que:

(A) Os dois dicionários estão errados.
(B) Os dois dicionários estão corretos.
(C) Os dois autores são inimigos.
(D) Os dois dicionários podem ser incompletos, mas corretos.
(E) Os dois dicionários podem ser completos e corretos.

13. (FCC PGE-BA 2013) Há alguns anos, o uso do cinto de segurança em automóveis tornou-se obrigatório por lei no Brasil. Algumas pessoas criticam essa lei, com o argumento de que a não utilização do cinto traz riscos apenas ao próprio indivíduo. Dizem que, em uma sociedade livre, as pessoas devem ter o direito de assumir seus próprios riscos, desde que não prejudiquem os outros. Dessa forma, concluem que o uso ou não do cinto de segurança deveria ser uma escolha de cada cidadão.

Qual dos seguintes eventos, se verdadeiro, enfraquece a argumentação descrita acima?

(A) Muitas empresas automotivas têm introduzido, nos últimos modelos lançados, dispositivos que impedem que seja dada a partida do veículo caso o cinto de segurança do banco do motorista não tenha sido acionado.
(B) Inúmeros levantamentos oficiais, conduzidos pelos Ministérios dos Transportes e da Saúde, têm mostrado que, em caso de acidentes automobilísticos rodoviários, a gravidade dos ferimentos é bem maior em motoristas que não estavam usando cinto.
(C) O preço dos seguros de automóvel é mais alto para todos os usuários devido às indenizações pagas em casos de acidentes em que o motorista morre ou se machuca gravemente por não estar usando o cinto de segurança.
(D) As leis que tornam obrigatório o uso do cinto de segurança não se restringem aos motoristas de automóveis: passageiros de aviões também são obrigados a usar o cinto durante a decolagem e a aterrissagem da aeronave.
(E) O número de acidentes rodoviários com vítimas fatais diminuiu significativamente no Brasil após a implantação da lei que tornou obrigatório o uso do cinto de segurança pelo motorista e pelos passageiros de todos os automóveis.

14. (FGV) O diretor de marketing de uma empresa, em uma reunião com fornecedores, recebe um telefonema muito importante que versa sobre o tema em pauta. Trata-se do presidente da empresa, que lhe revela informações confidenciais que os fornecedores não podem tomar conhecimento para não prejudicar a negociação. Terminando suas anotações, o diretor deseja confirmar se entendeu a mensagem corretamente para mudar o rumo da reunião. Para tanto, o diretor deve:

(A) Ler a mensagem de volta para o presidente.
(B) Pedir para o presidente ligar depois.
(C) Falar que ele ligará de volta quando estiver livre.
(D) Pedir ao presidente para repetir.
(E) Ignorar a informação pois ele não tem certeza do conteúdo.

15. (FCC SEFAZ-SP 2013) Um pesquisador da área de medicina desportiva tem defendido mudanças radicais nas regras do futebol, por considerá-lo o mais violento dentre todos os esportes. Ele afirma que esportes como o rugby ou o hóquei sobre o gelo impressionam o público, pois os choques que ocorrem durante os jogos aparentam ser muito violentos. Mas, em geral, eles não provocam lesões tão graves. No caso do futebol, as lesões típicas levam meses para serem curadas e, muitas vezes, são responsáveis por encerrar prematuramente a carreira dos atletas. Seu principal argumento é uma estatística que, realmente, assusta: 35% das lesões graves de atletas profissionais em todo o mundo ocorrem em partidas de futebol. O pesquisador afirma que em nenhum outro esporte essa porcentagem é tão alta.

O argumento do pesquisador a respeito do risco de lesões em jogadores de futebol:

(A) é incontestável, já que os jogadores de futebol não utilizam equipamentos de proteção tão sofisticados quanto os dos atletas de rugby ou de hóquei sobre o gelo, tornando o futebol muito mais arriscado que os demais esportes.
(B) é incontestável, uma vez que a imprensa tem noticiado um número cada vez maior de jogadores de futebol que

sofreram infartos durante uma partida ou treinamento, fruto do aumento do número de jogos realizados ao longo de um ano.

(C) é incontestável, uma vez que o futebol lidera o *ranking* de atletas lesionados em todo o mundo, com 35%, número bem mais elevado do que aqueles observados em esportes tidos como violentos, como o rugby ou o hóquei sobre o gelo.

(D) deve ser contestado, uma vez que, caso as regras do futebol fossem alteradas radicalmente, as partidas perderiam muito em emoção, fazendo com que o futebol deixasse de ser o esporte mais popular do planeta.

(E) deve ser contestado, uma vez que não foi apresentada a porcentagem de ocorrência de lesões graves por esporte, havendo a possibilidade de o percentual 35% ser o mais alto devido ao fato de o futebol ser o esporte mais praticado no mundo.

---

16. (FCC PGE-BA 2013) Uma pesquisa revelou que as donas de casa na faixa dos 40 a 50 anos representam o grupo que mais compra chocolates nos supermercados brasileiros. Este surpreendente resultado derruba de vez o mito de que a infância corresponde à fase de nossas vidas em que mais consumimos chocolate.

O argumento reproduzido acima pode ser considerado falho porque seu autor:

(A) classifica como surpreendente o resultado de uma pesquisa, o que a desqualifica.

(B) não detalha o perfil econômico das donas de casa que participaram da pesquisa.

(C) refere-se a um mito popular, que não tem qualquer embasamento científico.

(D) não distingue os conceitos de compra e consumo, tratando essas palavras como sinônimas.

(E) refere-se à infância de modo geral, sem especificar uma faixa etária mais precisa.

---

17. (FGV) A família Schultz mora no Rio Grande do Sul. A maioria dos gaúchos gosta muito de mate e churrasco. Eles vivem na cidade de Porto Alegre, a capital do estado. Como Christian Schultz é gaúcho, podemos deduzir que:

(A) Christian Schultz mora em Porto Alegre.

(B) Christian Schultz gosta de churrasco e mate.

(C) Christian Schultz pode gostar de mate, mas pode não gostar de churrasco.

(D) A família Schultz gosta de churrasco e mate.

(E) Christian é parente de Sebastian Schultz.

---

18. (FGV) Funcionário de uma grande agência de publicidade, Helder agendou uma reunião com um cliente muito importante e, caso não compareça, pode perder a conta. O caminho de Helder até a agência passa, necessariamente, pela rua Pinho Arruda sendo que, na manhã da reunião, ele descobriu que estaria interditada por dois dias. Diante destes fatos podemos concluir que:

(A) Helder perderá o cliente.

(B) Helder não conseguirá chegar à agência nesse dia.

(C) Helder provavelmente não comparecerá à reunião.

(D) Helder não conseguirá reagendar a reunião.

(E) As alternativas (a) e (c) estão corretas.

---

19. (FGV) Nesses dias de violência, qualquer informação oferecida às autoridades poderá servir como base para futuras investigações. Sabendo disso, uma vítima de um crime buscou detalhar a descrição do homem que o havia assaltado para a polícia. Dentre as informações fornecidas estão as descritas nas alternativas abaixo. Escolha a que, pela lógica, é a mais útil para a captura do bandido:

(A) O bandido estava com mau hálito.

(B) O bandido usava um boné vermelho.

(C) O bandido usava calça jeans.

(D) O bandido tinha cabelo comprido.

(E) O bandido tinha uma tatuagem na mão.

Texto para as questões 20 e 21

USP usa raios gama para esterilizar mosquito transmissor da dengue.

Enquanto na ficção a radiação gama conferiu poderes extraordinários ao Incrível Hulk, na vida real ela ajuda a dificultar a vida do mosquito da dengue, prejudicando sua capacidade reprodutiva.

Cientistas do CENA (Centro de Energia Nuclear na Agricultura) da USP de Piracicaba desenvolveram uma técnica que usa radiação para tornar o *Aedes aegypti* estéril.

Usando uma fonte de Cobalto-60, os pesquisadores fazem uma espécie de "bombardeio" de raios gama no inseto. A técnica, chamada de irradiação, já tem uso consagrado em várias outras aplicações, inclusive na indústria de alimentos.

A dose de radiação usada é considerada baixa e não mata o mosquito, mas é suficiente para torná-lo estéril.

"A técnica é perfeitamente segura. Não há risco para o ambiente, porque a radiação não deixa nenhum tipo de resíduo perigoso", explica Valter Arthur, coordenador do estudo.

A irradiação é feita só nos mosquitos machos, quando eles atingem a chamada fase pupa, em que já estão com todos os órgãos formados, mas ainda não são adultos. (...)

Depois do processo, os mosquitos irradiados são soltos no ambiente, onde competirão com os machos normais pela cópula com as fêmeas. As relações chegam a acontecer, mas os ovos decorrentes delas não eclodem, o que ajuda a controlar a população dos insetos.

(MIRANDA, Giuliana. USP usa raios gama para esterilizar mosquito transmissor da dengue. *Folha de S. Paulo.* São Paulo, p. 8C, jan. 2013)

20. (FCC SEFAZ – SP 2013) De acordo com a continuação da reportagem, que não foi fornecida no trecho acima, os cientistas do CENA ainda precisam realizar um teste para verificar a efetividade da técnica descrita. Dentre os fatos abaixo, qual é o único que poderia comprometer essa efetividade, caso fosse verificado?

(A) A radiação afeta as fêmeas do mosquito durante a cópula, podendo torná-las estéreis.
(B) Os exemplares estéreis do mosquito são bem menos competitivos sexualmente do que os outros.
(C) Os mosquitos que sofreram a irradiação passam a voar mais rapidamente que os demais.
(D) A radiação afeta o metabolismo dos mosquitos, que passam a ter um ciclo de vida mais longo.
(E) As fêmeas do mosquito são incapazes de distinguir os mosquitos irradiados dos demais.

---

21. (FCC SEFAZ-SP 2013) A partir do texto, pode-se inferir que a dose de radiação usada deve ser baixa porque:

(A) os insetos expostos à fonte de Cobalto-60 estão na fase pupa.
(B) uma dose alta de radiação gama ajudaria a vida do mosquito.
(C) os mosquitos irradiados devem manter sua capacidade de copular.
(D) a técnica desenvolvida poderá ser utilizada na indústria de alimentos.
(E) todos os órgãos dos mosquitos expostos a ela já estão formados.

---

22. (FCC BACEN 2005) Em seu livro *Primal Leadership: Realizing the Power of Emotional Intelligence* (2001), Daniel Goleman destaca quatro tipos de lideranças positivas: visionária, formativa, afetiva e democrática.

- **os líderes visionários são aqueles cujas instruções são claras, se assegurando que todos os seus subordinados progridam visando os objetivos empresariais, mas dando liberdade para que decidam livremente como chegar a eles;**
- **os líderes formativos procuram relacionar o interesse dos subordinados aos objetivos da empresa;**
- **os líderes afetivos procuram desenvolver equipes unidas e motivadas, fomentando um relacionamento são e amistoso, quase que superando os objetivos empresariais;**
- **os líderes democráticos obtêm o respaldo e o compromisso político porque fomentam a participação. Empregam trabalhos em grupo, a negociação e a empatia, de modo que seus subordinados se sintam valorizados.**

Com base nas informações dadas, analise as afirmações seguintes:

I. Se os subordinados estão satisfeitos e sentem que têm o respaldo de seu chefe, os objetivos são atingidos.
II. Nenhum indivíduo por si só tem todas as respostas; com frequência recorro à minha equipe para que me dê ideias.
III. Acho que saber escutar é tão importante quanto ser um bom comunicador.

Das três afirmações, a figura do líder democrático está caracterizada APENAS em:

(A) II.
(B) III.
(C) I e II.
(D) I e III.
(E) II e III.

23. (FGV) Se você aumentar os preços de seus produtos e as vendas se mantiverem no mesmo patamar, seus lucros irão aumentar. Com isso em mente, você aumenta seus preços e prevê que as vendas provavelmente irão se manter constantes.

De acordo com o texto acima, a conclusão de que os lucros irão crescer é:

(A) Correta.
(B) Provavelmente correta, mas não necessariamente.
(C) Indeterminada, não pode ser definida.
(D) Provavelmente incorreta, mas não necessariamente.
(E) Incorreta.

24. (FGV) Muitos alunos do Curso de Especialização em Administração para Graduados – CEAG, da Fundação Getulio Vargas, são engenheiros. Grande parte desses engenheiros trabalha em ramos diversos da engenharia. Marcelo é aluno do CEAG.

De acordo com o texto acima, a conclusão de que Marcelo é um engenheiro é:

(A) Correta.
(B) Provavelmente correta, mas não necessariamente.
(C) Indeterminada, não pode ser definida.
(D) Provavelmente incorreta, mas não necessariamente.
(E) Incorreta.

GABARITO

1. A	2. C	3. B	4. C	5. A	6. E
7. B	8. A	9. D	10. B	11. E	12. D
13. C	14. D	15. E	16. D	17. C	18. B
19. E	20. B	21. C	22. E	23. B	24. C

14

TRIGONOMETRIA

14.1 INTRODUÇÃO

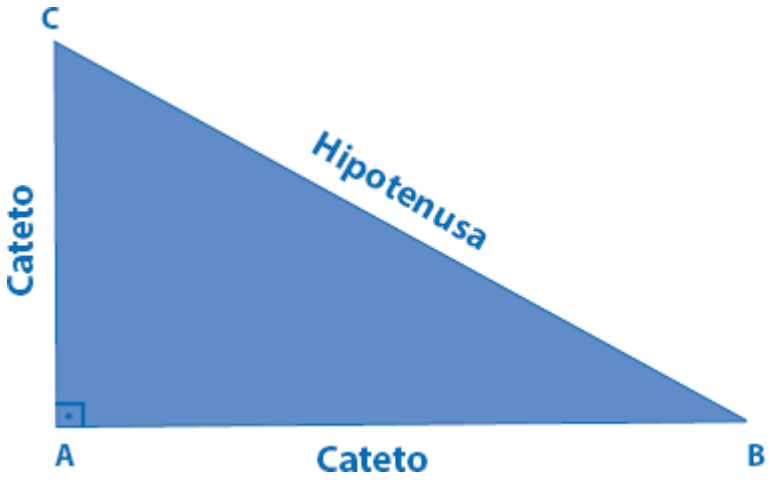
É necessário revisar os conceitos de razões trigonométricas.

14.1.1. Resumo teórico

14.1.1.1. Razões trigonométricas – Catetos e hipotenusa

Em um triângulo chamamos o lado oposto ao ângulo reto de hipotenusa e os lados adjacentes de catetos.

Observe a figura:

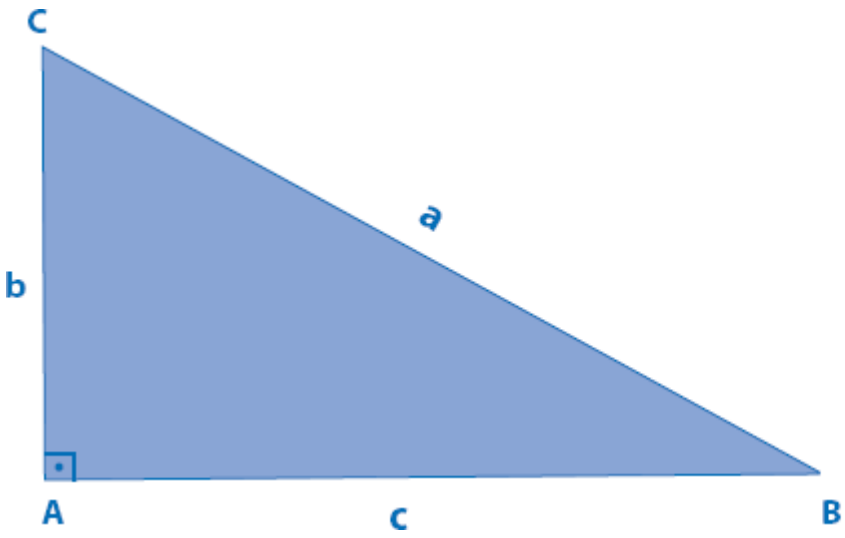


Hipotenusa: $\overline{BC}$

Catetos: $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$

14.1.2. Seno, cosseno e tangente

Considere um triângulo retângulo *BAC*:



Hipotenusa: $\overline{BC}$ m($\overline{BC}$) = a.
Catetos: $\overline{AC}$, m($\overline{AC}$) = b.
$\overline{AB}$, m($\overline{AB}$) = c.
Ângulos: $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$.

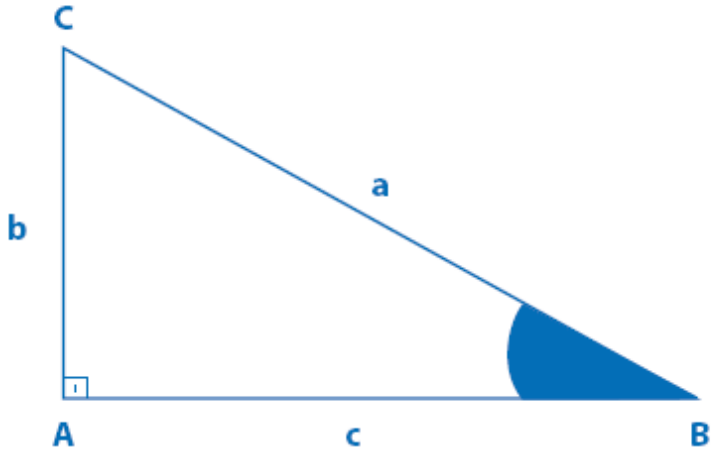
Tomando por base os elementos desse triângulo, podemos definir as seguintes razões trigonométricas:

- **Seno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.**

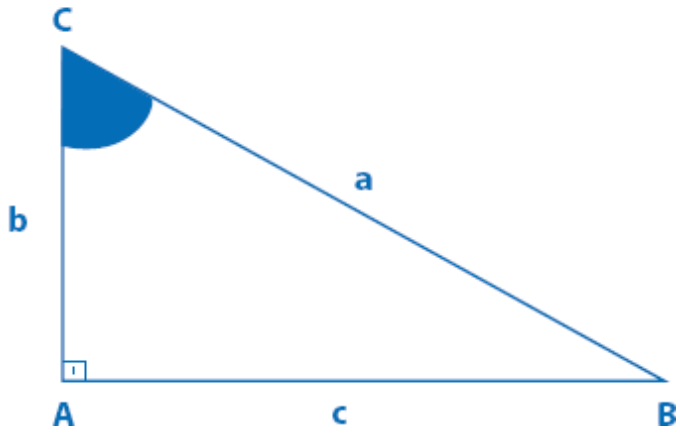
$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{a}$$



$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{a}$$

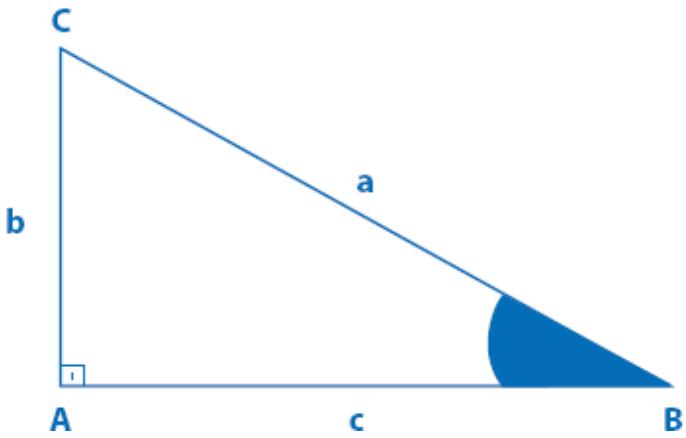


- **Cosseno de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.**

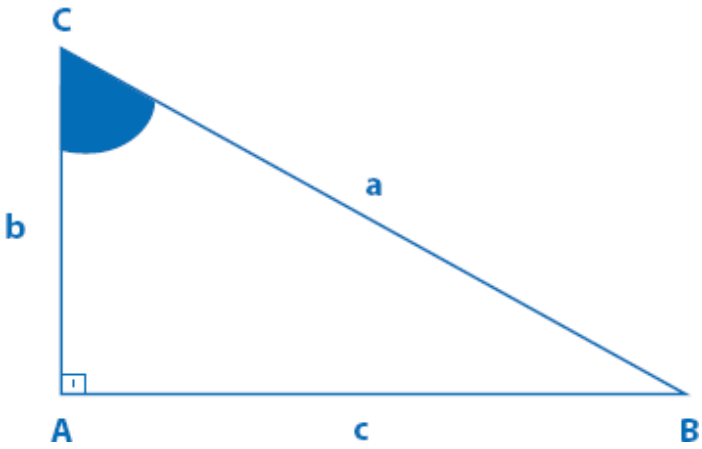
$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Assim:

$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a}$$



$$\cos \hat{C} = \frac{b}{a}$$

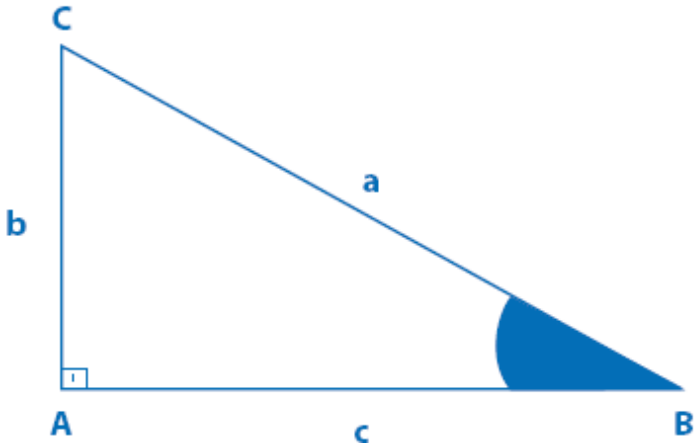


- **Tangente de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente a esse ângulo.**

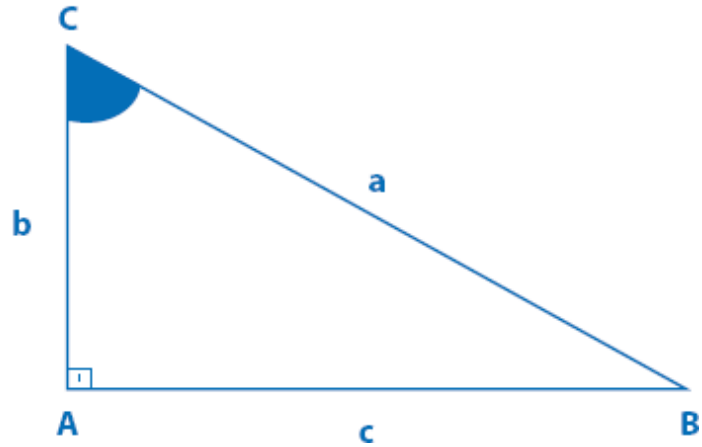
$$\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$$

Assim:

$$\text{tg } \hat{B} = \frac{b}{c}$$



$$\text{tg } \hat{C} = \frac{c}{b}$$



Resumindo:

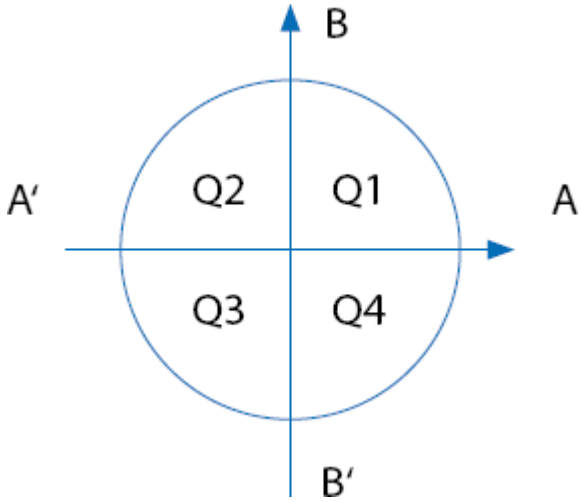
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
SENO	0	1/2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
COS	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1/2	0
TAN	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

14.1.3. Círculo trigonométrico

É o círculo de raio igual 1, que utilizamos para representar o seno e o cosseno.

Se liga!

O cosseno está associado ao eixo A (figura abaixo).
O seno está associado ao eixo B (figura abaixo).



Cada um dos semiplanos situados no círculo trigonométrico é chamado de quadrante. Os pontos A, A', B e B' são chamados pontos quadrantais *(entre um quadrante e outro)*.

Os sinais do seno e cosseno variam conforme os quadrantes da seguinte forma:

	Q1	Q2	Q3	Q4
seno	+	+	–	–
cosseno	+	–	–	+

14.2. REDUÇÃO PARA O PRIMEIRO QUADRANTE

sen (90° - x) = cos x
cos (90° - x) = sen x
tg (90° - x) = cotg x

sen (90° + x) = cos x
cos (90° + x) = - sen x
tg (90° + x) = - cotg x

sen (180° - x) = sen x
cos (180° - x) = - cos x
tg (180° - x) = - tg x

sen (180° - x) = - sen x
cos (180° - x) = - cos x
tg (180° - x) = tg x

sen (270° - x) = - cos x
cos (270° - x) = - sen x
tg (270° - x) = cotg x

sen (270° + x) = - cos x
cos (270° + x) = sen x
tg (270° + x) = - cotg x

sen (360° - x) = - sen x
cos (360° - x) = cos x
tg (360° - x) = - tg x

Se liga!

Secante é uma função trigonométrica definida como: $\sec x = \frac{1}{\cos x}$

A cossecante é uma função trigonométrica definida como o inverso do seno.
Dado um triângulo retângulo em que um dos seus ângulos é θ, tem-se:

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}} = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}$$

A cotangente é uma função trigonométrica definida como o inverso da tangente, ou como a razão entre o cosseno e o seno:

$$cot(\theta) = \frac{1}{tan(\theta)}$$

$$cot(\theta) = \frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}$$

Relações trigonométricas básicas
$\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$\tan\alpha \cot\alpha = 1$
$1 + \tan^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$ ou $1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$
$1 + \cot^2\alpha = 1/\text{sen}^2\,\alpha$ ou $1 + \cot^2\alpha = \text{cosec}^2\,\alpha$

14.3. RELAÇÕES IMPORTANTES DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

01) $\text{sen}^2x + \cos^2x = 1$	02) $1 + \text{tg}^2x = \sec^2x$
03) $1 + \text{cotg}^2x = \text{cosec}^2x$	04) sen (-x) = -sen x
05) cos (-x) = cos x	06) tg (-x) = -tg x

07) cosec x = $\frac{1}{\text{sen } x}$	08) sec x = $\frac{1}{\cos x}$
09) cotg x = $\frac{1}{\text{tg } x}$	10) tg x = $\frac{\text{sen } x}{\cos x}$
11) cotg x = $\frac{\cos x}{\text{sen } x}$	12) sen (a ± b) = sen a. cos b ± cos a. sen b
13) cos (a ± b) = cos a. cos b ± sen a. sen b	14) tg (a + b) = $\frac{\text{tg a} + \text{tg b}}{1 - \text{tg a. tg b}}$
15) tg (a - b) = $\frac{\text{tg a} - \text{tg b}}{1 + \text{tg a. tg b}}$	16) $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
17) $\text{sen}^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$	18) sen 2x = 2 sen x.cos x
19) $\cos 2x = \cos^2 x - \text{sen}^2 x = 1 - 2\,\text{sen}^2 x = 2\cos^2 x - 1$	20) tg 2x = $\frac{2\,\text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$
21) $\left\lvert \text{sen}\frac{x}{2} \right\rvert = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$	22) $\left\lvert \cos\frac{x}{2} \right\rvert = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$
23) $\text{tg}\frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\text{sen } x} = \frac{\text{sen } x}{1 + \cos x}$	24) sen x. cos y = $\frac{1}{2}$ [sen (x - y) + sen (x + y)]
25) sen x. sen y = $\frac{1}{2}$ [cos (x - y) – cos (x + y)]	26) cos x. cos y = $\frac{1}{2}$ [cos (x - y) + cos (x + y)]
27) cos x. sen y = $\frac{1}{2}$ [sen (x + y) – sen (x - y)]	28) sen x - cos y = 2 sen $\left(\frac{x - y}{2}\right)$. cos $\left(\frac{x + y}{2}\right)$
29) sen x. cos x = $\frac{1}{2}$ sen 2x	30) $1 - \cos x = 2\,\text{sen}^2\frac{x}{2}$
31) $1 + \cos x = 2\cos^2\frac{x}{2}$	32) 1 ± sen x = 1 ± cos $\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
33) cos 2θ = cos^2 θ - sen^2 θ	

14.4. TREINAMENTO COMENTADO

1. **(CGU ESAF 2012)** **Calcule o determinante da matriz:** $\begin{pmatrix} \cos x & \text{sen } x \\ \text{sen } x & \cos x \end{pmatrix}$

(A) 1
(B) 0
(C) cos 2x
(D) sen 2x
(E) sen x^2

Resolução:

2 2

Det = cosx - senx

Det = cos 2x

Dica: $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \text{sen}^2\alpha$.

Resposta: letra C.

---

2. (MTE ESAF/2006) Sabendo-se que 3.cos x + sen x = -1, então um dos possíveis valores para a tangente de x é igual a:

(A) -4/3
(B) 4/3
(C) 5/3
(D) -5/3
(E) 1/7

Resolução:

3.cos x + sen x = -1

Senx = -1 - 3cosx

Dica: $\text{senx}^2 + \text{cosx}^2 = 1$

$(-1 - 3\text{cosx})^2 + \text{cosx}^2 = 1$

$1 + 6\text{cosx} + 9\cos^2 x + \cos^2 x = 1$

$10\cos^2 x + 6\text{cosx} = 0$

$\text{cosx}(10\text{cosx} + 6) = 0$

cosx = 0 ou cosx = -6/10

Temos duas possibilidades de resposta, por isso precisamos checar.

Caso 1:

cosx = 0

$\text{Senx}^2 + \text{cosx}^2 = 1$

$\text{Senx}^2 + 0^2 = 1$

$\text{Senx}^2 = 1$

Senx = $\sqrt{1}$ = 1

Cosx = 0, então senx = 1

Caso 2:

$\text{Senx}^2 + \text{cosx}^2 = 1$

$\text{Senx}^2 + (-6/10)^2 = 1$

$\text{Senx}^2 - 36/100 = 1$

$\text{Senx}^2 = 1 - 36/100$

$\text{Senx}^2 = 64/100$

Senx = $\sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10}$

cosx = -6/10, então senx = 8/10

Calculamos agora a tangente de x:

Tgx = -1/0 (impossível)

Tgx = (8/10)/(-6/10) =

$$\frac{8}{10}.\frac{-10}{6} = -\frac{8:2}{6:2} = -\frac{4}{3}$$

Resposta: letra A.

3.

(ESAF/2008) Sabendo que x = $\text{ar cos}\ \frac{\sqrt{2}}{2}$ ar cos e que y = arc sen1/2, então o valor da expressão cos(x-y) é igual a:

(A) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(D) $\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

(E) $\sqrt{2}$

Resolução:

Dica: cos(a-b) = cos(a).cos(b) + sen(a).sen(b).

Comentário: precisamos calcular senx e cosy.

• 1ª Etapa: calcular senx

$Senx^2 + cosx^2 = 1$

$Senx^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

$Senx^2 + \frac{2:2}{4:2} = -\frac{1}{2} = 1$ = –= 1

$Senx^2 + ½ = 1$

$Senx^2 = 1 - ½$

$Senx^2 = \frac{1}{2}$

$Senx = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• 2ª etapa: cosy

$Seny^2 + cosy^2 = 1$

$(1/2)^2 + cosy^2 = 1$

$\frac{1}{4} + cosy^2 = 1$

$Cosy^2 = 1 –$

$$\frac{1}{4}$$

$\text{Cosy}^2 = \frac{3}{4}$

$$\text{Cosy} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• 3ª etapa: cos(x-y)

cos(x-y) = cos(x).cos(y) + sen(x).sen(y)

$\cos(x-y) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$\cos(x-y) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Resposta: letra A.

---

4. (AFTN – 1998/ESAF) O valor de y para o qual a expressão trigonométrica: $(\cos x + \text{sen}x)^2 + y.\text{sen}x.\cos x - 1 = 0$ representa uma identidade é:

(A) 2
(B) 0
(C) -1
(D) -2
(E) 1

Resolução:

$(\cos x + \text{sen}x)^2 + y.\text{sen}x.\cos x - 1 = 0$

$\cos^2 x + 2.\cos x.\text{sen}x + \text{sen}^2 x + y.\text{sen}x.\cos x - 1 = 0$

$\cos^2 x + \text{sen}^2 x + \text{sen}x.\cos x(y + 2) = 1$

Identidade: $\cos^2 x + \text{sen}^2 x = 1$, por isso precisamos excluir a expressão senx.cosx(y + 2).

Igualando a expressão senx.cosx(y + 2) a zero, então essa expressão sumirá da expressão. Logo,

$y + 2 = 0$

$y = -2$

Resposta: letra D.

---

5. (ESAF AFRFB 2014) O cosseno de um ângulo x, com π/2 < x < π, é igual a - 7/25 . Desse modo, a tangente de x/2 é igual a:

(A) -4/3
(B) 4/3
(C) -3/2
(D) 3/23
(E) 1

Resolução:

Cosx = -7/25

O ângulo x está no segundo quadrante. Logo, o valor do cosseno é negativo e valor do seno é positivo.

Como $sen^2x + cos^2x = 1$,

$sen^2x = 1 - cos^2x$

$$sen^2x = 1 - \left(-\frac{7}{25}\right)^2$$

$$sen^2x = 1 - \left(\frac{49}{625}\right)$$

$$sen^2x = \frac{625 - 49}{625}$$

$$sen^2x = \frac{576}{625}$$

$$sen\ x = \sqrt{\frac{576}{625}}$$

$$sen\ x = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{625}}$$

$$sen\ x = \frac{24}{25}$$

O próximo passo é encontrar o valor de $tg\ \frac{x}{2}$

$$tg\ \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{sen\ x} = \frac{sen\ x}{1 + \cos x}$$

$$tg\ \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{sen\ x} = \frac{sen\ x}{1 + \cos x}$$

$$Tg\ \frac{x}{2} = \frac{1 - \left(-\frac{7}{25}\right)}{\frac{24}{25}} = \frac{1 + \frac{7}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{\frac{25 + 7}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{\frac{32}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{32}{25} \cdot \frac{25}{24} = \frac{32 : 8}{24 : 8} = \frac{4}{3}$$

Resposta: letra B.

GABARITO

1. C	2. A	3. A	4. D	5. B

15

QUESTÕES ESTILO CESPE COMENTADAS

15.1. INTRODUÇÃO

Nesse capítulo, teremos 75 questões comentadas da banca CESPE separadas pelos temas mais recorrentes em prova.

15.1.1. Tema: Lógica proposicional

1. (MRE) Considere a seguinte lista de sentenças:

I – Qual é o nome pelo qual é conhecido o Ministério das Relações Exteriores?

II – O Palácio Itamaraty em Brasília é uma bela construção do século XIX.

III – As quantidades de embaixadas e consulados gerais que o Itamaraty possui são, respectivamente, x e y.

IV – O barão do Rio Branco foi um diplomata notável.

Nessa situação, é correto afirmar que, entre as sentenças acima, apenas uma delas não é uma proposição.

Resolução:

I – Qual é o nome pelo qual é conhecido o Ministério das Relações Exteriores?
Frase interrogativa não representa uma proposição lógica.

II – O Palácio Itamaraty em Brasília é uma bela construção do século XIX.
Essa frase é uma proposição lógica.

III – As quantidades de embaixadas e consulados gerais que o Itamaraty possui são, respectivamente, x e y.
Essa frase é uma sentença aberta, logo, não representa uma proposição lógica.

IV – O barão do Rio Branco foi um diplomata notável.
Essa frase é uma proposição lógica.

Duas sentenças não representam uma proposição lógica.

Resposta: item ERRADO.

2. (PRODEST) Considere a seguinte lista de frases:

1. Rio Branco é a capital do estado de Rondônia.
2. Qual é o horário do filme?
3. O Brasil é pentacampeão de futebol.
4. Que belas flores!
5. Marlene não é atriz e Djanira é pintora.

Nessa lista, há exatamente 4 proposições.

Resolução:

1. Rio Branco é a capital do estado de Rondônia.

Essa frase é uma proposição lógica.

2. Qual é o horário do filme?

Frase interrogativa não representa uma proposição lógica.

3. O Brasil é pentacampeão de futebol.

Essa frase é uma proposição lógica.

4. Que belas flores!

Frase exclamativa não representa uma proposição lógica.

5. Marlene não é atriz e Djanira é pintora.

Essa frase é uma proposição lógica.

Temos exatamente três proposições lógicas.

Resposta: item ERRADO.

15.1.2. Tema: Negação de uma proposição simples

3. (CESPE) A negação da proposição "2 + 5 = 9" é a proposição "2 + 5 = 7".

Resolução:

A negação do símbolo = é o símbolo ≠.

A negação da proposição "2 + 5 = 9" é "2 + 5 = 9".

Resposta: item ERRADO.

4. (CESPE) A proposição "Ninguém ensina a ninguém" é um exemplo de sentença aberta.

Resolução:

O termo ninguém é um quantificador (termo que representa quantidade).

Sentença aberta é uma frase que possui um termo ou quantidade desconhecida!

Como a proposição possui um quantificador, por isso, não podemos classificar como sentença aberta.

Resposta: item ERRADO.

15.1.3. Tema: Operadores lógicos

5. (CESPE) A proposição "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro, se Alberto é francês" poderia ser representada por uma expressão do tipo P → [(¬Q) ∧ (¬R)].

Resolução:

Podemos concluir que a proposição "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro, se Alberto é francês" possui três proposições simples, porém fique atento no deslocamento de posição na escrita da proposição, pois o termo que vem depois do "se" representa a causa, por isso "Alberto é francês" é a causa, e a frase "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro" representa o efeito.

Lembre-se: a expressão "tanto... como" representa uma conjunção (e).

Resposta: item CERTO.

---

6. (CESPE) Considerando a proposição P: "Mário pratica natação e judô", julgue o item seguinte. Simbolizando a proposição P por A ∧ B, então a proposição Q: "Mário pratica natação, mas não pratica judô" é corretamente simbolizada por A ∨ (¬B).

Resolução:

A proposição P: "Mário pratica natação e judô" é simbolizada pela expressão A ∧ B.

Conclusão:

A: Mário pratica natação.

B: Mário pratica judô.

A proposição Q: "Mário pratica natação, mas não pratica judô" é simbolizada pela expressão: A ∧ ¬B.

Não esqueça: a conjunção (∧) pode ser escrita pelas expressões: "e", "mas" e "tanto... como".

A forma simbólica fornecida é diferente da forma A ∧ ¬B.

Resposta: item ERRADO.

---

7. (CESPE 2008) Considere as proposições abaixo.
T: "João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos";
A: "João será aprovado no concurso do TRT";
B: "João será aprovado no concurso do TSE".
Nesse caso, a proposição T estará corretamente simbolizada por (A ∨ B) ∧ [¬(A ∧ B)].

Resolução:

"João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos."

Temos que ter cuidado: devemos primeiro observar o operador lógico principal!

João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE, mas não em ambos.

O operador principal será o "mas" (operador da conjunção), pois está depois da vírgula.

A primeira expressão será: João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE.

A segunda expressão será: não em ambos.

A expressão "ambos", o que significa?

A expressão "ambos" transmite uma ideia de simultaneidade de dois elementos, logo, uma conjunção (∧).

Vamos agora atribuir a linguagem simbólica!

João será aprovado no concurso do TRT ou do TSE = A ∨ B.

Não em ambos (negação da conjunção) = ¬(A ∧ B)

Operador principal (mas) = ∧

A forma simbólica da frase é (A ∨ B) ∧ [¬(A ∧ B)].

Resposta: item CERTO.

---

8. **(CESPE) A proposição P: "Ser honesto é condição necessária para um cidadão ser admitido no serviço público" é corretamente simbolizada na forma A → B, em que A representa "ser honesto" e B representa "para um cidadão ser admitido no serviço público".**

Resolução:

Ser honesto é condição necessária para um cidadão ser admitido no serviço público.

Lembre se: o "efeito" é condição necessária para a "causa"

Causa: "Para um cidadão ser admitido no serviço público"

Efeito: "Ser honesto"

Causa → efeito

Forma simbólica correta: B → A

Resposta: item ERRADO.

---

9. **(CESPE SESA – ES 2011) A proposição "A assistência médica de qualidade e gratuita é um direito de todos assegurado na Constituição da República" pode ser representada simbolicamente por uma expressão da forma P ∧ Q, em que P e Q são proposições simples escolhidas adequadamente.**

Resolução:

"A assistência médica de qualidade e gratuita é um direito de todos assegurado na Constituição da República" essa é uma proposição simples, pois temos apenas um predicado, logo tem a forma P.

Resposta: item ERRADO.

---

10. **(CESPE SESA – ES 2011) A proposição "O trânsito nas grandes cidades está cada vez mais caótico; isso é consequência de nossa economia ter como importante fator a produção de automóveis" pode ser representada, simbolicamente, por uma expressão da forma P → Q, em que P e Q são proposições simples escolhidas adequadamente.**

Resolução:

A forma P consequentemente Q é uma opção de escrita da condicional.

Podemos então afirmar que a proposição "O trânsito nas grandes cidades está cada vez mais caótico; isso é consequência de nossa economia ter como importante fator a produção de automóveis" é uma proposição na forma P → Q.

Resposta: item CERTO.

---

11. **(CESPE) Se as proposições P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição (P ∨ R) ∨ (¬Q) é verdadeira.**

Resolução:

Nesse caso, não vamos construir a tabela-verdade, pois os valores das proposições estão sendo informados!

P = V, Q = V e R = F

(P ∨ R) ∨ (¬Q)
(VF = V) ∨ (F)
VF = V (na disjunção "ou", VF = V)

Resposta: item CERTO.

---

12. (CESPE SEGER – ES 2011) Caso seja verdadeira a proposição "muitos consumidores contam com o limite da conta para fechar o mês", o valor lógico da proposição "muitos consumidores contam com o limite da conta e com o pagamento mínimo do cartão para fechar o mês" será verdadeiro, independentemente do valor lógico da proposição "muitos consumidores contam com o pagamento mínimo do cartão para fechar o mês".

Resolução:

A conjunção (e) será verdadeira quando ambas as proposições, que formam a conjunção sejam verdadeiras. A única certeza que temos que a proposição "muitos consumidores contam com o limite da conta para fechar o mês" é verdadeira. A proposição "muitos consumidores contam com o limite da conta e com o pagamento mínimo do cartão para fechar o mês" será verdadeira se a proposição "muitos consumidores contam com o pagamento mínimo do cartão para fechar o mês" também for, obrigatoriamente, verdadeira, por isso a questão está errada.

Resposta: item ERRADO.

---

13. (CESPE 2010) Considerando que as proposições A, B, B → C e [A ∧ B] → [C → D] sejam V, então a proposição D será, obrigatoriamente, V.

Resolução:

Temos as seguintes conclusões:
A é uma proposição verdadeira.
B é uma proposição verdadeira.
B → C é uma proposição verdadeira.
[A ∧ B] [C → D] é uma proposição verdadeira.

Temos os valores das proposições simples A e B, porém não temos o valor de C e D.

• **1º passo:** descobrir o valor da proposição C

Base: B → C é uma proposição verdadeira

Sabemos também que a proposição B é verdadeira, logo, temos a seguinte pergunta: "Qual deverá ser o valor de C para a proposição B → C ser verdadeira?

Temos duas opções: C pode ser V ou F.

VV = V (na condicional)

VF = F (na condicional)

Podemos então concluir que a proposição C será verdadeira, pois VV = V (na condicional).

• **2º passo:** descobrir o valor de D

Base: [A ∧ B] [C → D] é uma proposição verdadeira.

Temos que analisar a proposição por partes!

1ª parte: [A ∧ B]

[A ∧ B] = VV = V (na conjunção)

Sabemos que a primeira ([A ∧ B]) da condicional é verdadeira, logo podemos concluir que a proposição [C → D] também será verdadeira.

Não se esqueça da condicional VV = V e VF= F, por isso a proposição ([C → D]) será verdadeira.

[C → D] é uma proposição verdadeira

Sabemos também que a proposição C é verdadeira, logo, temos a seguinte pergunta: "Qual deverá ser o valor de D para a proposição C → D ser verdadeira?

Temos duas opções: D pode ser V ou F.

VV = V (na condicional)

VF = F (na condicional)

Podemos então concluir que a proposição D será verdadeira, pois VV = V (na condicional)

Resposta: item CERTO.

15.1.4. Tema: Tabela-verdade

14. (CESPE) Existem exatamente 8 combinações de valorações das proposições simples A, B e C para as quais a proposição composta (A ∨ B) ∧ (¬C) pode ser avaliada, assumindo valoração V ou F.

Resolução:

A questão é a quantidade de valorações ou número de linhas de uma tabela-verdade.

Nesse caso, usaremos a fórmula: 2^n, sendo "n" o número de proposições distintas.

Na proposição: (A ∨ B) ∧ (¬C), temos 3 proposições distintas.

$2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$ linhas.

Resposta: item CERTO.

15. (CESPE) A tabela abaixo corresponde à tabela-verdade da proposição (A ∧ B)(A ∨ B).

A	B	(A ∧ B) → A ∨ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Resolução:

Vamos montar a tabela-verdade!

A	B	A ∧ B	A ∨ B	(A ∧ B) → A ∨ B
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Vamos descobrir o valor de (A ∧ B).

Na conjunção (∧), basta uma proposição F para o resultado ser F.

A	B	A ∧ B	A ∨ B	(A ∧ B) → A ∨ B
V	V	VV = V		
V	F	VF = F		
F	V	FV = F		
F	F	FF = F		

Vamos descobrir o valor de (A ∨ B).

A	B	A ∧ B	A ∨ B	(A ∧ B) → (A ∨ B)
V	V	V	VV = V	
V	F	F	VF = V	
F	V	F	FV= V	
F	F	F	FF = F	

A coluna final será o resultado da coluna 3 com a coluna 4.

A	B	A ∧ B	A ∨ B	(A ∧ B) → (A ∨ B)
V	V	V	V	VV = V
V	F	F	V	FV = V
F	V	F	V	FV = V
F	F	F	F	FF = V

O resultado obtido pela última coluna é diferente da última coluna fornecido pelo enunciado.

Resposta: item ERRADO.

15.1.5. Tema: Negação de uma proposição composta

16. (CESPE) Considere como V as seguintes proposições.
A: Jorge briga com sua namorada Sílvia.
B: Sílvia vai ao teatro.
Nesse caso, ¬(A → B) é a proposição C: "Se Jorge não briga com sua namorada Sílvia, então Sílvia não vai ao teatro".

Resolução:

¬(A → B) = A ∧ ¬B

A proposição C deveria ser assim: "Jorge briga com sua namorada Sílvia e Sílvia não vai ao teatro".

Resposta: item ERRADO.

17. (CESPE) Sabe-se que as proposições ¬(A ∧ B) e (¬A) ∨ (¬B) têm os mesmos valores lógicos para todas as possíveis valorações de A e de B. Então a negação da proposição "O Brasil possui embaixada em Abu Dhabi e

não em Marrocos” pode ser simbolizada da forma (¬A) ∨ B.

Resolução:

A proposição “O Brasil possui embaixada em Abu Dhabi e não em Marrocos” possui as seguintes opções de representações simbólicas:

• 1ª opção: A ∧ B

Negação da 1ª opção: ¬ (A ∧ B) = ¬A ∨ ¬B

Essa opção não corresponde à resposta apresentada pela questão.

• 2ª opção: ¬A ∧ B

Negação da 2ª opção: ¬ (¬A ∧ B) = A ∨ ¬B

Essa opção corresponde à resposta apresentada pela questão. Vamos continuar para treinamento.

• 3ª opção: A ∧ ¬B

Negação da 3ª opção: ¬ (¬A ∧ ¬B) = ¬A ∨ B

• 4ª opção: ¬A ∧ ¬B

Negação da 4ª opção: ¬ (¬A ∧¬B) = A ∨ B

Comentário:

A questão somente estaria errada se, ao testar todas as opções, não encontrássemos sua forma simbólica!

Resposta: item CERTO.

---

18. (TRT – ES 2009) A proposição “A Constituição brasileira é moderna ou precisa ser refeita” será V quando a proposição “A Constituição brasileira não é moderna nem precisa ser refeita” for F, e vice-versa.

Resolução:

Nesse caso, a questão está pedindo a negação da proposição “A Constituição brasileira é moderna ou precisa ser refeita”, pois está afirmando que uma é negação da outra, porque, quando uma é V, a outra é F, e vice-versa. Negação é mudar o valor lógico.

A proposição “A Constituição brasileira é moderna ou precisa ser refeita” é uma proposição no conectivo “ou”. A negação do “ou” é: ¬(A ∨ B) = ¬A ∧ ¬B.

A negação correta é: “A Constituição brasileira não é moderna e não precisa ser refeita”.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Nem = e + não.

Conclusão: a proposição: “A Constituição brasileira não é moderna e não precisa ser refeita” também pode ser escrita dessa forma “A Constituição brasileira não é moderna nem precisa ser refeita”.

Resposta: item CERTO.

---

19. (CESPE 2011) A negação da proposição “se houver qualquer imprevisto ou o cliente for demitido, vira uma bola de neve” é logicamente equivalente à proposição “se não houver qualquer imprevisto e o cliente não for demitido, não vira uma bola de neve”.

Resolução:

Na negação da condicional devemos conservar a primeira proposição, colocar o “e” e negar a segunda proposição. Logo, a negação correta seria: “Houver qualquer imprevisto ou o cliente for demitido e não vira uma bola de neve”

Resposta: item ERRADO.

15.1.6. Tema: Equivalência lógica

20. (BB CESPE) Considerando-se como V a proposição “Sem linguagem, não há acesso à realidade”, conclui-se que a proposição “Se não há linguagem, então não há acesso à realidade” é também V.

Resolução:

A expressão “sem” é igual a “se + não”.

Nesse caso, a proposição “Sem linguagem, não há acesso à realidade” pode ser reescrita na forma: “Se não há linguagem, então não há acesso à realidade”.

Resposta: Item CERTO.

21. (CESPE) As proposições compostas A → (¬B) e B → (¬A) têm exatamente os mesmos valores lógicos, independentemente das atribuições V ou F dadas às proposições simples A e B.

Resolução:

A → B é equivalente ¬B → ¬A (inverte e nega as proposições).

A → (¬B)

A primeira proposição é A; quando negar, fica ¬A.

A segunda proposição é ¬B; quando negar, fica ¬ ¬B = B

Último passo: inverter os termos B → ¬A.

Resposta: item CERTO.

22. (CESPE 2010) Caso a proposição “Se a EMBASA promover ações de educação ambiental, então a população colaborará para a redução da poluição das águas” seja V, a proposição “Se a EMBASA não promover ações de educação ambiental, então a população não colaborará para a redução da poluição das águas” também será V.

Resolução:

A proposição: “Se a EMBASA promover ações de educação ambiental, então a população colaborará para a redução da poluição das águas” tem a forma A → B e a proposição: “Se a EMBASA não promover ações de educação ambiental, então a população não colaborará para a redução da poluição das águas” tem a forma ¬A → ¬B.

Dica: devemos inverter as proposições e negar. Nesse caso, faltou inverter as proposições.

Resposta: item ERRADO.

15.1.7. Tema: Quantificadores

23. (CESPE) Se Q é o conjunto dos números racionais, então a proposição $(\forall \in x)(x \in Q \text{ e } x > 0)(x^2 > x)$ é valorada como F.

Resolução:

Q é o conjunto dos números racionais, os quais são números que podem ser colocados na forma de fração.

Temos x > 0, isto é, somente números maiores que zero.

Cuidado na pegadinha: todo número decimal quando elevado ao quadrado se torna menor que o número original.

Exemplo:

O número $\frac{1}{2}$ é racional. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{1}{2}$. (F)

Todo número inteiro, diferente de zero, quando elevado ao quadrado se torna maior que o número original.

Exemplo:

$2^2 = 4$ e 4 e maior que 2. (V)

Logo, teremos possibilidades de a sentença ser verdadeira ou falsa, dependendo do número usado, como a questão utilizou o quantificador universal. Será que para qualquer número racional usado a propriedade $x^2 > x$ é verdadeira? Não! Logo, a proposição é falsa e, a questão está certa.

Resposta: item CERTO.

---

24. (CESPE) Se R é o conjunto dos números Reais, então a proposição (∀x)(x ∈ R)(∃y)(y ∈ R)(x + y = x) é valorada como V.

Resolução:

Acredito que a dificuldade da questão esteja na leitura, então, vamos lá:

A expressão (∀x)(x ∈ R)(∃y)(y ∈ R)(x + y = x)

Para todo x pertencente ao conjunto dos números Reais (R), existe um y pertencente ao conjunto dos números dos Reais (R), tal que x + y = x.

A pergunta é: existe algum valor real para y, tal que x + y = x?

Existe sim! y = 0

X + 0 = X

Então existe pelo menos um valor para y.

Resposta: item CERTO.

---

25. (CESPE) Considerando que (∀x)A(x) e (∃x)A(x) são proposições, é correto afirmar que a proposição (∀x)A(x) → (∃x)A(x) é avaliada como V em qualquer conjunto em que x assuma valores.

Resolução:

Questão de quantificador:

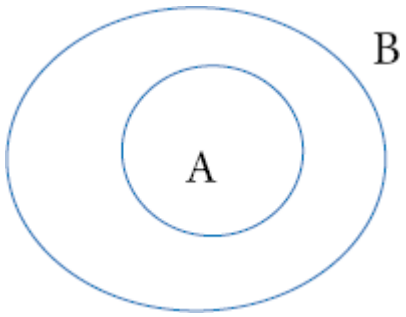
Vamos às possibilidades!

Sendo (∀x)A = V, então (∃x)A(x) = V.

Exemplo:

se “Todo A é B” é verdadeira, então “Algum A é B” também será verdadeira.

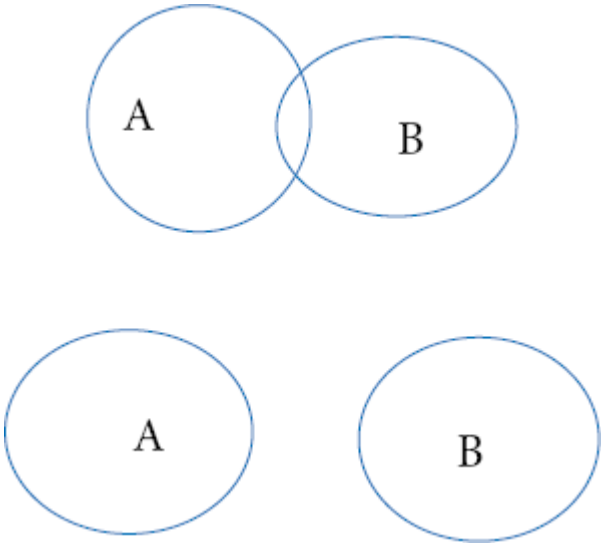
Sendo “Todo A é B” verdadeira, temos a seguinte opção:



Sendo (∀x)A = F, então (∃x)A(x) = V ou F.

Exemplo:

Se “Todo A é B” é falso, então “Algum A é B” pode ser verdadeiro ou falso.
Sendo “Todo A é B” falso, temos duas opções:



Conclusão final: VV ou FV ou FF (as expressões VV, FV, FF na condicional são iguais a V).

Resposta: item CERTO.

---

26. Os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques.
Assinale a opção correspondente à negação da frase acima.

(A) Nenhum jogador do Estrela Futebol Clube é craque.
(B) Quase todos os jogadores do Estrela Futebol Clube não são craques.
(C) Existe algum jogador do Estrela Futebol Clube que não é craque.
(D) Apenas alguns jogadores do Estrela Futebol Clube são craques.

Resolução:

A proposição “Os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques” pode ser escrita também na forma “Todos os jogadores do Estrela Futebol Clube são craques”. Por isso a negação dessa frase utilizar o quantificador existencial e negar a frase.

A negação dessa proposição é “Existe algum jogador do Estrela Futebol Clube que não é craque”.

Resposta: letra C.

---

27. (CESPE) A proposição “Nenhum pavão é misterioso” está corretamente simbolizada por ¬(∃x)(P(x) ∧ M(x)), se P(x) representa “x é um pavão” e M(x) representa “x é misterioso”.

Resolução:

A expressão: ¬(∃x)(P(x) ∧ M(x)) é lida como “Nenhum Pavão é misterioso”.

Dica: a negação do “algum” usando a palavra “nenhum” mantém a proposição.

Resposta: item CERTO.

15.1.8. Tema: Argumento lógico

28. (CESPE 2009) Considere que as proposições da sequência a seguir sejam verdadeiras.

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma.
Fred mora em São Paulo ou ele é engenheiro.
Se Fred é engenheiro, então ele faz cálculos estruturais.
Fred não tem porte de arma.
Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial.
Nesse caso, é correto inferir que a proposição “Fred não mora em São Paulo” é uma conclusão verdadeira com base nessa sequência.

Resolução:

As proposições são verdadeiras.

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)
Fred mora em São Paulo ou ele é engenheiro. (V)
Se Fred é engenheiro, então ele faz cálculos estruturais. (V)
Fred não tem porte de arma. (V)
Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial. (V)

Base: Fred não tem porte de arma. (V)

1º degrau: Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)

Se Fred é policial, então ele tem porte de arma. (V)
F F

A proposição “Fred é policial” deve ser falsa, pois na condicional (se... então) FF = V e VF = F.

2º degrau: Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial. (V)

Se Fred mora em São Paulo, então ele é policial.
F F

Conclusão: a proposição “Fred não mora em São Paulo” é verdadeira.

Resposta: item CERTO.

Texto para as questões 29 a 31

Considere que cada uma das proposições seguintes tenha valor lógico V.
I – Tânia estava no escritório ou Jorge foi ao centro da cidade.
II – Manuel declarou o Imposto de Renda na data correta e Carla não pagou o condomínio.
III – Jorge não foi ao centro da cidade.
A partir dessas proposições, é correto afirmar que a proposição.

29. **“Manuel declarou o Imposto de Renda na data correta e Jorge foi ao centro da cidade” tem valor lógico V.**

30. **“Tânia não estava no escritório” tem, obrigatoriamente, valor lógico V.**

31. **“Carla pagou o condomínio” tem valor lógico F.**

Resolução:

As proposições são verdadeiras.
I – Tânia estava no escritório ou Jorge foi ao centro da cidade. (V)
II – Manuel declarou o imposto de renda na data correta e Carla não pagou o condomínio. (V)
III – Jorge não foi ao centro da cidade. (V)

Base: Jorge não foi ao centro da cidade.

1º degrau: Tânia estava no escritório ou Jorge foi ao centro da cidade. (V)
V F

A proposição “Tânia estava no escritório” deve ser verdadeira, pois na disjunção VF = V e FF =F.

2º degrau: Manuel declarou o Imposto de Renda na data correta e Carla não pagou o condomínio.

A frase do 2º degrau é independente. E agora, o que fazer?
Observe que a frase está ligada pelo conectivo “e”, e nesse conectivo a frase somente é verdadeira se ambas as proposições forem verdadeiras.

Manuel declarou o Imposto de Renda na data correta e Carla não pagou o condomínio.

Conclusão:
Manuel declarou o Imposto de Renda na data correta. (V)
Carla não pagou o condomínio. (V)

Conclusão final (são proposições simples e verdadeiras):
Jorge não foi ao centro da cidade.
Tânia estava no escritório.
Manuel declarou o imposto de renda na data correta.
Carla não pagou o condomínio.
Vamos analisar os itens.

29. “Manuel declarou o imposto de renda na data correta e Jorge foi ao centro da cidade” tem valor lógico V.
Manuel declarou o imposto de renda na data correta. (V)
Jorge foi ao centro da cidade. (F)
VF = F (Na conjunção “e” VF = F).

Resposta: Item ERRADO.

30. “Tânia não estava no escritório” tem, obrigatoriamente, valor lógico V.

A proposição “Tânia não estava no escritório” é falsa.

Resposta: item ERRADO.

---

31. “Carla pagou o condomínio” tem valor lógico F.

A proposição “Carla pagou o condomínio” é falsa.

Resposta: item CERTO.

---

32. (CESPE) Suponha um argumento no qual as premissas sejam as proposições I e II, abaixo.

I – Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz.

II – Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco.

Nesse caso, se a conclusão for a proposição “Mulheres desempregadas vivem pouco”, tem-se um argumento correto.

Resolução:

I – Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz.

II – Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco.

Corte as palavras comuns!

Se uma mulher está desempregada, então, vive pouco.

Essa frase pode ser reescrita dessa forma “Mulheres desempregadas vivem pouco”.

Resposta: item CERTO.

---

33. (CESPE 2009) Um argumento é uma afirmação na qual uma dada sequência finita – $p1$, $p2$..., pn, $n \geq 1$ – de proposições tem como consequência uma proposição final q. A esse respeito, considere o seguinte argumento.

– Ou Paulo fica em casa, ou ele vai ao cinema.

– Se Paulo fica em casa, então faz o jantar.

– Se Paulo faz o jantar, ele vai dormir tarde.

– Se Paulo dorme tarde, ele não acorda cedo.

– Se Paulo não acorda cedo, ele chega atrasado ao seu trabalho.

Sabendo-se que Paulo não chegou atrasado ao seu trabalho, de acordo com as regras de raciocínio lógico, é correto deduzir-se que Paulo

(A) ficou em casa.
(B) foi ao cinema.
(C) fez o jantar.
(D) dormiu tarde.
(E) não acordou cedo.

Resolução:

Um argumento é formado por premissas verdadeiras e conclusão verdadeira.

Ou Paulo fica em casa, ou ele vai ao cinema. (V)

Se Paulo fica em casa, então faz o jantar. (V)

Se Paulo faz o jantar, ele vai dormir tarde. (V)

Se Paulo dorme tarde, ele não acorda cedo. (V)

Se Paulo não acorda cedo, ele chega atrasado ao seu trabalho. (V)

Frase base: Paulo não chegou atrasado ao seu trabalho. (V)

- **1º degrau:** Se Paulo não acorda cedo, ele chega atrasado ao seu trabalho. (V)

F F

Na condicional (se... então) VF = F e FF = V. Cuidado, a frase é verdadeira, então a proposição "Paulo não acorda cedo" deve ser F para a proposição condicional ser V.

- **2º degrau:** Se Paulo dorme tarde, ele não acorda cedo. (V)

F F

A proposição "Paulo dorme tarde" deve ser falsa para manter a condicional verdadeira.

- **3º degrau:** Se Paulo faz o jantar, ele vai dormir tarde. (V)

F F

A proposição "Paulo faz o jantar" deve ser falsa para manter a condicional verdadeira.

- **4º degrau:** Se Paulo fica em casa, então faz o jantar. (V)

F F

A proposição "Paulo fica em casa" deve ser falsa para manter a condicional verdadeira.

- **5º degrau:** Ou Paulo fica em casa, ou ele vai ao cinema. (V)

F V

No "ou", FV = V e FF = F.

Logo, a proposição "Ele vai ao cinema" deve ser V, pois a proposição composta deve ser V.

Resposta: letra B.

Texto para as questões 34 a 36

(CESPE 2011) O sustentáculo da democracia é que todos têm o direito de votar e de apresentar a sua candidatura. Mas, enganoso é o coração do homem. Falhas administrativas e maior tempo no poder andam de mãos dadas. Por isso, todos precisam ser fiscalizados. E a alternância no poder é imprescindível. Considerando o argumento citado, julgue os itens subsequentes.

34. Esse é um argumento válido.

Resolução:

A conclusão deve ser uma proposição formada a partir de premissas que formam o argumento lógico.

As premissas são:

O sustentáculo da democracia é que todos têm o direito de votar e de apresentar a sua candidatura. Mas, enganoso é o coração do homem. Falhas administrativas e maior tempo no poder andam de mãos dadas.

A conclusão é: "todos precisam ser fiscalizados"

Podemos observar que não tem relação entre as premissas e a conclusão, logo temos um argumento não válido.

Resposta: item ERRADO.

35. A sentença “Falhas administrativas e maior tempo no poder andam de mãos dadas” é uma premissa desse argumento.

Resolução:

As premissas são:

O sustentáculo da democracia é que todos têm o direito de votar e de apresentar a sua candidatura. Mas, enganoso é o coração do homem. Falhas administrativas e maior tempo no poder andam de mãos dadas.

Resposta: item CERTO.

36. A afirmação “E a alternância no poder é imprescindível” é uma premissa desse argumento.

Resolução:

A proposição “E a alternância no poder é imprescindível” está depois da proposição “por isso”, logo representa a conclusão.

Resposta: item ERRADO.

15.1.9. Tema: Raciocínio analítico

No livro Alice no País dos Enigmas, o professor de matemática e lógica Raymond Smullyan apresenta vários desafios ao raciocínio lógico que têm como objetivo distinguir-se entre verdadeiro e falso. Considere o seguinte desafio inspirado nos enigmas de Smullyan. Duas pessoas carregam fichas nas cores branca e preta. Quando a primeira pessoa carrega a ficha branca, ela fala somente a verdade, mas, quando carrega a ficha preta, ela fala somente mentiras. Por outro lado, quando a segunda pessoa carrega a ficha branca, ela fala somente mentira, mas, quando carrega a ficha preta, fala somente verdades.

Com base no texto acima, julgue o item a seguir.

37. Se a primeira pessoa diz “Nossas fichas não são da mesma cor” e a segunda pessoa diz “Nossas fichas são da mesma cor”, então, pode-se concluir que a segunda pessoa está dizendo a verdade.

Resolução:

Resumo:

1.ª pessoa	2.ª pessoa
Bola branca – *verdade*	Bola branca – *mentira*
Bola preta – *mentira*	Bola preta – *verdade*

• 1ª suposição:

A primeira pessoa carrega uma ficha branca, logo, a sua afirmação é verdadeira.

A primeira pessoa diz “Nossas fichas não são da mesma cor”.

Como essa afirmação é verdadeira, por hipótese, então a segunda pessoa deve levar uma ficha preta.

• 2ª suposição:

A primeira pessoa carrega uma ficha preta, logo, a sua afirmação é falsa.

A primeira pessoa diz “Nossas fichas não são da mesma cor”.

Como esta afirmação é falsa, por hipótese, então a segunda pessoa deve levar uma ficha preta.

Em ambos os casos, a segunda pessoa carrega a bola preta, logo, ela está dizendo a verdade.

Resposta: item CERTO.

---

38. (CESPE TSE 2007) Três amigos – Ari, Beto e Carlos – se encontram todos os fins de semana na feira de carros antigos. Um deles tem um gordini, outro tem um sinca e o terceiro, um fusca. Os três moram em bairros diferentes (Buritis, Praia Grande e Cruzeiro) e têm idades diferentes (45, 50 e 55 anos). Além disso, sabe-se que:

I – Ari não tem um gordini e mora em Buritis;
II – Beto não mora na Praia Grande e é 5 anos mais novo que o dono do fusca;
III – O dono do gordini não mora em Cruzeiro e é o mais velho do grupo.

A partir das informações acima, é correto afirmar que

(A) Ari mora em Buritis, tem 45 anos de idade e é proprietário do sinca.
(B) Beto mora em Cruzeiro, tem 50 anos de idade e é proprietário do gordini.
(C) Carlos mora na Praia Grande, tem 50 anos de idade e é proprietário do gordini.
(D) Ari mora em Buritis, tem 50 anos de idade e é proprietário do fusca.

Resolução:

I – Ari não tem um gordini e mora em Buritis.

Conclusão: Ari mora em Buritis e tem um Sinca ou um Fusca.

II – Beto não mora na Praia Grande e é 5 anos mais novo que o dono do fusca;

Beto não mora na Praia Grande, logo mora em Buritis ou cruzeiro, como Ari mora em Buritis.

Conclusão: Beto mora em Cruzeiro, possui um sinca ou o gordini.

III – O dono do gordini não mora em Cruzeiro e é o mais velho do grupo.

O dono do gordini não mora no Cruzeiro, como Beto mora nessa cidade e possui um sinca ou gordini, então pela afirmação ele não pode ter um gordini.

Conclusão: Beto possui um sinca e tem 55 anos.

Conclusão final:

Ari mora em Buritis, possui um Fusca e tem 50 anos.

Beto mora no Cruzeiro, possui um sinca e tem 55 anos.

Carlos mora em Praia Grande, possui um gordini e tem 45 anos.

Resposta: letra D.

---

39. (CESPE PF 2009) Considere que um delegado, quando foi interrogar Carlos e José, já sabia que, na quadrilha à qual estes pertenciam, os comparsas ou falavam sempre a verdade ou sempre mentiam. Considere, ainda, que, no interrogatório, Carlos disse: José só fala a verdade, e José disse: Carlos e eu somos de tipos opostos. Nesse caso, com base nessas declarações e na regra da contradição, seria correto o delegado concluir que Carlos e José mentiram.

Resolução:

• 1ª situação: Carlos fala a verdade.

Carlos disse: José só fala a verdade.

Conclusão: José também fala a verdade, a afirmação de Carlos é verdadeira.

Logo, Carlos e José falam a verdade.

José disse: Carlos e eu somos de tipos opostos.

Essa afirmação é falsa e contradiz a afirmação de Carlos, que afirmou que os dois falam a verdade.

• **2ª situação:** Carlos mente.

Carlos disse: José só fala a verdade.

Conclusão: José também fala uma mentira, a afirmação de Carlos é mentirosa.

Logo, Carlos e José mentem.

José disse: Carlos e eu somos de tipos opostos.

A afirmação de José é falsa, então, essa afirmação não contradiz a afirmação de Carlos.

Resposta: item CERTO.

15.1.10. Tema: Análise combinatória

40. (CESPE MPE/AM) Ao iniciar um videogame, o jogador dispõe de uma tela onde pode selecionar de 1 a 4 jogadores, outra tela onde pode selecionar de 1 a 3 níveis de dificuldade e, por último, uma tela onde pode selecionar de 1 a 3 velocidades para o jogo. Nesse caso, a quantidade de formas distintas de se jogar esse videogame é superior a 25.

Resolução:

Temos 3 escolhas: a quantidade de jogadores, o nível do jogo e a velocidade do jogo.

1ª escolha: 4 (total de jogadores)

2ª escolha: 3(quantidade de níveis do jogo)

3ª escolha: 3 (velocidade do jogo)

Resposta: 4 . 3 . 3 = 36 possibilidades de escolhas.

Resposta: item CERTO.

---

41. (CESPE TRE 2009) Em um restaurante que ofereça um cardápio no qual uma refeição consiste em uma salada – entre salada verde, salpicão e mista –, um prato principal – cujas opções são bife com fritas, peixe com purê, frango com arroz ou massa italiana – e uma sobremesa – doce de leite ou pudim –, a quantidade *n* de refeições possíveis de serem escolhidas por um cliente será

(A) $n \leq 9$

(B) $10 \leq n \leq 14$

(C) $15 \leq n \leq 19$

(D) $20 \leq n \leq 24$

(E) $n \geq 25$

Resolução:

Temos uma sucessão de escolhas: 3.

1ª escolha: 3 (quantidades de saladas)

2ª escolha: 4 (quantidade de pratos principais)

3ª escolha: 2 (quantidade de sobremesas)

Resposta: 3 . 4 . 2 = 24 possibilidades.

Resposta: letra D.

---

42. (CENTRO DE PERÍCIAS CIENTÍFICAS "RENATO CHAVES" – PARÁ CESPE – 2007) Para proceder a uma investigação criminal, um perito dispõe de 9 procedimentos distintos que empregam apenas recursos eletrônicos e outros 5 procedimentos distintos que empregam apenas recursos humanos. Nessa situação, a quantidade de procedimentos distintos que o perito tem à disposição para realizar a mencionada investigação

é igual a

(A) 4
(B) 9
(C) 14
(D) 45

Resolução:

Nesse caso, temos apenas uma escolha: escolhemos um perito de recursos eletrônicos ou de recursos humanos. Princípio aditivo.

Resposta: 9 + 5 = 14.

Resposta: letra C.

---

43. (CENTRO DE PERÍCIAS CIENTÍFICAS "RENATO CHAVES" PARÁ CESPE 2007) Para cadastrar seus equipamentos, uma instituição usa códigos numéricos de 2 algarismos, de 3 algarismos e de 4 algarismos, não sendo permitidas repetições de algarismos. A partir dos algarismos de 0 a 9, o número de códigos distintos disponíveis para esse cadastramento é igual a

(A) 11.100
(B) 9.990
(C) 5.850
(D) 5.040

Resolução:

Nessa questão, temos os dois princípios ao mesmo tempo.

• **1º caso:** escolha do código de 2 **algarismos**.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Não existe repetição de algarismos.

1º algarismo: 10 algarismos de escolha (0 a 9)

2º algarismo: 9 (como não há repetição de algarismos, sobram 9 algarismos)

Resultado: 10.9 = 90

• **2º caso:** escolha do código de 3 algarismos.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Não existe repetição de algarismos.

1º algarismo: 10 algarismos de escolha (0 a 9)

2º algarismo: 9 (como não há repetição de algarismos, sobram 9 algarismos)

3º algarismo: 8

Resultado: 10.9.8 = 720

3º caso: escolha do código de 4 algarismos.

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Não existe repetição de algarismos.

1º algarismo: 10 algarismos de escolha (0 a 9)
2º algarismo: 9 (como não há repetição de algarismos, sobram 9 algarismos)
3º algarismo: 8
4º algarismo: 7
Resultado: 10.9.8.7 = 5 040

Agora, podemos escolher entre os casos 1, 2 ou 3.

Resultado final: 90 + 720 + 5 040 = 5 850.

Resposta: letra C.

Texto para as questões 43 a 46

(CESPE BB 2009) Supondo que André, Bruna, Cláudio, Leila e Roberto sejam, não necessariamente nesta ordem, os cinco primeiros classificados em um concurso, julgue os itens seguintes.

44. Existem 120 possibilidades distintas para essa classificação.

Resolução:

As cinco posições são livres.
1ª posição: 5 pessoas
2ª posição: 4 pessoas (excluindo o 1º colocado)
3ª posição: 3 pessoas (excluindo o 1º e 2º colocados)
4ª posição: 2 pessoas (excluindo 1º, 2º e 3º colocados)
5ª posição: 1 pessoa (excluindo 1º, 2º, 3º e 4º colocados)
Resultado: 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120.

Resposta: item CERTO.

---

45. Com André em primeiro lugar, existem 20 possibilidades distintas para a classificação.

Resolução:

Nesse caso, a primeira posição é definida e a segunda em diante são livres.
1ª posição: 1 pessoa (André)
2ª posição: 4 pessoas (excluindo o 1º colocado)
3ª posição: 3 pessoas (excluindo o 1º e 2º colocados)
4ª posição: 2 pessoas (excluindo 1º, 2º e 3º colocados)
5ª posição: 1 pessoa (excluindo 1º, 2º, 3º e 4º colocados)
Resultado: 1 . 4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

---

46. Com Bruna, Leila e Roberto classificados em posições consecutivas, existem 36 possibilidades distintas para classificação.

Resolução:

Nesse caso, temos 2 situações a observar:

• **1ª situação:** Bruna, Leila e Roberto devem estar em posições consecutivas.

Observe que a questão não mencionou se era em ordem, logo, consideramos sem ordem.

Na primeira posição temos 3 escolhas (Bruna, Leila e Roberto), na segunda posição temos duas escolhas e na terceira posição temos uma escolha.

• **2ª situação:** escolha das posições e pessoas.

Cuidado: no grupo, Bruna, Leila e Roberto devem estar juntos. Logo, dos cinco lugares, temos apenas 3 posições.

Livre Livre (As três posições abaixo são ocupadas pelo grupo de Bruna, Leila e Roberto

P1 P2 P3 (o grupo de Bruna, Leila e Roberto)

Obs.: P1: posição 1, P2: posição 2 e P3: posição 3.

Resumindo, temos três posições: uma posição para o grupo de 3 pessoas, que devem estar juntos, e duas posições para escolher entre André e Cláudio.

Posição do grupo: 3 . 2 . 1 = 6 (permutação de posição entre Bruna, Leila e Roberto)

Troca de lugares livres: 3

Troca de posição entre André e Cláudio: 2 . 1 = 2

Resultado: 6 . 3 . 2 = 36 possibilidades.

Resposta: item CERTO.

---

47. O número de possibilidades distintas para a classificação com um homem em último lugar é 144.

Resolução:

Nesse caso, vamos começar pela restrição: homem em último lugar.

Com um homem na última posição, temos 3 possibilidades (André, Cláudio e Roberto).

A primeira até a quarta posição são livres!

1ª posição: 4 possibilidades (excluindo uma pessoa, pois começamos pela última posição)

2ª posição: 3 possibilidades

3ª posição: 2 possibilidades

4ª posição: 1 possibilidade

5ª posição: 3 possibilidades (começamos pela última posição)

Resultado: 4 . 3 . 2 . 1 . 3 = 72 possibilidades

Resposta: item ERRADO.

---

48. (ABIN CESPE 2010) Considere que uma das técnicas de acompanhamento de investigado que se desloque por uma rua retilínea consista em manter um agente no mesmo lado da via que o investigado, alguns metros atrás deste, e dois outros agentes do lado oposto da rua, um caminhando exatamente ao lado do investigado e outro, alguns metros atrás. Nessa situação, há 10 maneiras distintas de 3 agentes previamente escolhidos se organizarem durante uma missão de acompanhamento em que seja utilizada essa técnica.

Resolução:

Temos que escolher 3 pessoas para três posições.

1ª posição (no mesmo lado da via) = 3 (total de agentes)

2ª posição (lado oposto na mesma direção) = 2 (pois já escolhemos um agente)

3ª posição (lado oposto alguns metros atrás) = 1 (pois já escolhemos dois agentes)

Resultado = 3 . 2 . 1 = 6 possibilidades.

Resposta: item ERRADO.

---

49. (TRE-MT CESPE 2010) Para as eleições gerais em determinado ano, se candidataram 5 cidadãos à presidência da República e, em determinado estado, 4 cidadãos se candidataram a governador do estado e 6, ao Senado Federal. Nesse estado, a eleição será feita com cédula comum, de papel, e, independentemente de partido político, a posição dos candidatos, por cargo, será feita por sorteio e seguirá o modelo abaixo.

PODER JUDICIÁRIO
JUSTIÇA ELEITORAL

MODELO DA CÉDULA ELEITORAL MAJORITÁRIA
ELEIÇÕES GERAIS (1° Turno – Frente)

JUSTIÇA ELEITORAL

PARA PRESIDENTE

- ☐ Nome do Candidato 1
- ☐ Nome do Candidato 2
- ☐ Nome do Candidato 3
- ☐ Nome do Candidato 4
- ☐ Nome do Candidato 5

PARA GOVERNADOR

- ☐ Nome do Candidato 1
- ☐ Nome do Candidato 2
- ☐ Nome do Candidato 3
- ☐ Nome do Candidato 4

PARA SENADOR
(assinale dois nomes)

- ☐ Nome do Candidato 1
- ☐ Nome do Candidato 2
- ☐ Nome do Candidato 3
- ☐ Nome do Candidato 4
- ☐ Nome do Candidato 5
- ☐ Nome do Candidato 6

De acordo com as informações do texto, a quantidade de configurações diferentes para a cédula em função do sorteio da posição dos nomes dos candidatos é

(A) inferior a 30.
(B) superior a 30 e inferior a 3.000.
(C) superior a 3.000 e inferior a 300.000.
(D) superior a 300.000 e inferior a 3.000.000.
(E) superior a 3.000.000.

Resolução:

• 1ª escolha: Presidente (temos 5 opções)

1ª posição = 5 candidatos (total de escolhas)

2ª posição = 4 candidatos (já escolhemos uma pessoa)

3ª posição = 3 candidatos (já escolhemos duas pessoas)

4ª posição = 2 candidatos (já escolhemos três pessoas)

5ª posição = 1 candidato (já escolhemos quatro pessoas)

Total de escolhas para vaga de presidente = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120

• 2ª escolha: Senado (temos 6 opções)

1ª posição = 6 candidatos (total de escolhas)

2ª posição = 5 candidatos (já escolhemos uma pessoa)

3ª posição = 4 candidatos (já escolhemos duas pessoas)

4ª posição = 3 candidatos (já escolhemos três pessoas)

5ª posição = 2 candidatos (já escolhemos quatro pessoas)

6ª posição = 1 candidato (já escolhemos cinco pessoas)

Total de escolhas para vaga de senador = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720

• 3ª escolha: Presidente (temos 5 opções)

1ª posição = 4 candidatos (total de escolhas)

2ª posição = 3 candidatos (já escolhemos uma pessoa)

3ª posição = 2 candidatos (já escolhemos duas pessoas)

4ª posição = 1 candidato (já escolhemos três pessoas)

Total de escolhas para vaga de governador = 4 . 3 . 2 . 1 = 24

Temos que escolher presidente, governador e senador, logo devemos multiplicar os resultados obtidos.

Resultado final = 120 . 720 . 24 = 2073600

Resposta: letra D.

---

50. (CESPE) Considere a seguinte situação hipotética.

Para oferecer a seus empregados cursos de inglês e de espanhol, uma empresa contratou 4 professores americanos e 3 espanhóis.

Nessa situação, sabendo que cada funcionário fará exatamente um curso de cada língua estrangeira, um determinado empregado disporá de exatamente 7 duplas distintas de professores para escolher aqueles com os quais fará os seus cursos.

Resolução:

Nesse caso, temos uma escolha de grupo de pessoas, logo, combinação.

Cálculo do grupo de professores americanos:

$C_{4,1} = 4$

Cálculo do grupo de professores espanhóis:

$C_{3,1} = 3$

Resultado final = 4 . 3 = 12

Resposta: item ERRADO.

---

51. (CENTRO DE PERÍCIAS CIENTÍFICAS "RENATO CHAVES" PARÁ) Uma empresa está oferecendo 2 vagas para emprego, sendo uma para pessoas do sexo feminino e a outra para pessoas do sexo masculino. Considerando-se que se candidataram às vagas 9 homens e 7 mulheres, então o número de opções distintas para a ocupação dessas vagas é igual a

(A) 126

(B) 63

(C) 32

(D) 16

Resolução:

Nesse caso, temos uma escolha de grupo de pessoas, logo, combinação.

Cálculo do grupo de homens:

$C_{9,1} = 7$

Cálculo do grupo de mulheres:

$C_{7,1} = 7$

Resultado final = 9 . 7 = 63

Resposta: letra B.

Texto para as questões 52 e 53

(ANAC 2009) Considerando que, para ocupar os dois cargos que compõem a diretoria de uma empresa, diretor e vice-diretor, existam 5 candidatos, julgue os itens subsequentes.

52. Se cada um dos candidatos for capaz de ocupar qualquer um dos dois cargos, o número possível de escolhas para a diretoria da empresa será igual a 10.

Resolução:

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Cada candidato pode ocupar qualquer cargo.

1ª escolha: do diretor

$C_{5,1} = 5$

2ª escolha: do vice direto

Lembre-se de que uma pessoa já ocupou o cargo de diretor, logo, sobraram 4 candidatos.

$C_{4,1} = 4$

Resultado final = 5 . 4 = 20

Resposta: item ERRADO.

---

53. Se, dos 5 candidatos, 2 concorrem apenas ao cargo de diretor e os demais, apenas ao cargo de vice-diretor, o número possível de escolhas para a diretoria da empresa será igual 5.

Resolução:

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> Apenas 2 candidatos podem ocupar o cargo de diretor e 3 candidatos o cargo de vice-diretor.

1ª escolha: do diretor

$C_{2,1} = 2$

2ª escolha: do vice-diretor

$C_{3,1} = 3$

Resultado final = 2 . 3 = 6

Resposta: item ERRADO.

Se liga!

A banca CESPE colocou como possibilidade de resposta a soma dos resultados. Tenha cuidado, pois nesse caso aplicamos a regra do “e” (primeira escolha e segunda escolha).

---

54. (BB 2007) Considere que um decorador deva usar 7 faixas coloridas de dimensões iguais, pendurando-as verticalmente na vitrine de uma loja para produzir diversas formas. Nessa situação, se 3 faixas são verdes e indistinguíveis, 3 faixas são amarelas e indistinguíveis e 1 faixa é branca, esse decorador conseguirá produzir, no máximo, 140 formas diferentes com essas faixas.

Resolução:

Total de 7 faixas, sendo 3 verdes e 3 amarelas.

Permutação com repetição de elementos!

$$P_7^{3,3} = \frac{7!}{3!\ 3!} = 140.$$

Resposta: item CERTO.

---

55. (CESPE) Considere que, no final de uma reunião de executivos, foram trocados 78 apertos de mãos; cada executivo apertou uma única vez a mão de todos os outros. Nesse caso, o número de executivos presentes nessa reunião era inferior a 15.

Resolução:

Assunto: combinação.

Esse tipo de questão pode ser resolvida pela fórmula: $\frac{n(n-1)}{2}$

Sendo n = número de pessoas

Vamos ao processo da suposição:

Sendo n = 14 (a resposta é menor que 15)

$\frac{14.13}{2} = \frac{14.13}{2} = \frac{182}{2} = 91$ apertos de mãos

Sendo n = 13

$\frac{13.12}{2} = \frac{156}{2} = 78$ apertos de mãos

Resposta: n = 13.

Resposta: item CERTO.

---

56. Os ramais de telefone em uma repartição têm 4 dígitos, formatados com os algarismos 0, 1..., 9. Se esses números possuem pelo menos um dígito repetido, então a quantidade de números de ramais que é possível formar é superior a 4.000.

Resolução:

Assunto: Princípio Fundamental de contagem

> ⚠ ***Cuidado!***
>
> A questão pediu pelo menos um dígito repetido, logo, podem ser um, dois, três ou quatro dígitos repetidos.

Vamos utilizar um processo complementar.

• **1º passo:** calcular o total de possibilidades

10 (0 a 9)	10	10	10
Algarismo 1	Algarismo 2	Algarismo 3	Algarismo 4

Resultado total = 10 . 10 . 10 . 10 = 10.000

• **2º passo:** calcular o total de possibilidades sem repetição de dígitos

10 (0 a 9)	9	8	7
Algarismo 1	Algarismo 2	Algarismo 3	Algarismo 4

Resultado = 10 . 9 . 8 . 7 = 5.040

Vamos analisar juntos!

Temos 10 000 possibilidades de ramais e em 5.040 ramais não há repetição de algarismos. Logo, em 4 960 (10.000 – 5.040) ramais terá pelo menos um dígito repetido.

Resposta: item CERTO.

---

57. (CESPE) Ao se listar todas as possíveis permutações das 13 letras da palavra PROVAVELMENTE, incluindo-se as repetições, a quantidade de vezes que esta palavra aparece é igual a 6.

Resolução:

Assunto: permutação com repetição.

Nesse caso, a questão só pediu a quantidade de repetições da palavra PROVAVELMENTE.

A fórmula será o produto do fatorial das letras repetidas.

Letras repetidas: E = 3 e V = 2

Resultado = 3! × 2! = 3 . 2 . 1 . 2 . 1 = 12 possibilidades

Resposta: item ERRADO.

---

58. (CESPE Agente PF 2009) Considerando que, em um torneio de basquete, as 11 equipes inscritas serão divididas nos grupos A e B, e que, para formar o grupo A, serão sorteadas 5 equipes, julgue o item que se seguem.
A quantidade de maneiras distintas de se escolher as 5 equipes que formarão o grupo A será inferior a 400.

Resolução:

Assunto: combinação

Total de equipes: 11

Para o grupo A serão escolhidas 5 equipes.

$$C_{11,5} = \frac{11.10.9.8.7}{5.4.3.2.1} = \frac{55440}{120} = 462.$$

Resposta: item ERRADO.

15.1.11. Tema: Probabilidade

59. (TSE) Para se ter uma ideia do perfil dos candidatos ao cargo de Técnico Judiciário, 300 estudantes que iriam prestar o concurso foram selecionados ao acaso e entrevistados, sendo que, entre esses, 130 eram homens. Como resultado da pesquisa, descobriu-se que 70 desses homens e 50 das mulheres entrevistadas estavam cursando o ensino superior. Se uma dessas 300 fichas for selecionada ao acaso, a probabilidade de que ela seja de uma mulher que, no momento da entrevista, não estava cursando o ensino superior é igual a

(A) 0,40
(B) 0,42
(C) 0,44
(D) 0,46

Resolução:

Espaço amostral: 300 (total de pessoas)

Evento: 120 (mulher não cursando ensino superior)

São 130 homens, logo 300 - 130 = 170 mulheres no total.

Dessas 170 mulheres, 50 estão cursando ensino superior, então 170 - 50 = 120.

$$P(A) = \frac{120}{300} = \frac{12}{30} = 0,4$$

Resposta: letra A.

---

60. (CESPE) Se, entre as 16 empresas contratadas para atender aos serviços diversos do TRT, houver 4 empresas que prestem serviços de informática e 2 empresas que cuidem da manutenção de elevadores, e uma destas for escolhida aleatoriamente para prestar contas dos custos de seus serviços, a probabilidade de que a empresa escolhida seja prestadora de serviços de informática ou realize a manutenção de elevadores será igual a

(A) 0,125
(B) 0,250
(C) 0,375
(D) 0,500

Resolução:

Espaço amostral: 16 (total de empresas)

Evento: uma empresa prestadora de serviços de informática ou que realize a manutenção de elevadores

Nesse caso, não temos elementos comuns.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{16} + \frac{4}{16} = \frac{6}{16} = 0,375$$

Resposta: letra C.

---

61. (CESPE) Ao se lançar dois dados não viciados, a probabilidade de se obter pelo menos um número ímpar é superior a 5/6.

Resolução:

Espaço amostral = 36 (são dois lançamentos, ou seja, 6 . 6 = 36 possibilidades)

Evento: pelo menos um número ímpar

Nesse caso, vamos calcular a probabilidade de ocorrer somente números pares.

Possibilidades de eventos contendo número par: (2,2), (2,4), (4,2), (4,4), (2,6), (6,2), (6,6) = 7 eventos

$$P(A) = \frac{7}{36}$$

A probabilidade de ter pelo menos um número ímpar será: $\frac{29}{36}$ (36 – 7 = 29)

$$\frac{29}{36} = 0{,}805 \text{ e } \frac{5}{6} = 0{,}83$$

Resposta: item ERRADO.

---

62. (CESPE) Considere que, em um jogo em que se utilizam dois dados não viciados, o jogador A pontuará se, ao lançar os dados, obtiver a soma 4 ou 5, e o jogador B pontuará se obtiver a soma 6 ou 7. Nessa situação, é correto afirmar que o jogador B tem maior probabilidade de obter os pontos esperados.

Resolução:

• 1º cálculo: probabilidade de o jogador A ganhar.

Espaço amostral: 36 possibilidades

Evento: soma 4 ou 5 = 3 + 4 = 7 possibilidades

Soma 4: (2,2), (3,1) (1,3)

Soma 5: (2,3) (3,2), (1,4), (4,1)

$$P(A) = \frac{7}{36}$$

• 2º cálculo: probabilidade de o jogador B ganhar.

Espaço amostral: 36 possibilidades

Evento: soma 6 ou 7 = 5 + 6 = 11 possibilidades

Soma 6: (3,3), (2,4) (4,2), (1,5), (5,1)

Soma 7: (3,4) (4,3), (2,5), (5,2), (1,6), (6,1)

$$P(B) = \frac{11}{36}$$

O candidato B tem mais chance.

Resposta: item CERTO.

---

63. (CESPE MPE RR/2008) Em uma urna há 100 bolas numeradas de 1 a 100. Nesse caso, a probabilidade de se retirar uma bola cuja numeração seja um múltiplo de 10 ou de 25 será inferior a 0,13.

Resolução:

• 1º cálculo: múltiplo de 10

Espaço amostral: 100

Evento: 10 (100 : 10 = 10 múltiplos de 10)

$$P(A) = \frac{10}{100}$$

• 2º cálculo: múltiplo de 10

Espaço amostral: 100

Evento: 4 (100 : 25 = 4 múltiplos de 25)

$$P(B) = \frac{4}{100}$$

• 3º cálculo: múltiplo comum de 10 e 25 = 50 (m.m.c de 10 e 25)

Espaço amostral: 100

Evento: 2 (100 : 50 = 2 múltiplos de 50)

$$P(C) = \frac{2}{100}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) – P(A \cap B)$.

$$P(A \cup B) = \frac{10}{100} + \frac{4}{100} - \frac{2}{100} = \frac{12}{100} = 0,12$$

Resposta: item CERTO.

---

64. (CESPE) Considere que a prova objetiva de um concurso tenha 5 questões de múltipla escolha, com 4 opções cada uma. Considere também que as questões sejam independentes e que um candidato responda a todas elas aleatoriamente. Nessa situação, a probabilidade de ele acertar todas as questões é inferior a 0,05%.

Resolução:

Serão 5 sorteios, sendo o espaço amostral de cada igual 4 (total de opções) e o evento será 1.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{1024} = 0,09\%$$

Resposta: item ERRADO.

Texto para as questões 65 a 67

(CESPE TRT-RN 2010) Suponha que determinado partido político pretenda ter candidatos próprios para os

cargos de governador, senador e deputado federal e que tenha, hoje, 5 possíveis nomes para o cargo de governador, 7 para o cargo de senador e 12 para o cargo de deputado federal.
Como todos os pré-candidatos são muito bons, o partido decidiu que a escolha da chapa (governador, senador e deputado federal) será por sorteio. Considerando que todos os nomes têm chances iguais de serem escolhidos, julgue os itens seguintes.

65. (Adaptada) Considerando que Mariana seja pré-candidata ao cargo de governador e Carlos seja pré-candidato ao cargo de senador, então a probabilidade de que a chapa sorteada ou não tenha o nome de Mariana ou não tenha o nome de Carlos será inferior a 0,75.

Resolução:

Nesse caso, devemos utilizar a probabilidade complementar, ou seja, calcular a probabilidade de Mariana e Carlos serem sorteados.

• **1º cálculo:** probabilidade de sortear Mariana para o cargo de Governador

Espaço amostral = 5 (total de candidatos para o cargo de governador)
Evento = 1 (a pessoa sorteada deve ser Mariana)

$$P(A) = \frac{1}{5}$$

• **2º cálculo:** probabilidade de sortear Carlos para o cargo de Senador
Espaço amostral = 7 (total de candidatos para o cargo de Senador)
Evento = 1 (a pessoa sorteada deve ser Mariana)

$$P(A) = \frac{1}{7}$$

$$\text{Resultado} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{35} = 0{,}028 \cong 0{,}03$$

Se liga!

Nesse caso, não precisamos calcular a probabilidade do candidato para o cargo de Deputado.

A probabilidade de não ser sorteado nem Carlos nem Mariana é igual 1 - 0,03 = 0,97.

Resposta: item ERRADO.

66. Caso João e Roberto sejam pré-candidatos ao cargo de senador e Maria e Ana sejam pré-candidatas ao cargo de deputado federal, a chance de que a chapa sorteada tenha qualquer um desses nomes será maior que 49%.

Resolução:

Nesse caso, devemos utilizar a probabilidade complementar, ou seja, a probabilidade de não sortear nem desses nomes.
1º cálculo: não sortear nem João nem Roberto para o cargo de Senador.
Espaço amostral = 7
Evento 5 (não queremos sortear Roberto e João)

$$P(A) = \frac{5}{7}$$

1ª cálculo: Não sortear nem Ana nem Maria para o cargo de Deputado Federal.

Espaço amostral = 12

Evento = 10 (não queremos sortear Ana e Maria)

$$P(A) = \frac{10}{12}$$

$$\text{Resultado: } \frac{5}{7}.\frac{10}{12} = \frac{50}{84} = 0,59$$

A probabilidade se sortearmos pelo menos um desses nomes é igual 1 - 0,59 = 0,41.

Resposta: item ERRADO.

---

67. A probabilidade de uma chapa ser sorteada é maior que $(1/20)^2$

Resolução:

Devemos sortear uma pessoa para governador, uma pessoa para senador e uma pessoa para Deputado Federal.

$$P(A) = \frac{1}{5}.\frac{1}{7}.\frac{1}{12} = \frac{1}{420} = 0,0023$$

$(1/20)^2 = 1/400 = 0,025$

O resultado é inferior a $(1/20)^2$.

Resposta: item ERRADO.

---

68. Considerando que José seja um dos pré-candidatos ao cargo de governador, a probabilidade de que José esteja na chapa sorteada será maior que 0,1.

Resolução:

Nesse caso, desejamos que José seja o sorteado para o cargo de governador.

Espaço amostral = 5 (total de candidatos ao cargo de governador)

Evento = 1 (João)

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

Resposta: item CERTO.

15.1.12. Tema: Conjuntos

69. (CESPE) Suponha que, dos usuários da Internet no Brasil, 10 milhões naveguem por meio do Internet Explorer, 8 milhões, por meio do Mozilla e 3 milhões, por ambos, Mozilla e Internet Explorer. Nessa situação, o número de usuários que navegam pelo Internet Explorer ou pelo Mozilla é igual a 15 milhões.

Resolução:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) – n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = 8 + 10 - 3 = 15$

Resposta: item CERTO.

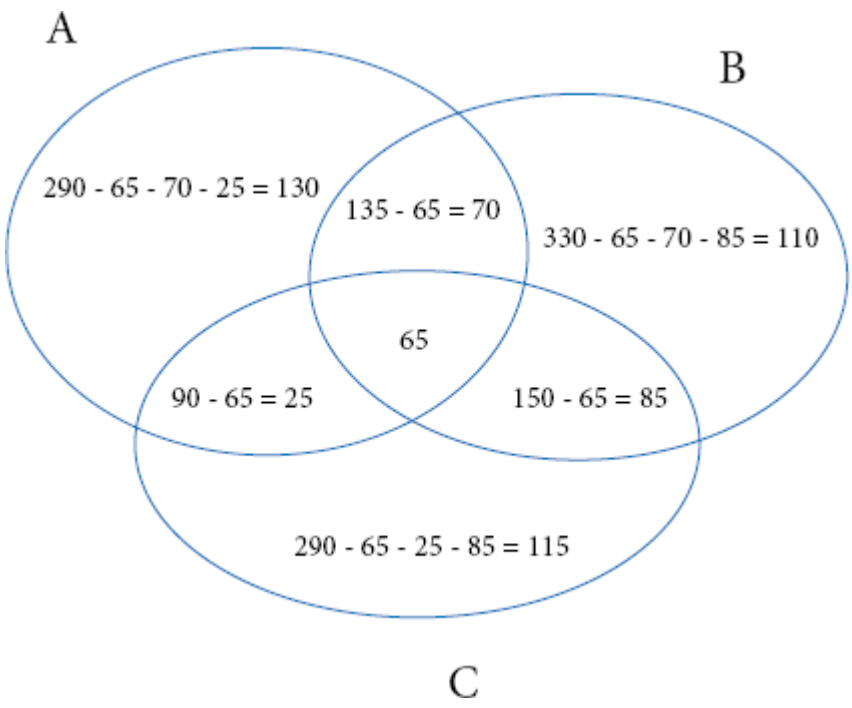
Texto para as questões 70 e 71

Todos os 600 candidatos inscritos em determinado concurso usaram as apostilas A, B e C para se preparar. Sabe-se que 290 candidatos usaram a apostila A, 330 usaram a apostila B, 290 usaram a apostila C, 135 usaram as apostilas A e B, 90 usaram as apostilas A e C, 150 usaram as apostilas B e C e 65 usaram as 3 apostilas. Nesse caso, é correto afirmar que

70. Mais de 140 candidatos usaram apenas a apostila A.

71. Menos de 135 candidatos usaram a apostila C, mas não usaram a apostila B.

Resumo da questão:



70. Mais de 140 candidatos usaram apenas a apostila A.

Resolução:

De acordo com o diagrama formado, temos apenas 130 pessoas que se prepararam somente pela apostila A.

Resposta: item ERRADO.

71. Menos de 135 candidatos usaram a apostila C, mas não usaram a apostila B.

Resolução:

Nesse caso, contamos o conjunto apenas C com o conjunto apenas A e C!

Resultado: 115 + 25 = 140

Obs.: Professor, por que não contou A e C como 90?

Pois nesses 90 estão somados os 65 que pertencem a A, B e C, por isso somamos os 25 que pertencem a C e A, mas não pertence a B.

Resposta: item ERRADO.

---

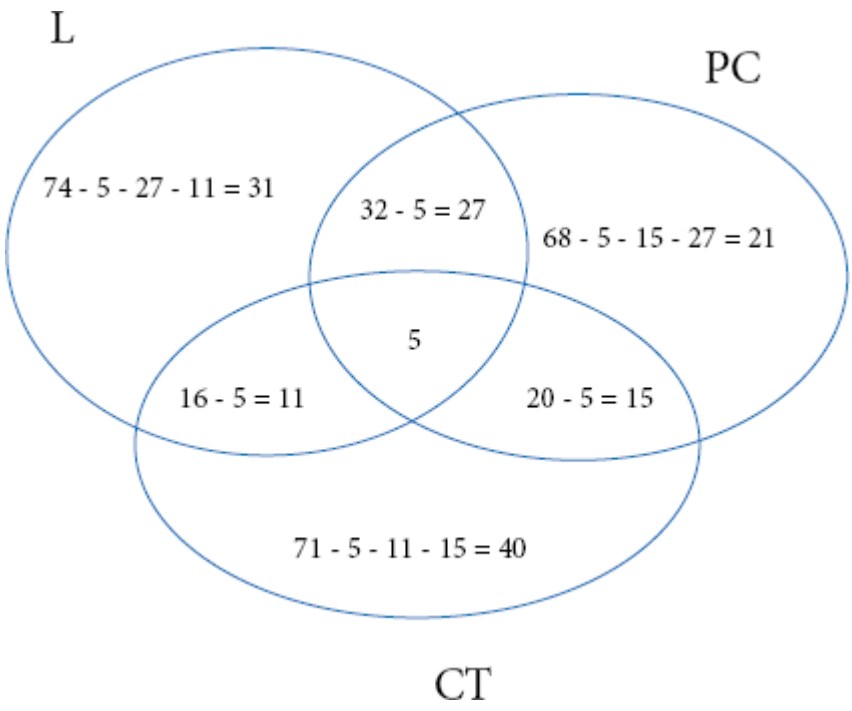
72. (CESPE) A Controladoria Geral (CG) de determinado estado realizou e concluiu, em 2007, 11 auditorias operacionais e 42 inspeções; emitiu 217 pareceres técnicos, sendo 74 referentes a licitações de obras, 68 referentes a análises de prestação de contas, 71 referentes a análises de rescisão de contrato de trabalho; o restante desses pareceres referiam se a orientações e outros assuntos.

Além das informações contidas no texto, considere que 32 dos pareceres referiam-se a licitações de obras e análises de prestação de contas; 20 a análises de prestação de contas e rescisões de contratos; 16 a licitações de obras e análises de rescisões de contratos; 5 a licitações de obras, análises de prestação de contas e rescisões de contratos. Desse modo, a quantidade de pareceres referentes somente a orientações e outros assuntos" é igual a

(A) 15
(B) 27
(C) 31
(D) 40
(E) 67

Resolução:

Resumo:



Soma: 31 + 21 + 40 + 27 + 15 + 11 + 5 = 150.

150 pessoas fizeram os pareceres de licitações de obras ou de análises de prestação de contas ou de análises de rescisão de contrato de trabalho.

Foram feitos 217 - 150 = 67 (pareceres referiam-se a orientações e outros assuntos).

Resposta: letra E.

---

73. **Em um tribunal, todos os 64 técnicos administrativos falam inglês e/ou espanhol; 42 deles falam inglês e 46 falam espanhol. Nessa situação, 24 técnicos falam inglês e espanhol.**

Resolução:

$n(A \cup B) = 64$

$n(A) = 42$

$n(B) = 46$

$n(A \cap B) = ?$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$64 = 42 + 46 – n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = 42 + 46 - 64$

$n(A \cap B) = 88 - 64 = 24.$

Resposta: item CERTO.

Texto para as questões 74 a 76

No curso de línguas Esperanto, os 180 alunos estudam inglês, espanhol ou grego. Sabe-se que 60 alunos estudam espanhol e que 40 estudam somente inglês e espanhol. Com base nessa situação, julgue os itens que se seguem.

74. **Se 40 alunos estudam somente grego, então mais de 90 alunos estudam somente inglês.**

Resolução:

Temos:

40 alunos estudam somente inglês e espanhol

60 alunos estudam espanhol

Suposição: 40 alunos estudam somente grego

Temos 60 alunos que estudam espanhol (total) e 40 alunos que estudam apenas grego, o que, somados, totalizam 100 alunos.

Conclusão: temos no máximo 80 alunos que estudam apenas inglês.

Resposta: item ERRADO.

---

75. **Se os alunos que estudam grego estudam também espanhol e nenhuma outra língua mais, então há mais alunos estudando inglês do que espanhol.**

Resolução:

Temos:

40 alunos estudam somente inglês e espanhol

60 alunos estudam espanhol

Suposição: alunos que estudam grego e também estudam espanhol.

Nesse caso, não temos elemento pertencente aos três conjuntos.

60 alunos estudam espanhol ou grego.

180 - 60 = 120 estudam inglês.

Resposta: item CERTO.

76. Se os 60 alunos que estudam grego estudam também inglês e nenhuma outra língua mais, então há mais alunos estudando somente inglês do que espanhol.

Resolução:

Temos:

40 alunos estudam somente inglês e espanhol

60 alunos estudam espanhol

Suposição: 60 alunos estudam grego e também inglês.

Conclusão:

60 alunos estudam inglês ou grego

60 alunos estudam espanhol.

180 - 60 - 60 = 60 estudam apenas inglês.

Resposta: item ERRADO.

GABARITO

01. Errado	02. Errado	03. Errado	04. Errado	05. Certo	06. Errado
07. Certo	08. Errado	09. Errado	10. Certo	11. Certo	12. Errado
13. Certo	14. Certo	15. Errado	16. Errado	17. Certo	18. Certo
19. Errado	20. Certo	21. Certo	22. Errado	23. Certo	24. Certo
25. Certo	26. C	27. Certo	28. Certo	29. Errado	30. Errado
31. Certo	32. Certo	33. B	34. Errado	35. Certo	36. Errado
37. Certo	38. D	39. Certo	40. Certo	41. D	42. C
43. C	44. Certo	45. Errado	46. Certo	47. Errado	48. Errado
49. D	50. Errado	51. B	52. Errado	53. Errado	54. Certo
55. Certo	56. Certo	57. Errado	58. Errado	59. A	60. C
61. Errado	62. Certo	63. Certo	64. Errado	65. Errado	66. Errado
67. Errado	68. Certo	69. Certo	70. Errado	71. Errado	72. E
73. Certo	74. Errado	75. Certo	76. Errado		

16

QUESTÕES ESTILO FCC COMENTADAS

16.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo é mais uma bateria de questões da banca FCC com intuito de auxiliar nas explanações apresentadas nos capítulos anteriores.

16.1.1. Tema: Proposição lógica

1. (FCC) Sabe-se que sentenças são orações com *sujeito* (o termo a respeito do qual se declara algo) e *predicado* (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:

1. Três mais nove é igual a doze.
2. Pelé é brasileiro.
3. O jogador de futebol.
4. A idade de Maria.
5. A metade de um número.
6. O triplo de 15 é maior do que 10.

É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças apenas os itens de números

(A) 1, 2 e 6.
(B) 2, 3 e 4.
(C) 3, 4 e 5.
(D) 1, 2, 5 e 6.
(E) 2, 3, 4 e 5.

Resolução:

Nesse caso devemos buscar sentenças (orações com sujeito).

Orações são frases com verbos.

As frases que possuem verbos são 1, 2 e 6.

Resposta: letra A.

2. (FCC) Considere as seguintes frases:

I. Ele foi o melhor jogador do mundo em 2005.

II. $\frac{x+y}{5}$ **é um número primo.**

III. João da Silva foi o Secretário da Fazenda do estado de São Paulo em 2000.

É verdade APENAS

(A) I e II são sentenças abertas.
(B) I e III são sentenças abertas.
(C) II e III são sentenças abertas.
(D) I é uma sentença aberta.
(E) II é uma sentença aberta.

Resolução:

Sentença aberta é uma frase declarativa que possui um termo indefinido.

Exemplos:

X + 4 = 7
Ele é alto.

São sentenças abertas apenas as frases 1 e 2.

Resposta: letra A.

16.1.2. Tema: Operadores lógicos

3. (FCC) Leia atentamente as proposições P e Q:

P: João foi aprovado no concurso do tribunal.

Q: João foi aprovado em um concurso.

Do ponto de vista lógico, uma proposição condicional correta em relação a P a Q é:

(A) Se não Q, então P.
(B) Se não P, então não Q.
(C) Se P, então Q.
(D) Se Q, então P.
(E) Se P, então não Q.

Resolução:

A condicional está relacionada a subconjuntos, então a pergunta é: qual proposição possui maior quantidade de elementos?

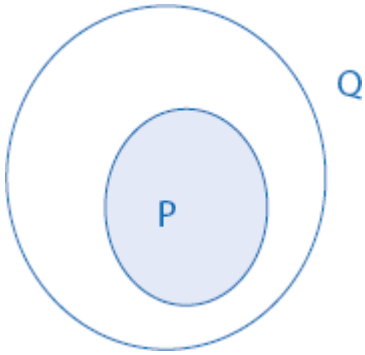
Aprovado em concurso público.

A expressão concurso do tribunal é menor que concurso público.

Comentário:

Se você passar no concurso do tribunal, então você passará em um concurso.

Mas, se você passar em um concurso, não significa que foi necessariamente do tribunal.



Resposta: letra C.

---

4. (FCC) Se Rasputin não tivesse existido, Lenin também não existiria. Lenin existiu. Logo,

(A) Lenin e Rasputin não existiram.
(B) Lenin não existiu.
(C) Rasputin existiu.
(D) Rasputin não existiu.
(E) Lenin existiu.

Resolução:

Assunto: argumento lógico

Processo: considerar as premissas verdadeiras.

Se Rasputin não tivesse existido, Lenin também não existiria. (V)

Lenin existiu. (V)

• 1º degrau: Lenin existiu. (V)

• 2º degrau: Se Rasputin não tivesse existido, Lenin também não existiria. (V)

F F

A proposição "Rasputin não tivesse existido" deve ser F, pois na condicional (se... então) FF = V e VF = F. As premissas devem ser verdadeiras.

Então, como a proposição "Rasputin não tivesse existido" é F, logo, a conclusão deve ser "Rasputin existiu" (é uma proposição verdadeira).

Resposta: letra C.

---

5. (ICMS FCC) Considere a proposição "Paula estuda, mas não passa em concurso". Nessa proposição o conectivo lógico é:

(A) disjunção inclusiva
(B) disjunção exclusiva
(C) condicional
(D) bicondicional
(E) conjunção

Resolução:

A proposição "Paula estuda, mas não passa em concurso" possui o operador da conjunção (mas).

Resposta: letra E.

---

6. **(FCC) O manual de garantia da qualidade de uma empresa diz que, se um cliente faz uma reclamação formal, então é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado. De acordo com essa afirmação é correto concluir que**

(A) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição necessária para que o departamento de qualidade seja acionado.
(B) a existência de uma reclamação formal de um cliente é uma condição suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado.
(C) a abertura de um processo Interno é uma condição necessária e suficiente para que o departamento de qualidade seja acionado.
(D) se um processo interno foi aberto, então um cliente fez uma reclamação formal.
(E) não existindo qualquer reclamação formal feita por um cliente, nenhum processo interno poderá ser aberto.

Resolução:

Se um cliente faz uma reclamação formal, então é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado.

Causa: um cliente faz uma reclamação formal.

Efeito: é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado.

Não se esqueça de que existem duas condições:

• **1ª Possibilidade:** A "causa" é condição suficiente para o "efeito".

• **2ª Possibilidade:** O "efeito" é condição necessária para a "causa".

Logo, a frase "Se um cliente faz uma reclamação formal, então é aberto um processo interno e o departamento de qualidade é acionado" pode ser reescrita das seguintes formas:

• **1ª Opção:** Um cliente fazer uma reclamação formal é condição suficiente para que seja aberto um processo interno e o departamento de qualidade seja acionado.

• **2ª Opção:** Ser aberto um processo interno e o departamento de qualidade ser acionado é condição necessária para quando o cliente faz uma reclamação formal.

Resposta: letra B.

---

7. **(TRT-SP 2008) Dadas as proposições simples p e q, tais que p é verdadeira e q é falsa, considere as seguintes proposições compostas:**

(1) $p \wedge q$; (2) $\sim p \rightarrow q$; (3) $\sim (p \vee \sim q)$; (4) $\sim (p \leftrightarrow q)$

Quantas dessas proposições compostas são verdadeiras?

(A) Nenhuma.
(B) Apenas uma.
(C) Apenas duas.
(D) Apenas três.
(E) Quatro.

Resolução:

Assunto: Operador lógico

Sentença 1: $p \wedge q$

VF = F (na conjunção basta uma proposição ser falsa para a expressão ser falsa).

Sentença 2: $\sim p \rightarrow q$

~p: é negação da proposição p, ou seja, muda o valor lógico.

FF = V (na condicional FF = V).

Sentença 3: $\sim (p \vee \sim q)$

A negação fora dos parênteses muda o valor lógico da expressão que está dentro dos parênteses.

~(VF = V). Na disjunção “ou”, basta uma proposição ser verdadeira para a proposição toda ser verdadeira.
~(V) = F

Sentença 4: ~(p ↔ q)
~(VF = F). Na bicondicional VF = F.
~F = V
A bicondicional só será verdadeira quando ambas as proposições tiverem a mesma valoração.
Das proposições apresentadas, apenas duas são verdadeiras.

Resposta: letra C.

16.1.3. Tema: Negação de uma proposição composta e equivalência

8. (FCC) Considere que as sentenças abaixo são verdadeiras.
Se a temperatura está abaixo de 5ºC, há nevoeiro.
Se há nevoeiro, os aviões não decolam.
Assim sendo, também é verdadeira a sentença:

(A) Se não há nevoeiro, os aviões decolam.
(B) Se não há nevoeiro, a temperatura está igual a ou acima de 5ºC.
(C) Se os aviões não decolam, então há nevoeiro.
(D) Se há nevoeiro, então a temperatura está abaixo de 5ºC.
(E) Se a temperatura está igual a ou acima de 5ºC os aviões decolam.

Resolução:

Assunto: Equivalência lógica

(A) Se não há nevoeiro, os aviões decolam.

Essa proposição está errada, porque apenas negou o sentido da proposição 2, esquecendo de inverter a posição!

(B) Se não há nevoeiro, a temperatura está igual a ou acima de 5ºC.

Alternativa correta!

Na condicional, para manter a equivalência, devemos mudar a posição das frases e negar.

A proposição “Se a temperatura está abaixo de 5ºC, há nevoeiro” é equivalente à proposição “Se não há nevoeiro, a temperatura está igual a ou acima de 5ºC”.

Conclusão: A proposição é equivalente à proposição 1.

Alternativa correta.

Resposta: letra B.

9. (FCC) Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”.
Uma proposição logicamente equivalente à do economista é:

(A) se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos.
(B) se a inflação é alta, então os juros bancários são altos.
(C) se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa.
(D) os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.
(E) ou os juros bancários, ou a inflação é baixa.

Resolução:

Assunto: Equivalência lógica

A proposição “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa” pode ser escrita das seguintes formas:

• **1ª Opção:** Se a inflação não é baixa então os juros bancários não são altos.

• **2ª Opção:** Os juros bancários não são altos ou a inflação é baixa.

Resposta: letra A.

16.1.4. Tema: Argumento lógico

10. (TRF da 3.ª Região/2007/FCC) **Se Rodolfo é mais alto que Guilherme, então Heloísa e Flávia têm a mesma altura. Se Heloísa e Flávia têm a mesma altura, então Alexandre é mais baixo que Guilherme. Se Alexandre é mais baixo que Guilherme, então Rodolfo é mais alto que Heloísa. Ora, Rodolfo não é mais alto que Heloísa. Logo:**

(A) Rodolfo não é mais alto que Guilherme, e Heloísa e Flávia não têm a mesma altura.
(B) Rodolfo é mais alto que Guilherme, e Heloísa e Flávia têm a mesma altura.
(C) Rodolfo não é mais alto que Flávia, e Alexandre é mais baixo que Guilherme.
(D) Rodolfo e Alexandre são mais baixos que Guilherme.
(E) Rodolfo é mais alto que Guilherme, e Alexandre é mais baixo que Heloísa.

Resolução:

Processo: considerar as premissas sendo verdadeiras.
Se Rodolfo é mais alto que Guilherme, então Heloísa e Flávia têm a mesma altura. (V)
Se Heloísa e Flávia têm a mesma altura, então Alexandre é mais baixo que Guilherme. (V)
Se Alexandre é mais baixo que Guilherme, então Rodolfo é mais alto que Heloísa. (V)
Rodolfo não é mais alto que Heloísa. (V)

• **1º degrau:** Rodolfo não é mais alto que Heloísa. (V)

• **2º degrau:** Se Alexandre é mais baixo que Guilherme, então Rodolfo é mais alto que Heloísa. (V)

No segundo degrau, utilizamos a premissa em que aparece a proposição “Rodolfo não é mais alto que Heloísa”.
Se Alexandre é mais baixo que Guilherme, então Rodolfo é mais alto que Heloísa.
F F
A proposição “Alexandre é mais baixo que Guilherme” é uma proposição falsa, pois na condicional (se... então) FF = V e VF = F.
Nesse caso, como a premissa é verdadeira, a dupla utilizada será a FF = V.

• **3º degrau:** Se Heloísa e Flávia têm a mesma altura, então Alexandre é mais baixo que Guilherme. (V)
Se Heloísa e Flávia têm a mesma altura, então Alexandre é mais baixo que Guilherme.
F F
A proposição “Heloísa e Flávia têm a mesma altura” é uma proposição falsa, pois na condicional (se... então) FF = V e VF = F.
Nesse caso, como a premissa é verdadeira, a dupla utilizada será a FF = V.

• **4º degrau:** Se Rodolfo é mais alto que Guilherme, então Heloísa e Flávia têm a mesma altura. (V)
Se Rodolfo é mais alto que Guilherme, então Heloísa e Flávia têm a mesma altura.
F F
A proposição “Rodolfo é mais alto que Guilherme” é uma proposição falsa, pois na condicional (se... então) FF = V e VF = F.

Conclusão:
Rodolfo não é mais alto que Heloísa. (V)

Alexandre não é mais baixo que Guilherme. (V)

Rodolfo não é mais alto que Guilherme. (V)

Heloísa e Flávia não têm a mesma altura. (V)

Resposta: letra A.

---

11. (FCC) Considere como verdadeiras as seguintes premissas:

- **Se Alfeu não arquivar os processos, então Benito fará a expedição de documentos.**
- **Se Alfeu arquivar os processos, então Carminha não atenderá o público.**
- **Carminha atenderá o público.**

Logo, é correto concluir que

(A) Alfeu arquivará os processos.
(B) Alfeu arquivará os processos ou Carminha não atenderá o público.
(C) Benito fará a expedição de documentos.
(D) Alfeu arquivará os processos e Carminha atenderá o público.
(E) Alfeu não arquivará os processos e Benito não fará a expedição de documentos.

Resolução:

Primeiro passo: considerar as premissas verdadeiras:

– Se Alfeu não arquivar os processos, então Benito fará a expedição de documentos. (V)

– Se Alfeu arquivar os processos, então Carminha não atenderá o público. (V)

– Carminha atenderá o público. (V)

• 1º degrau: Proposição simples.

Carminha atenderá o público. (V)

• 2º degrau: Repetição da proposição simples do degrau 1.

Se Alfeu arquivar os processos, então **Carminha não atenderá o público**. (V)

F F

Observe que a proposição “Carminha atenderá o público” é verdadeira, logo, “Carminha não atenderá o público” será falsa.

Agora, vamos analisar a premissa!

Na condicional FF = V e VF = F, como a premissa é verdadeira, então a proposição “Alfeu arquivar os processos” deve ser falsa, pois FF = V na condicional (se... então).

• 3º degrau: Se Alfeu não arquivar os processos, então Benito fará a expedição de documentos.

Vamos analisar a premissa!

Se Alfeu não arquivar os processos, então Benito fará a expedição de documentos.

V V

A proposição “Alfeu não arquivou os processos” é verdadeira. Na condicional temos VV = V e VF = F, logo, podemos concluir que a proposição “Benito fará a expedição de documentos” será verdadeira, pois na condicional VV = V.

Resposta: letra C.

---

12. (TCE/SP) Argemiro, Bonifácio, Calixto, Dalila e Esmeralda são formados em Engenharia de Computação e sobre as datas de conclusão de seus cursos foram feitas as seguintes afirmações:

- **Se Argemiro concluiu seu curso após Bonifácio ter concluído o dele, então Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano.**
- **Se Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano, então Calixto concluiu o seu antes que Bonifácio concluísse o dele.**
- **Se Calixto concluiu seu curso antes de Bonifácio ter concluído o dele, então Argemiro concluiu o seu antes**

de Dalila ter concluído o dela.

Considerando que as três afirmações são verdadeiras e sabendo que Argemiro NÃO concluiu seu curso antes de Dalila ter concluído o dela, então é verdade que Argemiro concluiu seu curso

(A) antes que Bonifácio concluísse o dele, além de Dalila e Esmeralda terem concluído os seus em anos distintos.
(B) após Bonifácio ter concluído o dele, além de Dalila e Esmeralda terem concluído os seus no mesmo ano.
(C) no mesmo ano em que Calixto concluiu o seu e antes que Bonifácio concluísse o dele.
(D) após Bonifácio ter concluído o dele e Calixto concluiu o seu antes que Bonifácio concluísse o dele.
(E) antes que Dalila concluísse o dela e Calixto concluiu o seu antes que Bonifácio concluísse o dele.

Resolução:

Premissas:

Se Argemiro concluiu seu curso após Bonifácio ter concluído o dele, então Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano.

Se Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano, então Calixto concluiu o seu antes que Bonifácio concluísse o dele.

Se Calixto concluiu seu curso antes de Bonifácio ter concluído o dele, então Argemiro concluiu o seu antes de Dalila ter concluído o dela.

Premissa simples: "Argemiro NÃO concluiu seu curso antes de Dalila ter concluído o dela".

Análise das premissas. Não se esqueça de que as premissas são verdadeiras!

• 1º degrau:

Se Calixto concluiu seu curso antes de Bonifácio ter concluído o dele, então Argemiro concluiu o seu antes de Dalila ter concluído o dela.

A proposição "Argemiro conclui o seu antes de Dalila ter concluído o dela" é falsa, então a frase "Se Calixto concluiu seu curso antes de Bonifácio ter concluído o dele" também é falsa. Sendo a condicional FF = V e VF = F, a proposição "Se Calixto concluiu seu curso antes de Bonifácio ter concluído o dele" é falsa.

• 2º degrau: Se Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano, então Calixto concluiu o seu antes que Bonifácio concluísse o dele.

A proposição "Se Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano" é falsa, pois a condicional é FF = V.

• 3º degrau:

Se Argemiro concluiu seu curso após Bonifácio ter concluído o dele, então Dalila e Esmeralda concluíram seus cursos no mesmo ano.

A proposição "Argemiro concluiu seu curso após Bonifácio ter concluído o dele" é uma proposição falsa, pois a condicional é FF= V.

Conclusão:

Argemiro não concluiu seu curso após Bonifácio ter concluído o dele.

Dalila e Esmeralda não concluíram seus cursos no mesmo ano.

Resposta: letra A.

16.1.5. Tema: Conjuntos

13. (FCC – Tribunal de Contas do Estado da Paraíba) Em uma escola de 200 alunos, tem-se que 120 jogam futebol, 100 jogam basquete e 60 jogam futebol e basquete. Sabendo-se que não existe outra modalidade de esporte nesta escola, é correto afirmar que o número de alunos que não praticam futebol ou basquete é:

(A) 100
(B) 80
(C) 60

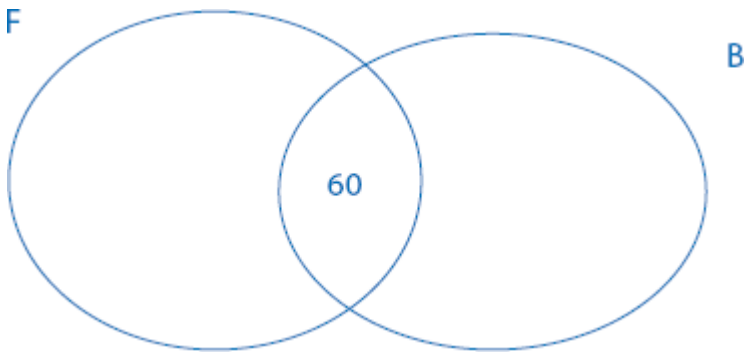
(D) 40
(E) 20

Resolução:

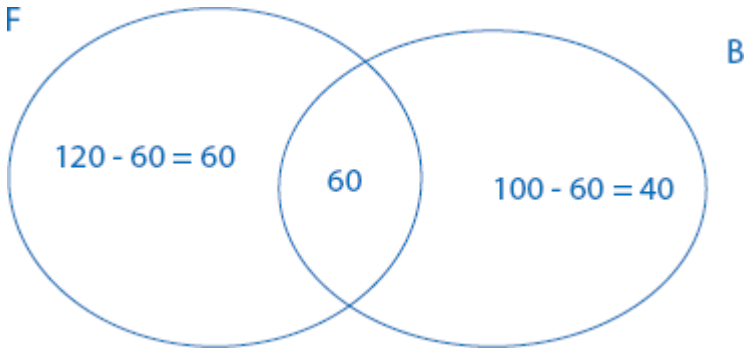
Resumo: 120 jogam futebol;
100 jogam basquete;
60 jogam futebol e basquete.

• 1ª opção:

Primeiro passo: montar a intersecção!



• 2º passo: diminuir o conjunto pela intersecção!



Conclusão: jogam futebol ou basquete: 60 + 40 + 60 = 160.
O total de pessoas é 200, logo, 200 - 160 = 40 (que não jogam basquete ou futebol).

• 2ª opção:

Aplicando a fórmula: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
$n(A \cup B) = 120 + 100 - 60 = 160$ (jogam futebol ou basquete)
200 - 160 = 40 (não jogam basquete ou futebol).

Resposta: letra D.

---

14. (TRT Mato Grosso 2004) Em uma pesquisa sobre hábitos alimentares realizada com empregados de um Tribunal Regional, verificou-se que todos se alimentam ao menos uma vez ao dia, e que os únicos momentos de alimentação são: manhã, almoço e jantar. Alguns dados tabelados dessa pesquisa são:

- **5 se alimentam apenas pela manhã;**
- **12 se alimentam apenas no jantar;**
- **53 se alimentam no almoço;**
- **30 se alimentam pela manhã e no almoço;**
- **28 se alimentam pela manhã e no jantar;**
- **26 se alimentam no almoço e no jantar;**

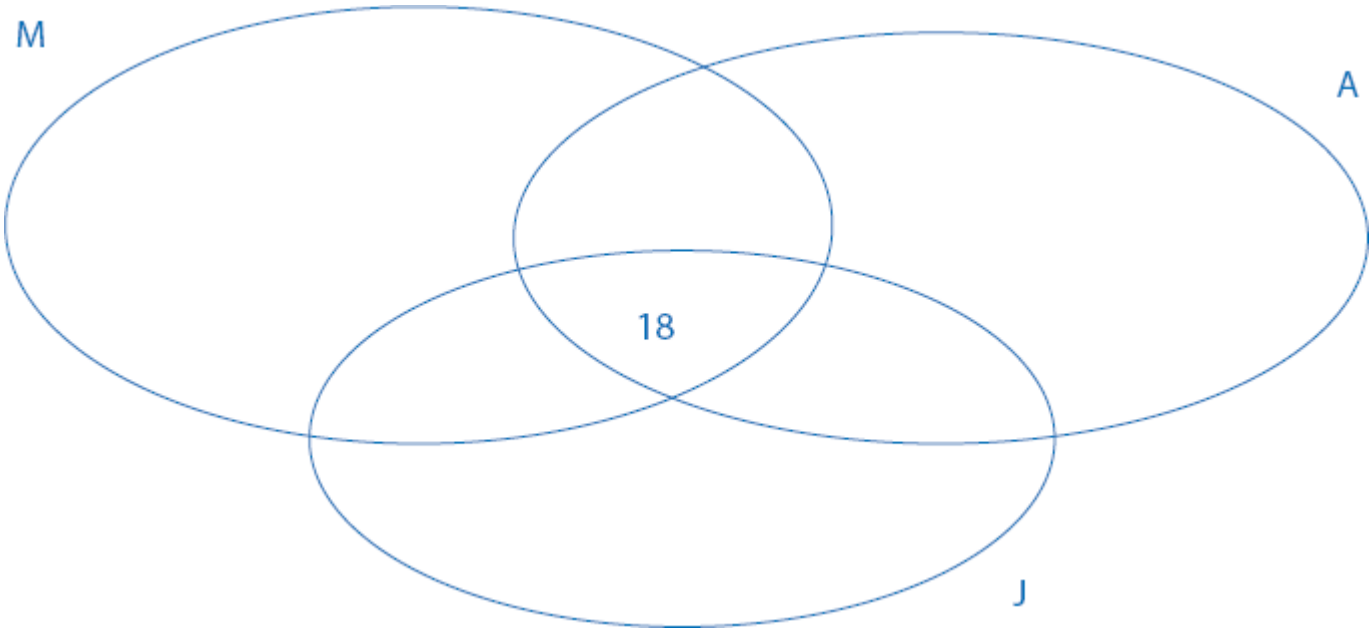
– **18 se alimentam pela manhã, no almoço e no jantar.**

Dos funcionários pesquisados, o número daqueles que se alimentam apenas no almoço é

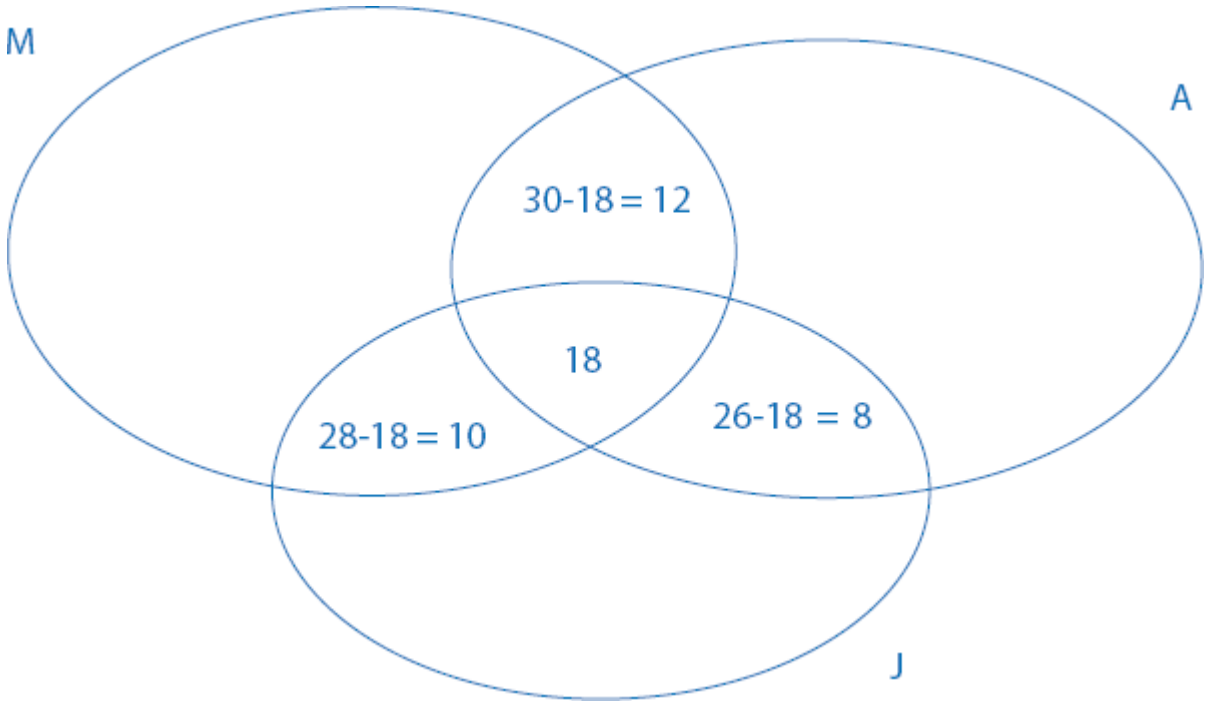
(A) 80% dos que se alimentam apenas no jantar.
(B) o triplo dos que se alimentam apenas pela manhã.
(C) a terça parte dos que fazem as três refeições.
(D) a metade dos funcionários pesquisados.
(E) 30% dos que se alimentam no almoço.

Resolução:

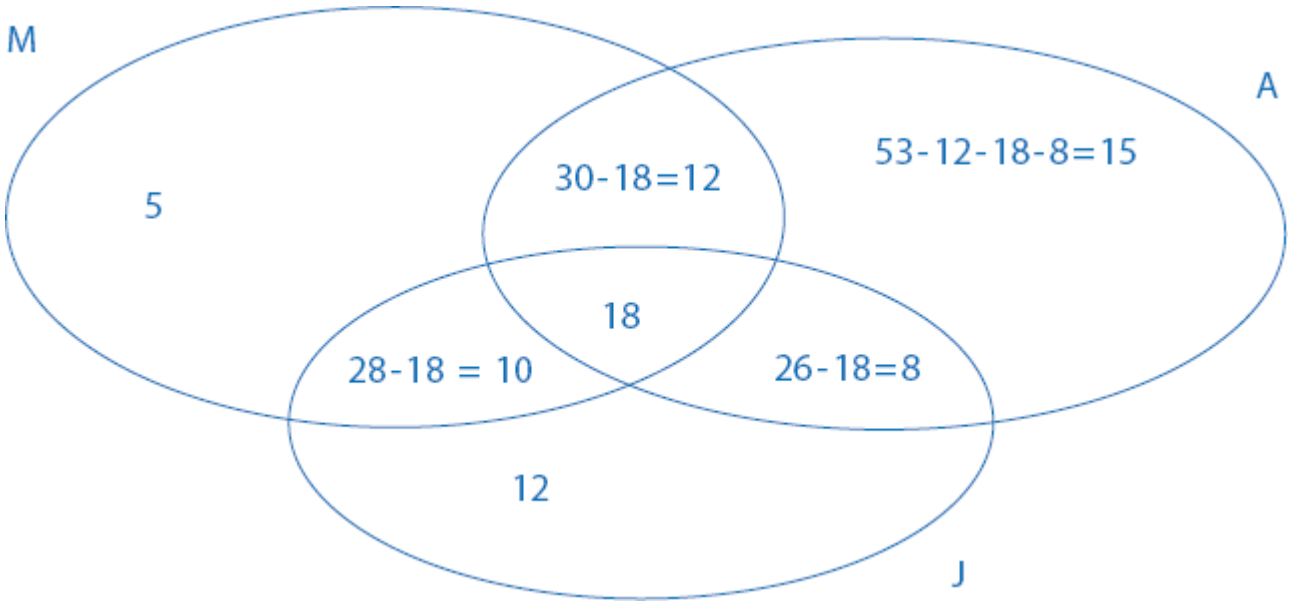
• **1º passo:** montar a maior intersecção!



• **2º passo:** montar as intersecções menores!



• **3º passo:** montar o conjunto individual!



Temos 15 que se alimentam apenas no almoço e 5 apenas pela manhã! Logo, 15 é o triplo de 5.

Resposta: letra B.

---

15. (FCC) Uma pesquisa sobre intenção de votos dos três únicos candidatos à prefeitura de uma cidade revela que:

- **50 eleitores preferem A a C, e C a B;**
- **40 eleitores preferem B a C, e C a A;**
- **30 eleitores preferem C a B, e B a A.**

Sabe-se que um dos candidatos desistiu da candidatura, ficando a disputa apenas entre os outros dois. Admitindo-se que a retirada da candidatura não tenha afetado a transitividade dos resultados verificados, a pesquisa indica que

(A) sendo A o candidato desistente, então B será eleito.
(B) sendo C o candidato desistente, então A será eleito.
(C) não sendo A o candidato desistente, então ele será o eleito.
(D) não sendo B o candidato desistente, então ele será o eleito.
(E) não sendo C o candidato desistente, então ele será o eleito.

Resolução:

Nesse caso, o candidato com maior preferência é o candidato C.

Conclusão: Se o candidato C não desistir, ele será eleito.

Resposta: letra E.

16.1.6. Tema: Raciocínio matemático

16. (PM-2007) Uma lesma encontra-se no fundo de um poço de 15 metros de profundidade. Suponha que durante o dia ela suba exatamente 3 metros e à noite, quando está dormindo, ela escorrega exatamente 1 metro pela parede do poço. Nessas condições, quantos dias essa lesma levaria para ir do fundo ao topo desse poço?

(A) 10
(B) 9
(C) 8
(D) 7
(E) 6

Resolução:

1º dia: sobe 3, desce 1 = 2 metros

2º dia: 2 + 3 = 5 - 1 = 4 metros

3º dia: 4 + 3 = 7 - 1 = 6 metros

4º dia: 6 + 3 = 9 - 1 = 8 metros

5º dia: 8 + 3 = 11 - 1 = 10 metros

6º dia: 10 + 3 = 13 - 1 = 12 metros

7º dia: 12 + 3 = 15 metros (saiu do poço)

Resposta: letra D.

---

17. (FCC) No caixa de uma lanchonete há apenas moedas de 10, 25 e 50 centavos, sendo 15 unidades de cada tipo. Usando essas moedas, de quantos modos distintos uma pessoa pode receber de troco a quantia de R$ 1,00?

(A) 9
(B) 8
(C) 7
(D) 6
(E) 5

Resolução:

Vamos montar as possibilidades!

2 moedas de 0,50 = 1,00 real

4 moedas de 0,25 = 1,00 real

10 moedas de 0,10 = 1,00 real

1 moeda de 0,50 + 2 moedas de 0,25 = 1,00 real

1 moeda de 0,50 + 5 moedas de 0,10 = 1,00 real

2 moedas de 0,25 + 5 moedas de 0,10 = 1,00 real

Total de possibilidades = 6

Resposta: letra D.

---

18. (FCC) Uma pessoa tem R$ 14,00 em sua carteira apenas em cédulas de 1, 2 e 5 reais, sendo pelo menos uma de cada valor. Se X é o total de cédulas que ela possui, quantos são os possíveis valores de X?

(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7
(E) 8

Resolução:

Nesse caso, devemos ter pelo menos uma cédula de cada valor.

2 cédulas de 5 + 1 cédula de 2 + 2 cédulas de 1 = 14 reais

1 cédula de 5 + 1 cédula de 2 + 7 cédulas de 1 = 14 reais

1 cédula de 5 + 2 cédulas de 2 + 5 cédulas de 1 = 14 reais

1 cédula de 5 + 3 cédulas de 2 + 3 cédulas de 1 = 14 reais

1 cédula de 5 + 5 cédulas de 2 + 1 cédula de 1 = 14 reais

Total de possibilidades: 5

Resposta: letra B.

---

19. (FCC PM MARANHÃO 2006) Um refeitório dispõe de 102 lugares, alguns em mesas de 2 lugares e outros em mesas de 4 lugares. Se o número de mesas de 2 lugares é um múltiplo de 7, então o número total de mesas pode ser múltiplo de

(A) 17
(B) 15
(C) 14
(D) 10
(E) 8

Resolução:

Temos que utilizar um processo de tentativas.

Sabendo que o número de mesas de 2 lugares é múltiplo de 7, logo, essa quantidade é 7, 14, 21, 28...

Quantidade de mesas de 2 lugares	Quantidade de mesas de 4 lugares	Total de mesas
7 mesas = 14 lugares	102 - 14 = 88 lugares (22 mesas)	7 + 22 = 29
14 mesas = 28 lugares	102 - 28 = 74 lugares (74 não divide por 4)	Não disponível
21 mesas = 42 lugares	102 - 42 = 60 lugares (15 mesas)	21 + 15 = 36
28 mesas = 56 lugares	102 - 56 = 46 lugares (46 não divide por 4)	Não disponível
35 mesas = 70 lugares	102 - 70 = 32 (8 mesas)	35 + 8 = 43
42 mesas = 84 lugares	102 - 84 = 18 (18 não divide por 4)	Não disponível
49 mesas = 98 lugares	102 - 98 = 4 lugares (1 mesa)	49 + 1 = 50

50 é um múltiplo de 10!

A questão pede que pode ser um múltiplo, por isso deve-se tentar até achar um múltiplo das alternativas!

Resposta: letra D.

---

20. (TRT FCC 2006) Uma pessoa dispõe apenas de moedas de 5 e 10 centavos, totalizando a quantia de R$ 1,75. Considerando que ela tem pelo menos uma moeda de cada tipo, o total de moedas que ela possui poderá ser no máximo igual a

(A) 28
(B) 30
(C) 34
(D) 38
(E) 40

Resolução:

O máximo de moedas que a pessoa pode ter é uma moeda de 10 centavos e o restante de 5 centavos.

1,75 - 0,10 = 1,65

1,65 : 0,05 = 33 moedas de 5 centavos

Total de moedas = 33 de 5 centavos + 1 de 10 centavos = 34 moedas

Resposta: letra C.

---

21. (Fundação Carlos Chagas) Um fato curioso ocorreu em uma família no ano de 1936. Nesse ano, Ribamar tinha tantos anos quanto expressavam os dois últimos algarismos do ano em que se nascera e, coincidentemente, o mesmo ocorria com a idade de seu pai. Nessas condições, em 1936, a soma das idades de Ribamar e de seu pai, em anos, era igual a:

(A) 86
(C) 82
(E) 76
(B) 84
(D) 78

Resolução:

A idade de Ribamar é expressa pelos dois últimos algarismos, tendo esse episódio ocorrido em 1936!

1900 ---------- 1936

Média: $\frac{1900+1936}{2} = \frac{3836}{2} = 1918$

O ano médio é 1918. Então, se ele nasceu em 1918, no ano de 1936 ele terá 18 anos.

Agora, esse fato também aconteceu com o seu pai. Como esse fato não ocorre duas vezes no mesmo século, logo, o pai terá como base o século anterior.

Conclusão:

1800 ---------- 1936

Média: $\frac{1800+1936}{2} = \frac{3736}{2} = 1868$

Se o pai nasceu em 1868, então em 1936 ele terá 68 anos.

Resultado: 18 + 68 = 86.

Resposta: letra A.

---

22. (TCE-SP Aux. Fisc. Financeira-CE FCC 2005) Considere as sentenças seguintes:

2 + 2 = 6
4 × 4 = 34
7 : 1 = 1
26 : 2 = 5

Obviamente as quatro sentenças são falsas! Entretanto, uma mesma alteração feita em cada um dos doze números que nelas aparecem pode torná-las verdadeiras. Feita essa alteração e mantidas as operações originais, então, entre os resultados que aparecerão no segundo membro de cada igualdade, o menor será

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

Resolução:

Devemos somar mais dois números a cada número da relação:

4 + 4 = 8

6 . 6 = 36

9 : 3 = 3

28 : 4 = 7

O menor resultado obtido foi 3.

Resposta: letra B.

---

23. (Técnico do BACEN 2005) Os clientes de um banco contam com um cartão magnético e uma senha pessoal de quatro algarismos distintos entre 1 000 e 9 999. A quantidade dessas senhas, em que a diferença positiva entre o primeiro algarismo e o último algarismo é 3, é igual a

(A) 936
(B) 896
(C) 784
(D) 768
(E) 728

Resolução:

A diferença positiva entre o primeiro e último algarismo é 3.

Suposição: O primeiro algarismo sendo 3 e o último algarismo sendo 0.

• 1º algarismo: o dígito 3, logo, uma escolha.

• 2º algarismo: 8 escolhas (não podemos escolher os dígitos 0 e 3, pois eles são distintos).

• 3º algarismo: 7 escolhas (abatemos os dígitos 0, 3 e o dígito do 2.º algarismo).

• 4º algarismo: 1 escolha (o dígito é 0).

Resultado: 1 . 8 . 7 . 1 = 56 escolhas.

Podemos ter as seguintes duplas: (3,0), (1,4), (4,1), (5,2), (2,5), (6,3), (7,4), (4,7), (8,5), (5,8), (6,3), (3,6). Temos 13 duplas para assumir a primeira e a última posição!

Não escolhemos a dupla (0,3), pois a senha deve começar com o dígito 1!

Para cada dupla temos 56 escolhas!

Resultado: 56 . 13 = 728 possibilidades.

Resposta: letra E.

---

24. (TRT 6.ª Região Analista Judiciário) Considere que a tábua abaixo define uma operaçãoΔ, sobre o conjunto E = {1,2,3,4,5}

Δ	1	2	3	4	5
1	5	4	3	2	1
2	4	3	2	1	5
3	3	2	1	5	4
4	2	1	5	4	3
5	1	5	4	3	2

Assim, por exemplo, 5Δ (4 Δ 3) = 5 Δ 5 = 2.
Nessas condições, se x é um elemento de E, tal que [(4 Δ 3) Δ (2 Δ 5)] Δ x = 1, então o valor de x é:

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

Resolução:

A dúvida é como responder? Basta apenas olhar no quadrado!

Observe que 4 Δ 3 = 5.

A expressão 4 Δ 3 significa que devemos olhar na linha 4 e na coluna 3.

Δ	1	2	3	4	5
1	5	4	3	2	1
2	4	3	2	1	5
3	3	2	1	5	4
4	2	1	5	4	3
5	1	5	4	3	2

O resultado da expressão 2 Δ 5 é 5 (olhar linha 2 e coluna 5).

Da expressão [(4 Δ 3) Δ (2 Δ 5)] o resultado é 5 Δ 5, sendo o resultado desta 2 (olhar linha 5 e coluna 5).

Da expressão 2 Δ x = 1 (a linha é 2, a coluna é x) resulta 2 Δ 4 = 1, pois na linha 2 e coluna 4 o resultado é 1.

Resposta: letra D.

---

25. (TRT MS FCC 2011) Para pagar os R$ 7,90 que gastou em uma lanchonete, Solimar usou apenas três tipos de moedas: de 5 centavos, de 25 centavos e de 50 centavos. Sabendo que ela usou 8 moedas de 50 centavos e 13 de 25 centavos, então quantas moedas de 5 centavos foram necessárias para que fosse completada a quantia devida?

(A) 6.
(B) 7.
(C) 10.
(D) 11.
(E) 13.

Resolução:

Valor que Solimar contém é 8 . 0,50 + 13 . 0,25 = 4 + 3,25 = 7,25

7,90 - 7,25 = 0,65 (quantia que falta)

Quantia que falta 0,65.

Ele tem x moedas de 5 centavos.

0,005 x = 0,65

$$X = \frac{0,65}{0,05} = \frac{65}{5} = 13$$ moedas de 5 centavos.

Conclusão serão necessárias 13 moedas de 0,05.

Resposta: letra A.

---

26. (FCC) Dois funcionários de uma empresa – Jadilson e Geildo – foram incumbidos de arquivar os 140 documentos de um lote e dividiram o total de documentos entre si, na razão inversa de suas respectivas idades: 24 e 32 anos. Sabe se que:

– ambos iniciaram a execução dessa tarefa quando eram decorridos do dia e trabalharam

ininterruptamente até terminá-la;

– **durante a execução da tarefa a capacidade operacional de Geildo foi 75% da de Jadilson. Nessas condições, se Jadilson terminou de arquivar a sua parte às 12 horas e 30 minutos, Geildo terminou de arquivar a dele às:**

(A) 13 horas e 50 minutos.
(B) 13 horas e 15 minutos.
(C) 13 horas.
(D) 12 horas e 45 minutos.
(E) 12 horas e 30 minutos.

Resolução:

Total = 140 documentos

Jadilson = 24 partes : 8 = 3 partes

Geildo = 32 partes: 8 = 4 partes

Devemos inverter, pois temos uma relação inversa.

Jadilson = 4 partes

Geildo = 3 partes

Obs.: podemos inverter direto os valores, pois 3 e 4 não possuem divisor comum.

140/3 + 4 = 140/7 = 20

Jadilson = 4 . 20 = 80

Geildon = 3 . 20 = 60

17/48 dia = 17/48.24 = 17/2 horas = 8 horas e 30 minutos.

Jadilson trabalhou durante 4 horas

Montando a regra de três temos:

Tempo	Capacidade	Documentos
4	100	80
X	75	60

$$X = \frac{4.100.60}{75.80} = \frac{24000}{6000} = 4\ horas$$

Conclusão: o tempo foi o mesmo.

Resposta: letra E.

---

27. (Analista Judiciário – TRT 9ª Região 2010/FCC) **Certo dia, Zelda e Gandi, funcionários de certa unidade do Tribunal Regional do Trabalho, receberam alguns processos para emitir pareceres e os dividiram na razão inversa de suas respectivas idades: 28 e 42 anos. Considerando que, na execução dessa tarefa, a capacidade operacional de Gandi foi 80% da de Zelda e que ambos a iniciaram em um mesmo horário, trabalhando ininterruptamente até completá-la, então, se Gandi levou 2 horas e 10 minutos para terminar a sua parte, o tempo que Zelda levou para completar a dela foi de:**

(A) 1 hora e 24 minutos.
(B) 1 hora e 38 minutos.
(C) 1 hora e 52 minutos.
(D) 2 horas e 36 minutos.
(E) 2 horas e 42 minutos.

Resolução:

• **1º passo:** descobrir a produção de cada pessoa.

Zelda: 28 partes e Gandi 42 partes.

Podemos simplificar as partes inversas.

Zelda: 28 : 14 = 2 partes

Gandi: 42 : 14 = 3 partes

> ☑ ***Dica:***
>
> As partes são inversas e temos apenas duas pessoas, logo podemos inverter as posições das partes.

Zelda: 3 “peças”

Gandi: 2 “peças”

Regra de três composta – processo da causa e efeito.

Relações:

Zelda: tempo = x, capacidade operacional = 100% (suposição) e 3 peças produzidas.

Gandi: tempo = 13 minutos (2 h e 10 minutos). Capacidade operacional 80% (80% de Zelda) e 2 peças produzidas.

$$X = \frac{130.80.3}{100.2} = \frac{31200}{200} = 156 \text{ minutos.}$$

156 minutos = 2h e 36 minutos.

Resposta: letra D.

---

28. (DNCS FCC) Em uma prova com X questões a nota máxima é 10,0 e todas elas têm o mesmo valor. Suponha que um aluno acerte 18 das 32 primeiras questões e, das restantes, ele acerte 40%. Assim sendo, se esse aluno tirou nota 5,0 nessa prova, então X é um número

(A) múltiplo de 4.
(B) divisível por 17.
(C) menor que 50.
(D) primo.
(E) quadrado perfeito.

Resolução:

Se o aluno tirou nota 5 então ele acertou metade da prova (x/2)

• **1ª etapa:** ele acertou 18 questões.

• **2ª etapa:** ele acertou 40% das questões restantes.

Se x = total e já foram feitas 32 questões então restam x - 32.

18 + 0,4(x - 32) =x/2

18 + 0,4x - 12,8 = x/2

0,4x + 5,2 = x/2 (multiplicando por 2, temos)

0,8x + 10,4 = x

0,8x - x = -10,4

- 0,2x = - 10,4(- 1)

0,2x = 10,4

X = 10,4/0,2 = 52 questões.

Obs.: 52 é divisível por 4.

Resposta: letra A.

---

29. (TRT MS FCC 2011) Dois Analistas Judiciários de uma Unidade do Tribunal Regional do Trabalho – Felício e Marieta – foram incumbidos de analisar 56 processos. Decidiram, então, dividir o total de processos entre si, em partes que eram, ao mesmo tempo diretamente proporcionais aos seus respectivos tempo de serviço no tribunal e inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Se na ocasião, Felício era um funcionário do Tribunal há 20 anos e tinha 48 anos idade, enquanto que Marieta lá trabalhava há 8 anos, então, se coube a Marieta analisar 21 processos, a sua idade

(A) estava compreendida entre 40 e 45 anos.
(B) era superior a 45 anos
(C) era inferir a 30 anos.
(D) estava compreendida entre 30 e 35 anos.
(E) estava compreendida entre 35 e 40 anos.

Resolução:

1º passo: encontrar as partes

	DP	IP
Felício	20	48
Marieta	8	X

Devemos inverter a parte inversa.

Tem um macete que podemos inverter a posição dos elementos da coluna da parte inversa.

F = 20.x (simplificando por 4) = 5x

M = 8.48 (simplificando por 4) = 8. 12 = 96

Conclusão:

Felício tem 5x parte e fez 35 processos (56 - 21)

Marieta tem 96 partes e fez 21 processos.

Montando uma regra de três temos:

Parte ---------- processos.

96 ---------- 21

5x ---------- 35

5x.21 = 96.35

105x = 3360

X = 3360/105 = 32 anos.

Resposta: letra D.

---

30. (FCC) De um curso sobre Legislação trabalhista, sabe-se que participaram menos de 250 pessoas e que, destas, o número de mulheres estava para o de homens na razão de 3 para 5, respectivamente. Considerando que a quantidade de participantes foi o maior possível, de quantas unidades o número de homens excedia o de mulheres?

(A) 50
(B) 55
(C) 57
(D) 60
(E) 62

Resolução:

Devemos encontra um número que seja menor que 250 e que permita a maior divisão possível por 8.

Como assim 8?

Temos 3 mulheres e 5 homens, ou seja, o total de parte corresponde a 8.

Esse número procurado corresponde a 248.

248/8 = 31

A diferença entre o número de homens e mulheres corresponde a 2 partes.

R= 2 . 31 = 62

Resposta: letra E.

---

31. (TRT MS FCC 2011) Suponha que em 2007 as mensalidades de dois planos de saúde tinham valores iguais e que nos três anos subsequentes elas sofreram os reajustes mostrados na tabela seguinte.

	2008	2009	2010
Plano 1	10%	10%	10%
Plano 2	5%	5%	X

Se em 2010, os valores das mensalidades de ambos se tornaram novamente iguais, então x é, aproximadamente, igual a

(A) 15%
(B) 18,6%
(C) 20,7%
(D) 27,8%
(E) 30%

Resolução:

Nessa questão devemos utilizar a fórmula de aumentos sucessivos.

(1 + i1) (1+ i2)...

Plano 1: (1 + 0,1) (1 + 0,1) (1 + 0,1) = 1,1 . 1,1 . 1,1 = 1,331

Plano 2: (1 + 0,05) (1 + 0,05) (1 + x) = 1,1025 (1 + x)

Os aumentos são iguais, logo:

1,1025 (1 + x) = 1,331

(1 + x) = 1,331/1,1025

(1 + x) = 1,2072

X = 1,2072 - 1

X = 0,2072 ou 20,72%

Resposta: letra C.

---

32. (FCC) Um veículo A parte de determinado ponto em uma estrada e desenvolve velocidade constante de 30 km/h. Do mesmo ponto, meia hora depois, parte um veículo B, que desenvolve velocidade constante de 50 km/h e segue na mesma estrada e no mesmo sentido do veículo A. O veículo B alcançará o veículo A após percorrer

(A) 12,5 km
(B) 30,0 km
(C) 37,5 km
(D) 42,5 km
(E) 50,0 km

Resolução:

A distância percorrida é a velocidade multiplicada pelo tempo.

Veículo A = 30t

Veículo B = 50t

Se depois de meia hora o veículo B partiu, então o veículo A percorreu 15 km (30 . 0,5 = 15).

Se B vai alcançar o veículo A, então a distância percorrida é igual!

50t = 30t + 15

50t - 30t = 15

20t = 15

$$t = \frac{15}{20} = 0,75$$ (tempo de encontro)

50 . 0,75 = 37,5 km

Resposta: letra C.

---

33. (FCC) Habitualmente, são servidos 26 litros de café com leite na lanchonete de uma empresa. Para o seu preparo, o café e o leite são usados em quantidades que estão entre si assim como 4 está para 9, respectivamente. Quantos litros de café com leite poderiam ser preparados se, mantida a quantidade original de leite, a proporção passasse a ser de duas partes de café para três partes de leite?

(A) 26
(B) 27
(C) 28
(D) 29
(E) 30

Resolução:

Total da mistura: 26 litros, sendo 4 partes de café e 9 partes de leite.

$$\frac{26}{4+9} = \frac{26}{13} = 2$$

Café = 4 . 2 = 8 litros

Leite = 9 . 2 = 18 litros

A nova razão é: 2 partes de café e 3 partes de leite.

Mantendo a quantidade original de leite, temos 18 : 3 = 6 litros (cada parte tem 6 litros).

Café = 2 . 6 = 12 litros de café.

Total da nova mistura = 12 + 18 = 30 litros.

Resposta: letra E.

---

34. (FCC) Três policiais decidiram dividir um prêmio em partes inversamente proporcional ao tempo de serviço dos três na corporação, todos diferentes e que somados corresponde a 14 anos. O policial mais antigo com 8 anos de serviço recebeu R$ 200,00. Sabe-se que outro policial possui o dobro do tempo do mais novo e a metade do mais antigo na corporação, qual foi o valor do prêmio em R$?

(A) 1.800,00
(B) 1.600,00
(C) 2.000,00
(D) 2.400,00
(E) 1.400,00

Resolução:

Tempo de serviço	Valor
8 anos	200
4 anos (metade do mais antigo)	X
2 anos (14 - 8 - 4 = 2)	Y

Nossa relação é inversamente proporcional, ou seja, o produto é constante!

8 . 200 = 4 . x = 2 . y

4x = 800 . 2

4x = 1600

$$x = \frac{1600}{4} = 400$$

2y = 1600

y = 800

Resultado: 200 + 400 + 800 = 1400

Resposta: letra E.

---

35. (FCC) Certo mês, o dono de uma empresa concedeu a dois de seus funcionários uma gratificação no valor de R$ 500,00. Essa quantia foi dividida entre eles, em partes que eram diretamente proporcionais aos respectivos números de horas de plantões que cumpriram no mês e, ao mesmo tempo, inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Se um dos funcionários tinha 36 anos e cumpriu 24 horas de plantões e, o outro, de 45 anos, cumpriu 18 horas, coube ao mais jovem receber:

(A) R$ 302,50
(B) R$ 310,00
(C) R$ 312,50
(D) R$ 325,00

(E) R$ 342,50

Resolução:

DP: Plantão	IP: Idade
24	36
18	45

DP: diretamente proporcional e IP: inversamente proporcional.

Dica: inverta a posição dos números inversamente proporcional!

DP: Plantão	IP: Idade
24	45
18	36

Jovem: 24 . 45

Velho: 18 . 36

Simplifique as expressões!

Jovem: 24 (:12) . 45 (:9) = 2 . 5 = 5

Velho: 18 (:9) . 36 (: 12) = 2 . 3 = 3

Encontre o valor de uma parte: $\frac{500}{5+3} = \frac{500}{8} = 62,5$

Jovem: 5 . 62,5 = 312,5

Resposta: letra C.

---

36. (TRF 4.ª Região – 2007) Um lote de 210 processos deve ser arquivado. Essa tarefa será dividida entre quatro técnicos judiciários de uma Secretaria da Justiça Federal, segundo o critério: Aluisio e Wilson deverão dividir entre si 2/5 do total de processos do lote na razão direta de suas respectivas idades: 24 e 32 anos; Rogério e Bruno deverão dividir os restantes entre si, na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço na Secretaria: 20 e 15 anos. Se assim for feito, os técnicos que deverão arquivar a menor e a maior quantidade de processos são respectivamente,

(A) Aluisio e Bruno.
(B) Aluisio e Rogério.
(C) Wilson e Bruno.
(D) Wilson e Rogério.
(E) Rogério e Bruno.

Resolução:

Aluisio e Wilson vão arquivar 2/5 do total.

$$\frac{2}{5} . 210 = \frac{420}{5} = 84$$

Temos 84 processos para dividir entre Aluisio e Wilson.

Divisão em partes diretamente proporcionais!

Aluisio: 24 : 8 = 3

Wilson: 32 : 8 = 4

$$\frac{84}{3+4} = \frac{84}{7} = 12$$

Aluisio: 12 . 3 = 36

Wilson: 12 . 4 = 48

2ª etapa : 210 - 84 = 126

Temos 126 processos que serão arquivados por Rogério e Bruno.

Divisão em partes inversamente proporcionais!

Bruno = 15 : 5 = 3

Rogério = 20 : 5 = 4

Inverter as partes:

Bruno: 1/3 e Rogério: 1/4

$$\frac{126}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = \frac{126}{\frac{4+3}{12}} = \frac{126}{\frac{7}{12}} = \frac{126.12}{7} = \frac{1512}{7} = 216$$

$$\text{Bruno: } \frac{1}{3} . 216 = \frac{216}{3} = 72$$

$$\text{Rogério: } \frac{1}{4} . 216 = \frac{216}{4} = 54$$

Resposta: letra A.

---

37. (TRF – 2006) Em agosto de 2006, Josué gastava 20% de seu salário no pagamento do aluguel de sua casa. A partir de setembro de 2006, ele teve um aumento de 8% em seu salário e o aluguel de sua casa foi reajustado em 35%. Nessas condições, para o reajuste, a porcentagem do salário que Josué deverá desembolsar mensalmente, é:

(A) 22,5%
(B) 25%
(C) 27,5%
(D) 30%
(E) 32,5%

Resolução:

A questão apenas informa o percentual, por isso vamos supor que o salário de Josué seja 100. Sempre que a questão informar o percentual e não informar o valor, utilizaremos o número base 100. Não se esqueça de que qualquer percentual de 100 é o próprio número.

Exemplo:

15% de 100 = 15.

Salário de Josué = 100.

Logo, o aluguel será: 20 (20% de 100 = 20%)

Cálculo do novo salário!

Salário de agosto = 100.

Salário de setembro: 8% maior que o salário de agosto: 100 + 8 (8% de 100) = 108.

Cálculo do novo aluguel!

Aluguel de agosto: 20.

Aluguel de setembro: 35% maior que o aluguel de agosto: 20 + 7 (35% de 20) = 20 + 7 = 27.

Obs.: 35% de $20 = \frac{35}{100} . 20 = \frac{700}{100} = 7$

Percentual do novo aluguel em relação ao salário.

Que percentual 27 é de 108?

$$\frac{27}{108}.100 = \frac{2700}{108} = 25\%.$$

Resposta: letra B.

---

38. (TRF FCC) Uma pessoa comprou um microcomputador de valor X reais, pagando por ele 85% do seu valor. Tempos depois, vendeu-o com lucro de 20% sobre o preço pago e nas seguintes condições: 40% do total como entrada e o restante em 4 parcelas iguais de R$ 306,00 cada. O número X é igual a

(A) 2 200
(B) 2 150
(C) 2 100
(D) 2 050
(E) 2 000

Resolução:

• 1ª etapa:

O computador foi comprado por 85% de x.

A venda foi com 20% sobre o preço de compra.

Percentual de venda: 85 + 17 (20% de 85) = 102% de x.

• 2ª etapa: descobrir o preço de venda.

40% do total como entrada e o restante em 4 parcelas iguais de R$ 306,00 cada.

Conclusão: 60% do preço de venda é igual a 1.224 (4 . 306 = 1.224).

A variável y é o preço de venda.

Preço	Percentual
1.224	60
y	100

60y = 1.224 . 100

60y = 122 . 400

$$y = \frac{122400}{60} = 2.040.$$

Conclusão: 2.040 é o preço de venda e corresponde a 102% de x.

Preço	Percentual
2.040	102
x	100

102x = 2.040 . 100

102x = 204.000

$$x = \frac{204000}{102} = 2.000$$

Resposta: letra E.

---

39. (TRT) Em uma papelaria, o preço de certo tipo de caneta é o triplo do preço de certo tipo de lapiseira. Uma pessoa comprou 6 dessas canetas e algumas dessas lapiseiras e, ao receber a conta para pagar, verificou que os números de canetas e lapiseiras pedidos haviam sido trocados, acarretando com isso um aumento de 50% sobre o valor a ser pago. O número de lapiseiras compradas era

(A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 14

Resolução:

C = caneta e L = lapiseira.

C = 3L

• 1ª relação: Uma pessoa comprou 6 dessas canetas e algumas dessas lapiseiras e ao receber a conta para pagar

x = quantidade desconhecida e y = valor pago

I: 6C + xL = y

• 2ª relação: verificou que os números de canetas e lapiseiras pedidos haviam sido trocados, acarretando com isso um aumento de 50% sobre o valor a ser pago.

Não se esqueça dos 50% de aumento = 100 + 50 = 150% = 1,5

A quantidade de elementos foi trocada, por isso temos:

II: xC + 6L = 1,5y

Podemos fazer uma suposição de que a lapiseira custa R$ 1,00.

C = 3L

C = 3 . 1 = 3. Vamos substituir esses valores nas expressões.

I: 6C + xL = y II: xC + 6L = 1,5y

I: 6 . 3 + x . 1 = y II: 3x + 6 . 1 = 1,5y

I: 18 + x = y II: 3x + 6 = 1,5y

Agora temos um sistema de equações.

$$\begin{cases} x - y = -18 \\ 3x - 1{,}5y = -6 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} x - y = -18(-1,5) \\ 3x - 1,5y = -6(1) \end{cases}$$

+ –1,5x + 1,5y = 27

3x + –1,5y = –6

1,5x = 21

$$x = \frac{21}{1,5} = 14$$

Resposta: letra E.

---

40. (FCC) Na compra de um lote de certo tipo de camisa para vender em sua loja, um comerciante conseguiu um desconto de 25% sobre o valor a ser pago. Considere que:

- **se não tivesse recebido o desconto, o comerciante teria pago R$ 20,00 por camisa;**
- **ao vender as camisas em sua loja, ele pretende dar ao cliente um desconto de 28% sobre o valor marcado na etiqueta e, ainda assim, obter um lucro igual a 80% do preço de custo da camisa.**

Nessas condições, o preço que deverá estar marcado na etiqueta é

(A) R$ 28,50
(B) R$ 35,00
(C) R$ 37,50
(D) R$ 39,00
(E) R$ 41,50

Resolução:

Se R$ 20,00 é o preço sem desconto, com o desconto de 25% o preço será R$ 15,00.

Para ter um lucro de 80% sobre o preço de venda, então o preço recebido após o desconto será de 15 + 12 (80% de 15) = 27 reais.

O desconto de 28% significa = 72% (100 - 28 = 72%)

Preço	Percentual
X	100%
27	72%

72x = 27 . 100

$$X = \frac{2700}{72} = 37,5$$

Resposta: letra C.

16.1.7. Tema: Sequências

41. (FCC – Auxiliar Judiciário – TRT 9.ª Região) Observe atentamente a tabela.

um	dois	três	quatro	cinco	seis	sete	oito	nove	dez
2	4	4	6	5	4	4	4	4	

De acordo com o padrão estabelecido, o espaço em branco na última coluna da tabela deve ser preenchido com o número:

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

Resolução:

A palavra um tem duas letras, a palavra dois tem 4 letras... Essa é a regra: o número é a quantidade de letras da palavra. A palavra dez possui 3 letras.

Resposta: letra B.

---

42. (PM-2007) Observe que, na sucessão seguinte, os números foram colocados obedecendo uma lei de formação:

4	8	5	X	7	14	11
4	12	10	Y	28	84	82

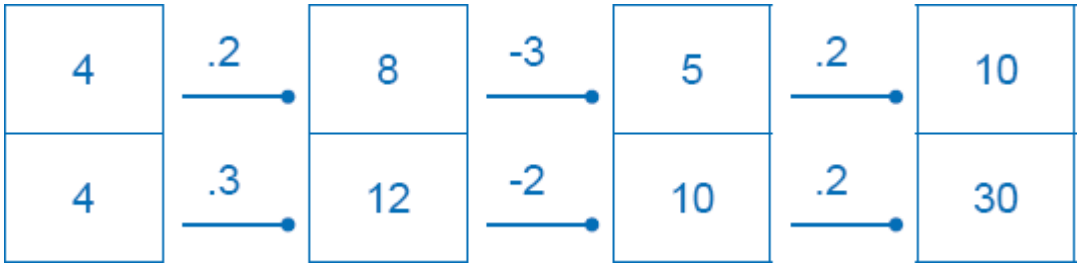
Os números X e Y, obtidos segundo essa lei, são tais que X + Y é igual a

(A) 40
(B) 42
(C) 44
(D) 46
(E) 48

Resolução:

4	8	5	X	7	14	11
4	12	10	Y	28	84	82

Deve-se adotar o seguinte procedimento: primeiro multiplicar por 2 o número de cima, depois multiplicar por 3 o número de baixo, e no próximo quadro diminuímos 3 do número de cima e 2 do número de baixo.



Sendo assim, 10 + 30 = 40.

Resposta: letra A.

---

43. (FCC) Comparando-se uma sigla de 3 letras com as siglas MÊS, SIM, BOI, BOL e ASO, sabe-se que:

- **MÊS não tem letras em comum com ela;**
- **SIM tem uma letra em comum com ela, mas que não está na mesma posição:**
- **BOI tem uma única letra em comum com ela, que está na mesma posição;**
- **BOL tem uma letra em comum com ela, que não está na mesma posição;**
- **ASO tem uma única letra em comum com ela, que está na mesma posição.**

A sigla a que se refere o enunciado dessa questão é

(A) BIL
(B) ALI
(C) LAS
(D) OLI
(E) ABI

Resolução:

– MÊS não tem letras em comum com ela;

Conclusão: a sigla não possui as letras M, E e S.

– SIM tem uma letra em comum com ela, mas que não está na mesma posição:

Conclusão: A sigla possui a letra "i", pois as letras "s" e "m" estão na sigla MÊS, que não tem letras em comum. Porém, como não está na mesma posição, a letra "i" está na primeira ou na terceira posição da sigla.

– BOI tem uma única letra em comum com ela, que está na mesma posição;

Como a letra "i" pertence à sigla, concluímos que as letras "b" e "o" não pertencem à sigla. Logo, a letra "i" está na terceira posição.

Agora temos a certeza de que a letra "i" está na última posição da sigla, então ficamos somente com as alternativas B, D e E.

Porém, as alternativas D e E podem ser excluídas, pois:

A alternativa D tem a sigla OLI, e a nossa sequência não possui a letra O.

A alternativa E tem a sigla ABI, e a nossa sequência não possui a letra B.

Resposta: letra B.

---

44. (FCC) Em um mês, Laura despachou dois processos a mais que o triplo dos processos despachados por Paulo. Nesse mesmo mês, Paulo despachou um processo a mais que Rita. Em relação ao total de processos despachados nesse mês pelos três juntos é correto dizer que é um número da sequência:

(A) 1, 6, 11, 16, ...
(B) 2, 7, 12, 17, ...
(C) 3, 8, 13, 18, ...
(D) 4, 9, 14, 19, ...
(E) 5, 10, 15, 20, ...

Resolução:

Rita = Rita

Paulo = Rita + 1

Laura = triplo de Paulo + 2

Vamos supor que Rita despachou 1 arquivo.

Obs.: Podemos supor qualquer quantidade, porém quanto menor o número escolhido, menor os cálculos.

Rita = 1

Paulo = 1 + 1 = 2

Laura = 3 . 2 + 2 = 6 + 2 = 8

Total = 1 + 2 + 8 = 11

O número 11 é um número da sequência 1, 6, 11, 16.

Resposta: letra A.

---

45. (FCC) Observando o calendário de um certo ano, Gabriel percebeu que havia dois meses consecutivos que totalizavam 60 dias. Se esse ano começa em uma segunda-feira, então termina em uma

(A) segunda-feira.
(B) terça-feira.
(C) quarta-feira.
(D) quinta-feira.
(E) sexta-feira.

Resolução:

O único ano que possui dois meses consecutivos que somam 60 dias é o ano bissexto.

> ***Exemplo:***
>
> Janeiro = 31 dias e fevereiro = 29 dias ou fevereiro = 29 dias e março = 31 dias.

A semana é uma sequência de 7 dias. Nesse caso, o primeiro dia da sequência é segunda-feira.

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
1	2	3	4	5	6	7

O ano bissexto possui 366 dias.

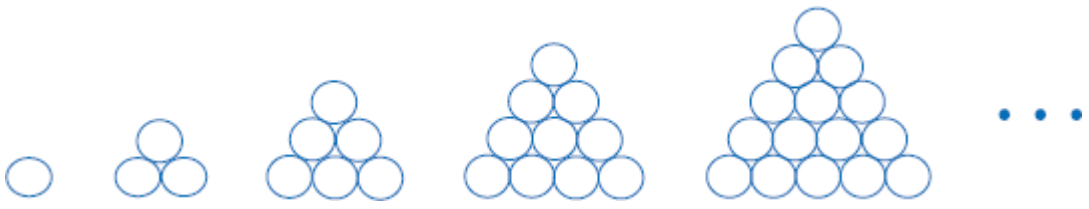
$$\begin{array}{r|l} 366 & 7 \\ \hline 15 & 52 \\ 2 & \end{array}$$

Nesse caso, sobrou o número 2, ou seja, completados os 365 dias, terminará numa terça-feira.

Resposta: letra B.

---

46. (FCC) Considere que a sucessão de figuras abaixo obedece a uma lei de formação.



O número de circunferências que compõem a 100º figura dessa sucessão é

(A) 5 151
(B) 5 050
(C) 4 950
(D) 3 725
(E) 100

Resolução:

Nesse caso temos uma sequência de números triangulares (número que forma triângulos).
Fórmula dos números triangulares:

$$\text{NT n} = \frac{n(n+1)}{2}$$

n: é a posição do número triangular.

Nesse caso, o número triangular desejado é o número 100.

$$\text{NT}_{100} = \frac{100(100+1)}{2} = \frac{100.101}{2} = \frac{10100}{2} = 5050$$

Resposta: letra B.

---

47. (FCC) A sucessão dos números naturais pares é escrita sem que os algarismos sejam separados, ou seja, da seguinte forma:
0 2 4 6 8 1 0 1 2 1 4 1 6 1 8 2 0 2 2 2 4 2 6 2 8 ...
Nessa sucessão, o algarismo que deve ocupar a 127ª posição é o

(A) 0
(B) 2
(C) 4
(D) 6
(E) 8

Resolução:

0 2 4 6 8: 5ª posição
10 12 14 16 18: 15ª posição
20 22 24 26 28: 25ª posição
30 32 34 36 38: 35ª posição
40 42 44 46 48: 45ª posição
50 52 54 56 58: 55ª posição
60 62 63 66 68: 65ª posição
70 72 74 76 78: 75ª posição
80 82 84 86 88: 85ª posição
90 92 94 96 98: 95ª posição

O número 8 é a 95ª posição

100 102 104 106 108: 110ª posição
Nesse caso, temos número de três algarismos!

110, 112, 114, 116, 118: 125ª posição
120.

Obs.: Paramos a contagem no dígito 2, que representa a 127ª posição.

Resposta: letra B.

---

48. (FCC) Assinale a alternativa que completa a série seguinte: J J A S O N D.

(A) J

(B) L
(C) M
(D) N
(E) O

Resolução:

A sequência correspondente às iniciais dos meses do ano.

Junho – Julho – Agosto – Setembro – Outubro – Novembro – Dezembro – ?

O próximo mês será Janeiro.

Resposta: letra A.

---

49. (FCC) Cinco camisetas de cores diferentes foram dispostas em uma pilha. A verde está abaixo da amarela e acima da azul. A vermelha está acima da marrom e esta fica abaixo da verde. A amarela e a verde se encostam, assim como esta e a marrom. Qual é a cor da camiseta do topo da pilha?

(A) Azul.
(B) Amarela.
(C) Verde.
(D) Vermelha.
(E) Marrom.

Resolução:

A verde está abaixo da amarela e acima da azul.

Conclusão: azul – verde – amarela

A vermelha está acima da marrom e esta fica abaixo da verde.

Conclusão: marrom – verde – vermelha

A amarela e a verde se encostam, assim como esta e a marrom.

Conclusão: Marrom – verde – amarela

Conclusão final: As camisas verde, marrom e amarela se encostam, então a azul será a última (está abaixo da verde) e a vermelha será a primeira (pois está acima da verde).

Azul – marrom – verde – amarela – vermelha

Resposta: letra D.

---

50. (FCC) Incumbido de fazer um discurso no casamento de seu amigo Fábio, Daniel rascunhou alguns dados que achava essenciais para compor a sua fala:

1. **o primeiro apartamento que comprou com seu salário ficava a uma quadra do seu local de trabalho;**
2. **Fábio nasceu em 31 de março de 1976, no interior de São Paulo;**
3. **conheceu Taís, sua futura esposa, em março, durante um seminário sobre Administração Pública;**
4. **seus pais se mudaram para a capital, onde Fábio cursou o ensino básico e participou de algumas competições de voleibol;**
5. **nos conhecemos na universidade, onde ambos fazíamos parte do time de voleibol;**
6. **Fábio apresentou-me à Taís uma semana depois de conhecê-la;**
7. **Fábio estudou na Universidade de São Paulo, onde formou-se em Administração;**
8. **Fábio pediu Taís em casamento no dia de Natal seguinte;**
9. **o primeiro emprego de sua vida aconteceu somente após sua formatura, em uma empresa de Campinas.**

Para que Daniel possa redigir coerentemente seu discurso, esses dados podem ser inseridos no discurso na sequência

(A) 2 - 3 - 6 - 8 - 7 - 5 - 9 - 1 - 4

(B) 2 - 3 - 4 - 6 - 9 - 1 - 7 - 5 - 8
(C) 2 - 4 - 7 - 8 - 6 - 5 - 3 - 9 - 1
(D) 2 - 4 - 7 - 5 - 9 - 1 - 3 - 6 - 8
(E) 2 - 4 - 9 - 3 - 6 - 8 - 7 - 5 - 1

Resolução:

O primeiro fato foi a frase 2, o segundo está na de número 4. Agora, já podemos excluir as alternativas A e B.
O terceiro fato ocorrido encontra-se no número 7, então podemos excluir a alternativa E.
A frase 8 tem que acontecer depois da 3, por isso podemos excluir a alternativa C.

Resposta: letra D.

---

51. Observe a seguinte sucessão de multiplicações:

5 x 5 = 25
35 x 35 = 1.225
335 x 335 = 112.225
3.335 x 3.335 = 11.122.225

A análise dos produtos obtidos em cada linha permite que se conclua corretamente que, efetuando 33 333 335 × 33 333 335, obtém-se um número cuja soma dos algarismos é igual a

(A) 28
(B) 29
(C) 31
(D) 34
(E) 35

Resolução:

Para cada algarismo 3 temos um algarismo 1.
Nosso número tem 7 algarismos 3, então nosso número terá 7 algarismos 1.
A quantidade de algarismos 2 é a quantidade de algarismos 3 somados com 1.
Nosso número tem 7 algarismos 3, logo, teremos 8 algarismos 2.
Resultado: (1 . 7) + (2 . 8) + 5 = 7 + 16 + 5 = 28.

Resposta: letra A.

---

52. (FCC) Uma tabela de números inteiros positivos foi construída obedecendo a determinado padrão:

1ª Coluna	2ª Coluna	3ª Coluna	4ª Coluna	5ª Coluna
1	3	5	7	9
10	12	14	16	18
19	21	23	25	27
28	30	32	34	36
37	39	41	43	45
–	–	–	–	–
–	–	–	–	–
–	–	–	–	–

–	–	–	–	–

Caso esse padrão fosse mantido indefinidamente, seria correto concluir que o número

(A) 324 estaria na quarta coluna.
(B) 435 estaria na terceira coluna.
(C) 685 estaria na segunda coluna.
(D) 427 não estaria na tabela.
(E) 565 não estaria na tabela.

Resolução:

Nesse caso, cada coluna representa uma progressão aritmética.

(A) 324 estaria na quarta coluna.

7 + n . 9 = 324

N = número

7: primeiro número da coluna

9: aumento de uma casa para outra

7 + n . 9 = 324

9n = 324 - 7

9n = 317

$$n = \frac{317}{9}$$

317 não é divisível por 9 (observe os critérios de divisibilidade no texto complementar 1).

Resumo:

Número – o número base da coluna

Divisível por 9 (aumento de cada casa)

(B) 435 estaria na terceira coluna.

$N = \frac{435-5}{9} = \frac{440}{9}$. Não é divisível por 9.

(C) 685 estaria na segunda coluna.

$\frac{685-3}{9} = \frac{682}{9}$. Não é divisível!

(D) 427 não estaria na tabela.

Nesse caso, devemos testar todas as possibilidades:

• **1ª coluna:** número base 1

$\frac{427-1}{9} = \frac{426}{9}$ = não é divisível.

• **2ª coluna:** número base 3

$\frac{427-3}{9} = \frac{424}{9}$ = não é divisível.

• **3ª coluna:** número base 5

$\frac{427-5}{9} = \frac{422}{9}$ = não é divisível.

• **4ª coluna:** número base 7

$\frac{427-7}{9} = \frac{420}{9}$ = não é divisível.

Resposta: letra D.

---

53. (FCC) Considerando que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y, observe a relação existente entre o primeiro e o segundo grupos de letras mostrados no esquema seguinte:
LMNL : PQRP : GHIG : ?
Se a mesma relação deve existir entre o terceiro grupo e o quarto, que está faltando, o grupo de letras que substituiria corretamente o ponto de interrogação é

(A) HIGH
(B) JLMJ
(C) LMNL
(D) NOPN
(E) QRSQ

Resolução:

A primeira letra da 1ª sequência é L, e a primeira letra da 2ª sequência é P. Logo, de L para P temos um aumento de 4 casas (L, M, N, O, P).

Para manter esse padrão, a primeira letra da 4ª sequência deve ser a letra G aumentada de 4 letras (H, I, J, K, L). Logo, a letra L é a próxima letra da sequência.

Resposta: letra C.

---

54. (FCC) Os dois primeiros pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.
argumentar – tara
oriental – talo
antecederam – ?
Segundo o mesmo critério, a palavra que deveria estar no lugar do ponto de interrogação é

(A) dama.
(B) anta.
(C) dera.
(D) tece.
(E) rama.

Resolução:

argumentar – tara

oriental – talo

antecederam – rama

A regra nesse caso é única, as três últimas letras com a primeira letra.

Resposta: letra E.

---

55. (FCC) MAGRO GORDO OBESO
ANÃO BAIXO ALTO
PEQUENO GRANDE?

(A) FORTE
(B) MAIOR
(C) ALTO

(D) ENORME
(E) GULOSO

Resolução:

MAGRO GORDO OBESO

Nesse caso as palavras representam a classificação do peso, em ordem crescente.

ANÃO BAIXO ALTO

Nesse caso as palavras representam a classificação da estatura, em ordem crescente.

PEQUENO GRANDE?

Nesse caso as palavras representam a classificação do tamanho, em ordem crescente.

Resposta: letra D.

---

56. (FCC) A sentença seguinte é seguida de um número entre parênteses, que corresponde ao número de letras de uma palavra que se aplica à definição dada.
"Tudo aquilo que não é cópia ou imitação." (8)
A alternativa onde se encontra a letra inicial de tal palavra é

(A) A
(B) O
(C) P
(D) Q
(E) R

Resolução:

Tudo aquilo que não é cópia ou imitação é original (original é uma palavra de 8 letras).

Resposta: letra B.

---

57. (TRT PR 2004) Um número de 1 a 10 foi mostrado para três pessoas. Cada pessoa fez a seguinte afirmação sobre o número:
Pessoa I: o número é divisível apenas por 1 e por ele mesmo.
Pessoa II: o número é ímpar.
Pessoa III: o número é múltiplo de 5.
Considerando que apenas duas pessoas dizem a verdade, o total de números distintos que podem ter sido mostrados às três pessoas é:

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

Resolução:

A pessoa 1 pode ter visto os seguintes números: 3, 5 e 7.

A pessoa 2 pode ter visto os seguintes números: 1, 3, 5, 7 e 9.

A pessoa 3 pode ter visto os seguintes números: 5 e 10.

Para duas afirmações serem verdadeiras deveriam os números 3, 5 ou 7 aparecer em pelo menos duas afirmações, logo, o total de números distintos é 3 (3, 5, 7).

Resposta: letra B.

---

58. (FCC) Cada um dos três participantes de um torneio de xadrez deu uma informação sobre o que ocorreu no evento. João disse que Carlos foi o 3º colocado; Alberto disse que João foi o 2º colocado e Carlos atribuiu a si mesmo a 2ª colocação. Sabendo que só o primeiro colocado disse a verdade, deve-se concluir que

(A) Alberto foi o 1º colocado.
(B) João foi o 2º colocado.
(C) Alberto foi o 3º colocado.
(D) Carlos foi o 2º colocado.
(E) João foi o 1º colocado.

Resolução:

Resumo: apenas o 1º colocado falou a verdade.

João disse que Carlos foi o 3º colocado.

Alberto disse que João foi o 2º colocado.

Carlos atribuiu a si mesmo a 2ª colocação.

Analisando as frases podemos concluir que Carlos não foi o primeiro colocado nem o segundo colocado. Por quê? Se Carlos fala a verdade, então ele seria o primeiro colocado. E como ele pode afirmar que chegou na segunda colocação? E se Carlos chegou em segundo, a sua afirmação é verdadeira. Logo, contradiz a questão, pois somente o primeiro fala a verdade.

• 1ª suposição:

João: 1º colocado

Alberto: 2º colocado

Carlos: 3º colocado

Agora, vamos analisar as frases!

João disse que Carlos foi o 3º colocado (afirmação verdadeira, logo, João foi o primeiro).

Alberto disse que João foi o 2º colocado (afirmação falsa, pois João foi o primeiro).

Carlos atribuiu a si mesmo a 2ª colocação (afirmação falsa, pois Carlos foi o terceiro).

Nessa suposição tivemos apenas uma afirmação verdadeira.

Resposta: letra E.

---

59. (TCE Piauí) Um departamento de uma empresa de consultoria é composto por 2 gerentes e 3 consultores. Todo cliente desse departamento necessariamente é atendido por uma equipe formada por 1 gerente e 2 consultores. As equipes escaladas para atender três diferentes clientes são mostradas abaixo:

Cliente 1: André, Bruno e Cecília.
Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.
Cliente 3: André, Bruno e Evandro.
A partir dessas informações, pode-se concluir que

(A) André é consultor.
(B) Bruno é gerente.
(C) Cecília é gerente.
(D) Débora é consultora.
(E) Evandro é consultor.

Resolução:

• 1ª suposição: André é gerente.

Cliente 1: André, Bruno e Cecília.

Conclusão: Bruno e Cecília são consultores.

Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.

Cliente 3: André, Bruno e Evandro.
Conclusão: Bruno e Evandro são consultores.

Voltando à frase 2, temos:
Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.
Conclusão: Débora é gerente, pois Cecília e Evandro são consultores.

• 2ª suposição: Bruno é gerente.
Cliente 1: André, Bruno e Cecília.
Conclusão: André e Cecília são consultores.

Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.
Cliente 3: André, Bruno e Evandro.
Conclusão: André e Evandro são consultores.

Voltando à frase 2, temos:
Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.
Conclusão: Débora é gerente, pois Cecília e Evandro são consultores.

• 3ª suposição: Cecília é gerente.
Cliente 1: André, Bruno e Cecília.
Conclusão: Bruno e André são consultores.

Cliente 2: Cecília, Débora e Evandro.
Conclusão: Débora e Evandro são consultores

Cliente 3: André, Bruno e Evandro.
Conclusão: Temos contradição na frase 3, pois os três seriam consultores.

Nesse caso, a 3ª opção não permite conclusão.

Independentemente da escolha temos:
Evandro é consultor.

Resposta: letra E.

---

60. (FCC) Ernesto é chefe de uma seção do Tribunal de Contas do Estado de São Paulo, na qual trabalham outros quatro funcionários: Alicia, Benedito, Cíntia e Décio. Ele deve preparar uma escala de plantões que devem ser cumpridos por todos, ele inclusive, de segunda à sexta-feira. Para tal, ele anotou a disponibilidade de cada um, com suas respectivas restrições:

- **Alicia não pode cumprir plantões na segunda ou na quinta-feira, enquanto que Benedito não pode cumpri-los na quarta-feira;**
- **Décio não dispõe da segunda ou da quinta-feira para fazer plantões;**
- **Cíntia está disponível para fazer plantões em qualquer dia da semana;**
- **Ernesto não pode fazer plantões pela manhã, enquanto que Alicia só pode cumpri-los à noite;**
- **Ernesto não fará seu plantão na quarta-feira, se Cíntia fizer o dela na quinta-feira e, reciprocamente.**

Nessas condições, Alicia, Benedito e Décio poderão cumprir seus plantões simultaneamente em uma

(A) terça-feira à noite.
(B) terça-feira pela manhã.
(C) quarta-feira à noite.
(D) quarta-feira pela manhã.
(E) sexta-feira pela manhã.

Resolução:

Alicia só pode fazer seu plantão à noite, logo, sobram as alternativas A e C.

Benedito não pode tirar plantão na quarta-feira, logo, podemos excluir a alternativa C.

Resposta: letra A.

---

61. (FCC) As afirmações de três funcionários de uma empresa são registradas a seguir:

- **Augusto: Beatriz e Carlos não faltaram ao serviço ontem.**
- **Beatriz: Se Carlos faltou ao serviço ontem, então Augusto também faltou.**
- **Carlos: Eu não faltei ao serviço ontem, mas Augusto ou Beatriz faltaram.**

Se as três afirmações são verdadeiras, é correto afirmar que, ontem, APENAS

(A) Augusto faltou ao serviço.
(B) Beatriz faltou ao serviço.
(C) Carlos faltou ao serviço.
(D) Augusto e Beatriz faltaram ao serviço.
(E) Beatriz e Carlos faltaram ao serviço.

Resolução:

As afirmações são verdadeiras.

Augusto: Beatriz e Carlos não faltaram ao serviço ontem.

Conclusão: Beatriz e Carlos não faltaram ao serviço.

Beatriz: Se Carlos faltou ao serviço ontem, então Augusto também faltou.

Conclusão: Carlos faltou ao serviço é uma afirmação falsa, logo, Augusto faltou pode ser verdadeira ou falsa, pois na condicional (se... então) FF = V e FV = V.

Carlos: Eu não faltei ao serviço ontem, mas Augusto ou Beatriz faltaram.

Conclusão: Carlos não faltou ao serviço é uma afirmação verdadeira.

Augusto ou Beatriz faltaram é uma afirmação verdadeira.

A proposição “Beatriz faltou” é falsa, então, a afirmação “Augusto faltou” deve ser verdadeira.

No conectivo “ou” pelo menos uma afirmação deve ser verdadeira para a frase ser verdadeira!

Resposta: letra A.

---

62. (BACEN 2005) Três técnicos: Amanda, Beatriz e Cássio trabalham no banco – um deles no complexo computacional, outro na administração e outro na segurança do Sistema Financeiro, não respectivamente. A praça de lotação de cada um deles é: São Paulo, Rio de Janeiro ou Porto Alegre.

Sabe-se que:

- **Cássio trabalha na segurança do Sistema Financeiro.**
- **O que está lotado em São Paulo trabalha na administração.**
- **Amanda não está lotada em Porto Alegre e não trabalha na administração.**

É verdade que, quem está lotado em São Paulo e quem trabalha no complexo computacional são, respectivamente,

(A) Cássio e Beatriz.
(B) Beatriz e Cássio.
(C) Cássio e Amanda.
(D) Beatriz e Amanda.
(E) Amanda e Cássio.

Resolução:

– Cássio trabalha na segurança do Sistema Financeiro.
Conclusão: Cássio trabalha na segurança do Sistema Financeiro.

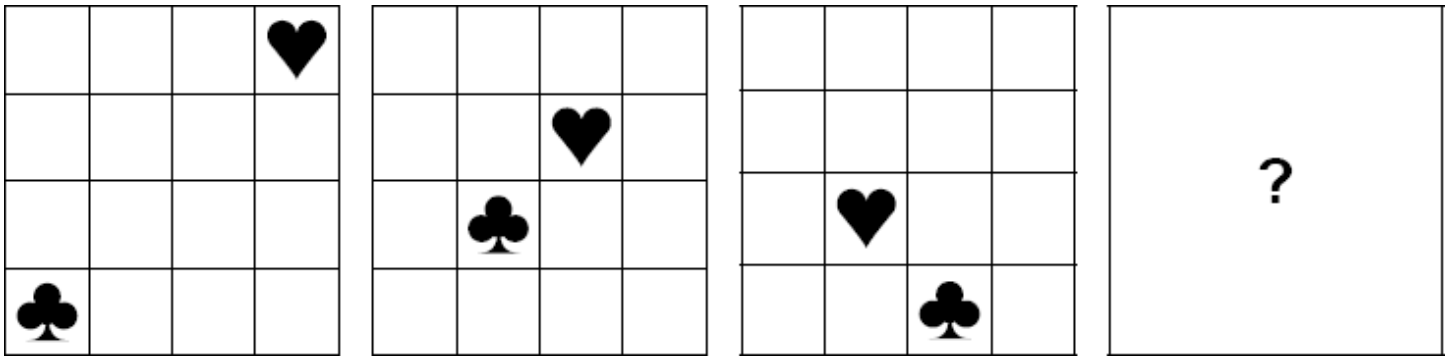
– O que está lotado em São Paulo trabalha na administração.
Conclusão: Amanda ou Beatriz, pois Carlos trabalha na segurança do sistema financeiro.
– Amanda não está lotada em Porto Alegre e não trabalha na administração.
Conclusão: Amanda não trabalha na administração, logo, ela mora no Rio de Janeiro.

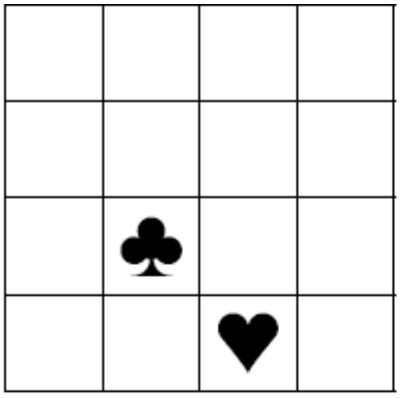
Conclusão final:
Amanda – Rio de Janeiro – Complexo computacional
Beatriz – São Paulo – Administração
Carlos – Porto Alegre – Sistema Financeiro

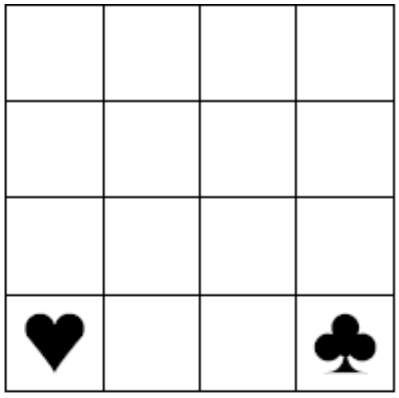
Resposta: letra D.

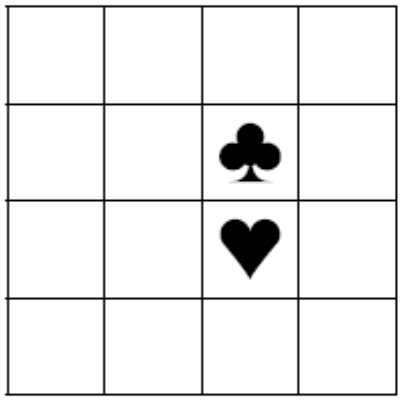
16.1.8. Tema: Raciocínio espacial

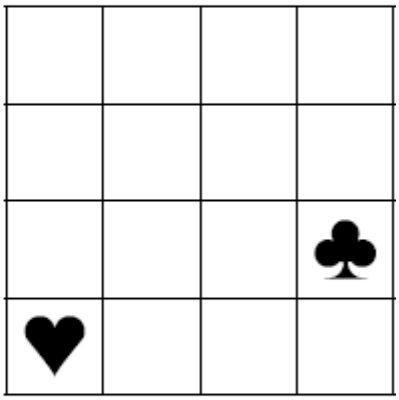
63. (TRT 6ª Região Técnico Judiciário) A sequência de figuras abaixo foi construída obedecendo a determinado padrão.
Segundo esse padrão, a figura que completa a sequência é:

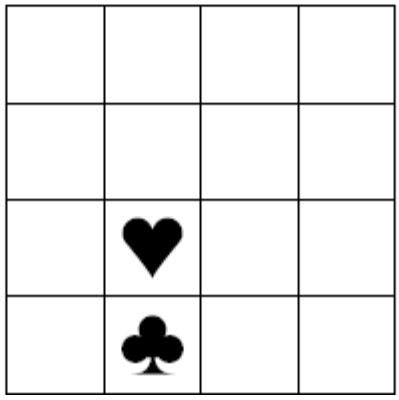


(A) 

(B) 

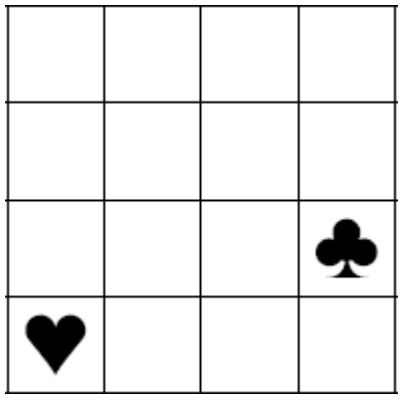
(C) 

(D) 

(E) 

Resolução:

Observe que o símbolo da árvore anda para a direita, sendo uma casa para cima e depois para baixo!
O símbolo do coração está andando pela diagonal e descendo!



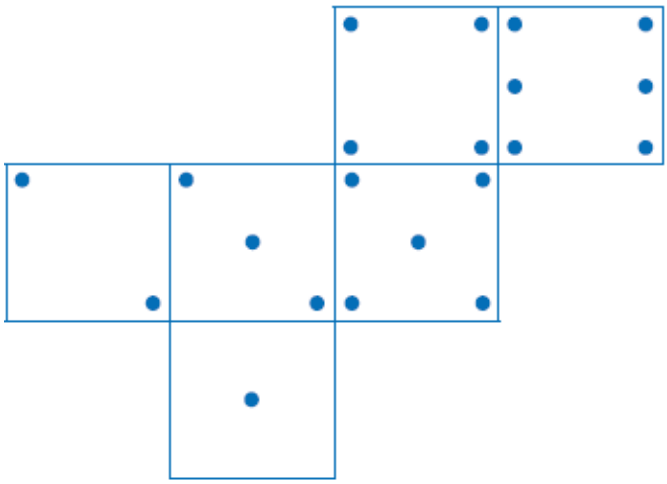
Resposta: letra D.

---

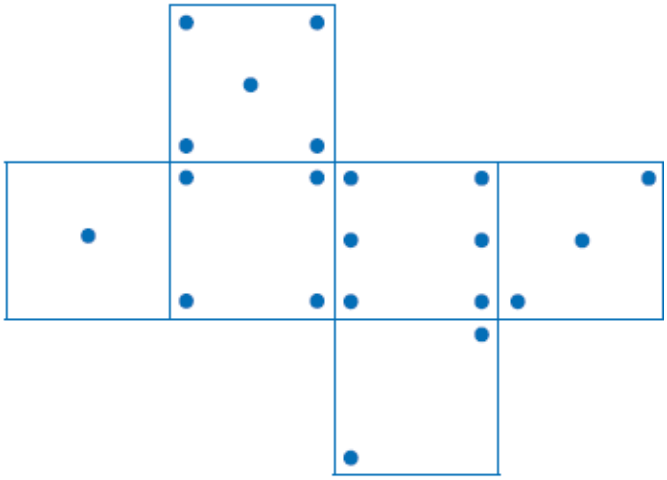
64. (TRT PR 2004) Um dado é feito com pontos colocados nas faces de um cubo, em correspondência com os

números de 1 a 6, de tal maneira que somados pontos que ficam em cada par de faces opostas é sempre sete. Dentre as três planificações indicadas, a(s) única(s) que permite(m) formar, apenas com dobras, um dado com as características descritas é(são):

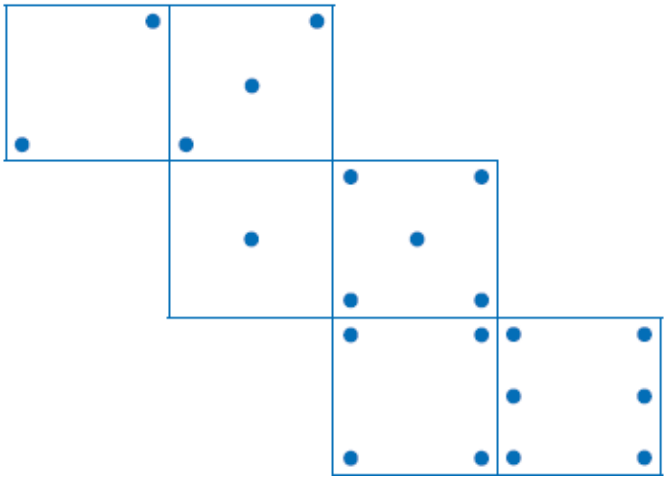
I



II



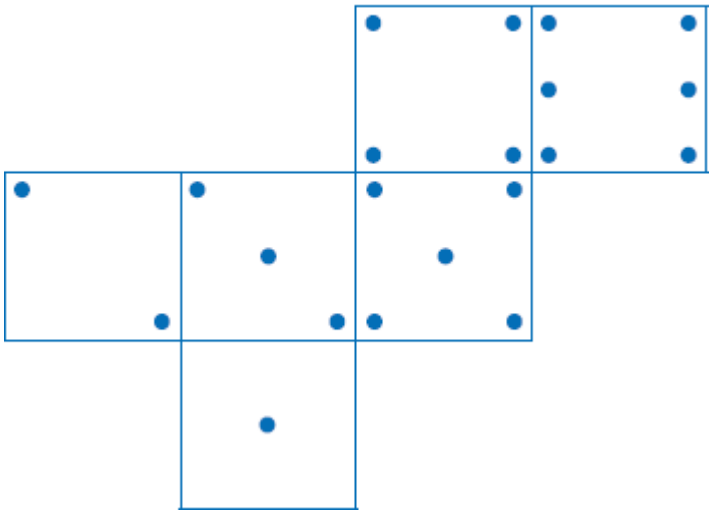
III



(A) I
(B) I e II.
(C) I e III.
(D) II e III.
(E) I, II, III.

Resolução:

I

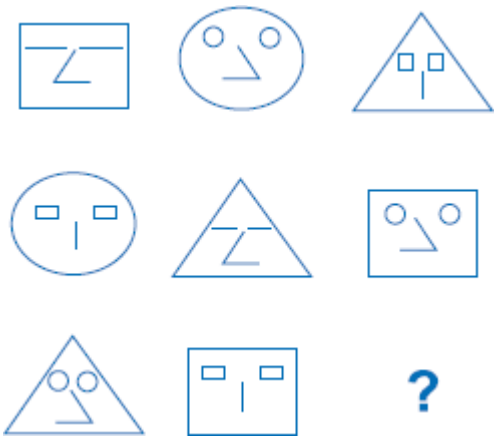


A face 5 é oposta à face 2, porém a face 3 será oposta à face 6, logo, essa planificação não pode ser de um dado!
Assim, podemos excluir todas as letras que têm a figura I.

Resposta: letra D.

---

65. (FCC) Considere a sequência de figuras abaixo.

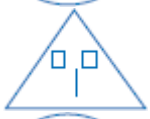


A figura que substitui corretamente a interrogação é:

(A)

(B)

(C)

(D) 

(E)

Resolução:

Como padrão, temos uma cara quadrada, uma cara redonda e uma cara triangular.

Temos um olho quadrado, um olho circular e um olho formado por linha e temos também um nariz formado por uma linha, um símbolo para esquerda e outro símbolo para a esquerda!

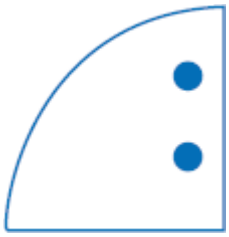
Na figura que falta, devemos observar quais elementos estão faltando na 3ª linha!

Faltam a cara circular e o olhar de linha!

Resposta: letra A.

---

66. (FCC – Técnico Judiciário – TRT – 24ª Região – 2006) Considere a figura abaixo:



Se você pudesse fazer uma das figuras seguintes deslizar sobre o papel, aquela que, quando sobreposta à figura dada, coincidirá exatamente com ela é

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

Resolução:

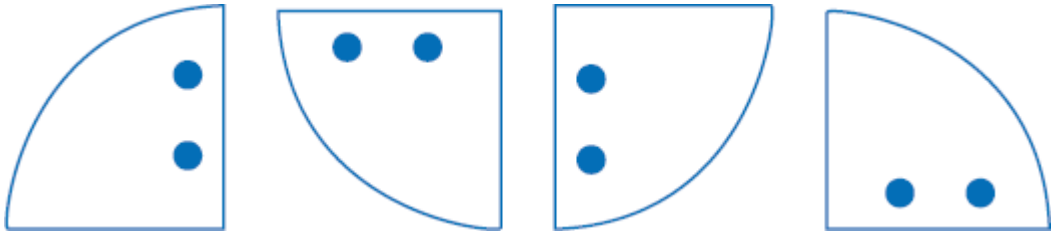
Nesse caso, devemos aplicar o processo da rotação, ou seja, girar a figura 90º.

A rotação é uma forma de ver a mesma figura, porém de outra forma!

☑ ***Dica:***

Quando estiver fazendo esse tipo de questão na prova é só pegar a prova e ficar girando até encontrar uma figura igual!

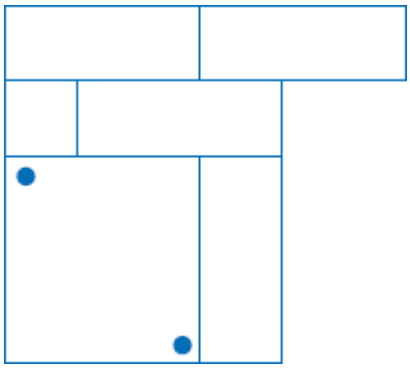
Seguem abaixo todas as formas de serem vistas as figuras:



Resposta: *letra A.*

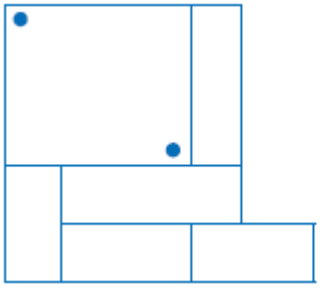
---

67. (Técnico BACEN 2005) Considere a figura abaixo.

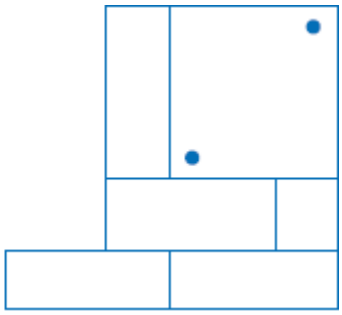


Supondo que as figuras apresentadas nas alternativas abaixo possam apenas ser deslizadas sobre o papel, aquela que coincidirá com a figura dada é

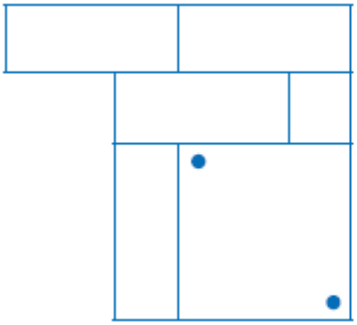
(A)



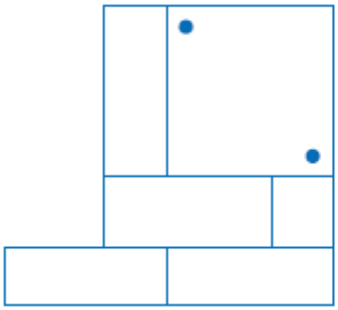
(B)



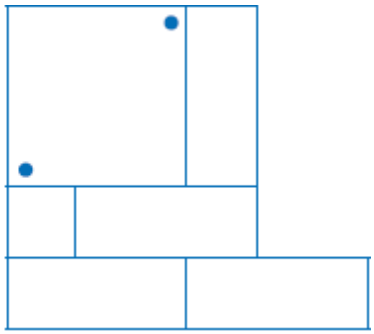
(C)

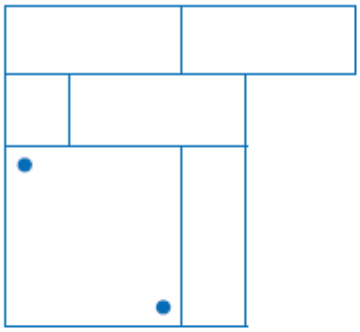


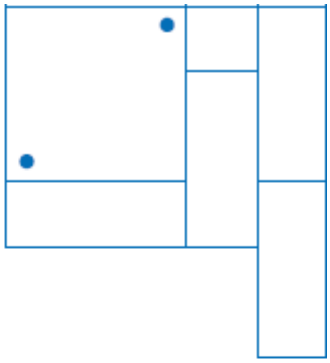
(D)

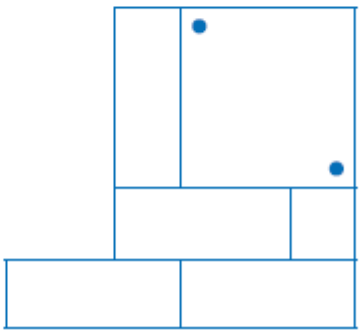


(E)



- 1ª opção: 

- 2ª opção: 

- 3ª opção: 

Resolução:

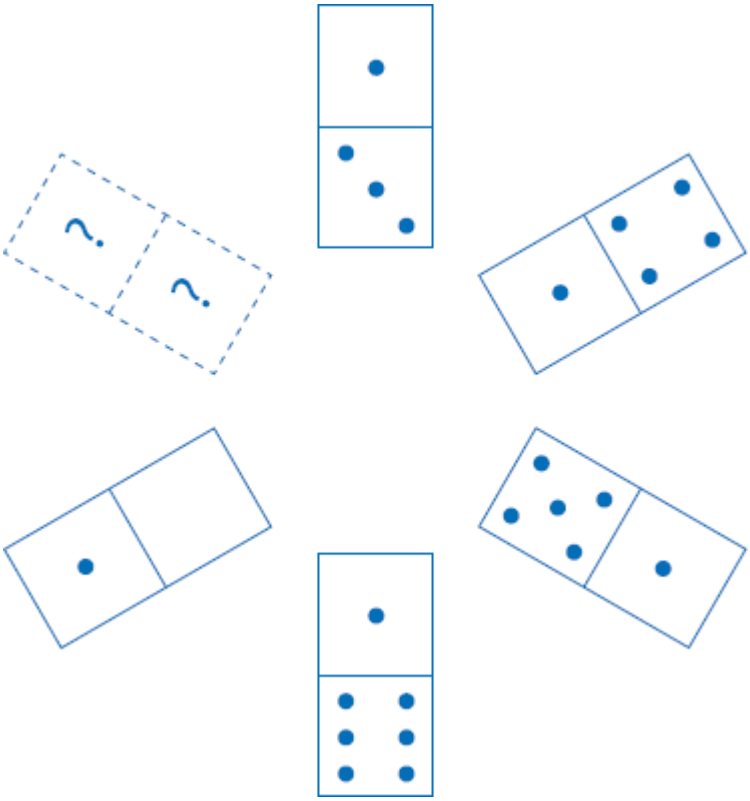
Questão sobre rotação!

Na 3ª opção encontramos a resposta!

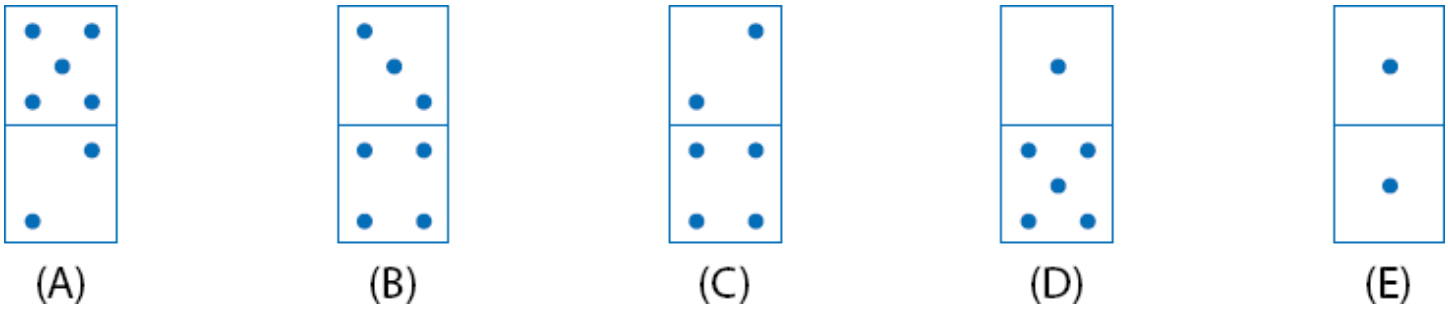
Resposta: letra D.

---

68. (Analista do BACEN 2005) As pedras de dominó mostradas abaixo foram dispostas, sucessivamente e no sentido horário, de modo que os pontos marcados obedeçam a um determinado critério.

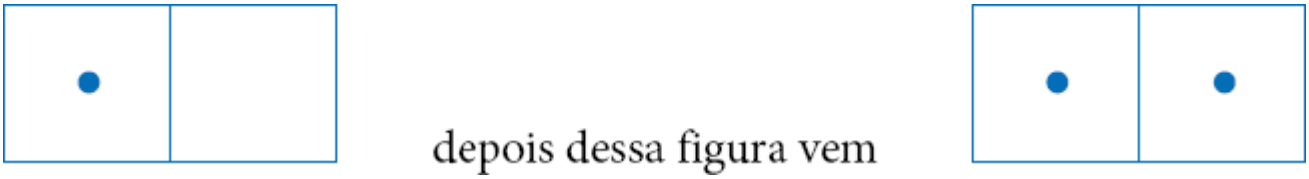


Com base nesse critério, a pedra de dominó que completa corretamente a sucessão é



Resolução:

As figuras são da pedra de ás (1 ponto).
Sendo um ás fora e depois dentro!

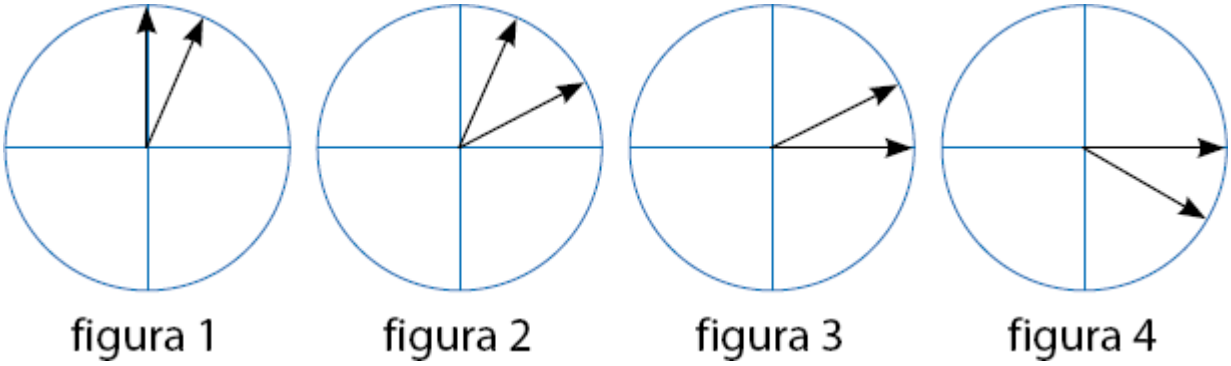


As pedras estão aumentando uma casa na parte em que não tem o ás (número 1).

Resposta: letra E.

---

69. (MPE/PE 2006) Considere as seguintes figuras:



Mantendo a mesma lei de formação, a 1ª figura é igual à:

(A) 11ª figura
(B) 12ª figura
(C) 13ª figura
(D) 14ª figura
(E) 15ª figura

Resolução:

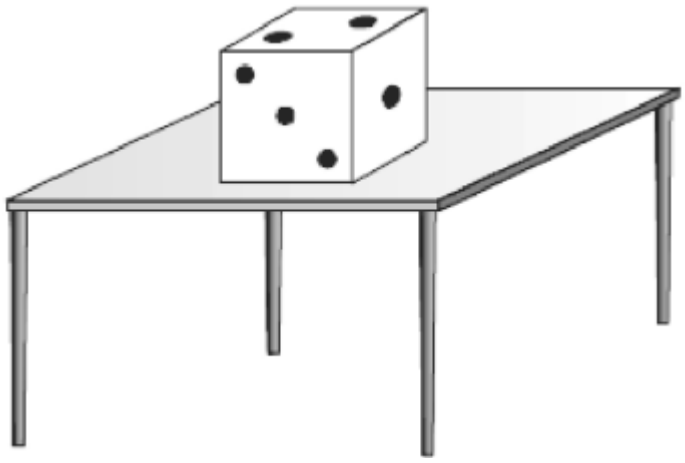
Na figura 3, chegamos a 90º, então, para cada 3 figuras, andamos 90º (tomando como base o ponteiro maior). Logo, como o ponto deve estar no ponto zero e o outro ponteiro após o ponto zero, a figura será a 13ª.

Obs.: 12 voltas seriam 360º, uma volta completa. Porém estamos tomando como referência o ponteiro maior, logo, para o ponteiro menor chegar ao ponto inicial, seria necessária mais uma casa.

Resposta: letra C.

---

70. (TCE/SP 2008) Sabe-se que, em um dado, a soma dos pontos de faces opostas é sempre igual a 7. Um dado é colocado sobre a superfície plana de uma mesa com a face "1" voltada para o leste, a "6" para o oeste, a "3" para o sul, a "4" para o norte, a "2" para cima e a "5" para baixo, da forma como é mostrado na figura seguinte.



Considere que esse dado é submetido a quatro movimentos sucessivos, cada um dos quais consiste de uma rotação de 90° em torno de uma aresta que se apoia sobre a mesa. Se após cada movimento as faces "1", "3", "5" e "6" passam a ficar, sucessivamente, voltadas para baixo, então, ao fim do quarto movimento, a face "1" estará voltada para

(A) baixo.
(B) cima.
(C) o norte.
(D) o sul.
(E) o oeste.

Resolução:

• 1º giro de 90º: a pedra 1 fica embaixo.
• 2º giro de 90º: a pedra 3 fica embaixo.
• 3º giro de 90º: a pedra 5 fica embaixo.
• 4º giro de 90º: a pedra 6 fica embaixo.

Se a pedra 6 está para baixo, então a pedra 1 está para cima, pois a soma das faces opostas de um dado é 7.

Resposta: letra B.

16.1.9. Tema: Diversos

71. (FCC TRT BA 2013) Os amigos André, Felipe e Pedro estão disputando um jogo composto por 10 rodadas. Ao final de cada rodada do jogo, que não admite empates, o vencedor da rodada recebe R$ 30,00 do 3º colocado e R$ 20,00 do 2º colocado.

Cada um dos amigos começou o jogo com R$ 300,00 e, ao final da oitava rodada, André estava com R$ 410,00, Felipe com R$ 240,00 e Pedro com R$ 250,00. Nessas condições, pode-se concluir que necessariamente, ao final da décima rodada,

(A) Felipe será o jogador com menos dinheiro dentre os três.
(B) André e Pedro terão quantidades diferentes de dinheiro.
(C) cada um dos três jogadores terá, no mínimo, R$ 200,00.
(D) André ainda terá mais dinheiro do que Felipe.
(E) Felipe terá uma quantia menor ou igual a R$ 300,00.

Resolução:

(A) Felipe será o jogador com menos dinheiro dentre os três.

Item errado, pois existe a possibilidade de André ter menos dinheiro de todos.

(B) André e Pedro terão quantidades diferentes de dinheiro.

Item errado, não podemos garantir essa possibilidade.

(C) Cada um dos três jogadores terá, no mínimo, R$ 200,00.

Item errado, existe a possibilidade de Felipe ou Pedro terminarem com um valor inferior a R$ 200.

(D) André ainda terá mais dinheiro do que Felipe.

Item correto.

Comentário:

André perdendo as duas rodas (na 3ª colocação) vai ficar com R$ 360 (410 - 50). Felipe ganhando as duas vai ficar com R$ 340 (240 + 100).

Resposta: letra D.

72. (FCC 2013). Em um determinado ano, o mês de abril, que possui um total de 30 dias, teve mais domingos do que sábados. Nesse ano, o feriado de 1º de maio ocorreu numa

(A) segunda-feira.
(B) terça-feira.
(C) quarta-feira.
(D) quinta-feira.
(E) sexta-feira.

Resolução:

Em 28 dias temos 4 sábados e 4 domingos, logo para obter mais domingos que sábados é necessário que o dia 29 seja um domingo.

29/04 – domingo

30/04 – segunda-feira

01/05 – terça-feira.

Resposta: letra B.

---

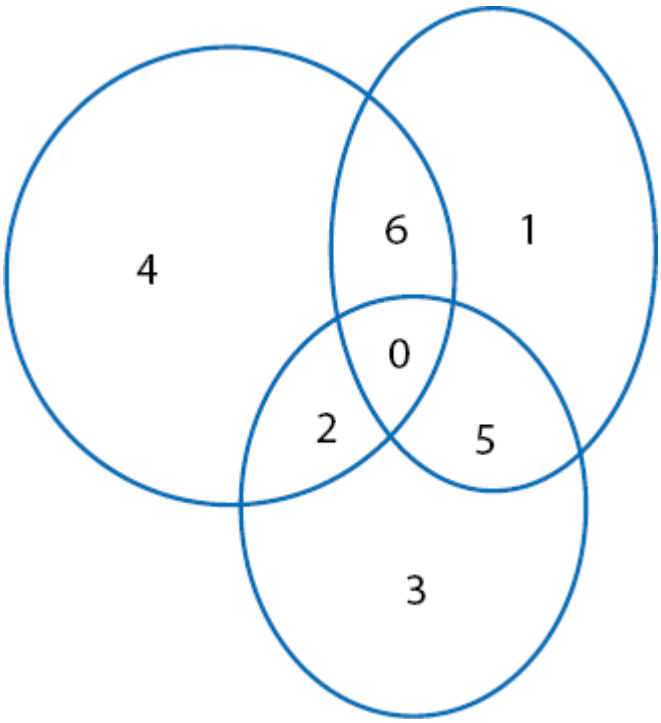
73. **(FCC) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a**

(A) 3.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 4.
(E) 5.

Resolução (Comentário):

Os grupos apresentam valores distintos, porém o grupo com 3 elementos é igual a zero. O nosso objetivo é encontrar o maior número possível para a região do somente (só) C.

> ***Dica:***
>
> Utilizando um processo de tentativa e erro.



Resposta: letra A.

---

74. (Analista Judiciário TRT Mato Grosso 2004 FCC) Em uma repartição pública, o número de funcionários do setor administrativo é o triplo do número de funcionários do setor de informática. Na mesma repartição, para cada quatro funcionários do setor de informática, existem cinco funcionários na contabilidade. Denotando por A, I e C o total de funcionários dos setores administrativo, de informática e contábil, respectivamente, é correto afirmar que

(A) 3C = 2A
(B) 4C = 15A
(C) 5C = 15A
(D) 12C = 5A
(E) 15C = 4A

Resolução:

A = 3I (o número de funcionários do setor administrativo é o triplo do número de funcionários do setor de informática).

> ***Dica:***
>
> A segunda relação é uma proporção entre os termos (para cada quatro funcionários do setor de informática, existem cinco funcionários na contabilidade).

$$\frac{I}{C} = \frac{4}{5}$$

Fazendo o produto do meio pelo produto dos extremos, temos:

4C = 5I

Temos: A = 3I e 4C = 5I.

Nesse caso, para colocar no mesmo padrão é só multiplicar a primeira e a segunda expressão por números que tornem a quantidade de I igual nas duas expressões.

A = 3I, multiplicando por 5 temos: 5A = 15I

4C = 5I, multiplicando por 3 temos: 12C = 15I

Igualando as duas temos: 12C = 5A

Resposta: letra D.

---

75. (FCC TRF-2007) Dois técnicos judiciários deveriam redigir 45 minutas e resolveram dividir esta quantidade em partes inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Se o primeiro, que tem 28 anos, redige 25 delas, a idade do segundo, em anos, é:

(A) 30
(B) 31
(C) 32
(D) 33
(E) 35

Resolução:

Nesse caso não iremos usar a fórmula, pois não temos uma parte. Logo, iremos usar a relação de números inversamente proporcionais.

Temos uma relação inversamente proporcional.

Idade	Minutas

28	25
x	20 (45 - 25 = 20)

Entre números inversamente proporcionais, o produto é constante.

$20 . x = 28 . 25$

$20x = 700$

$$x = \frac{700}{20} = 35$$

Resposta: letra E.

76. (ICMS FCC 2006) Considere as afirmações abaixo:

I. O número de linhas de uma tabela-verdade é sempre um número par.

II. A proposição $(10 < \sqrt{10}) \leftrightarrow (8 - 3 = 6)$ é falsa.

É verdade o que se afirma APENAS em:

(A) I
(B) II
(C) I e II
(D) nenhum dos dois

Resolução:

Assunto: Operador lógico

I. O número de linhas de uma tabela-verdade é sempre um número par.

Afirmação correta, pois o número de linhas de uma tabela-verdade é fornecido pela fórmula 2^n, sendo "n" o número de proposições distintas (letras diferentes).

Exemplo:

Em $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow p$, temos apenas duas letras diferentes, p e q. Logo, o número de linhas da proposição é $2^2 = 2 . 2 = 4$ linhas.

II. A proposição $(10 < \sqrt{10}) \leftrightarrow (8 - 3 = 6)$ é falsa.

A afirmação é errada, pois FF = V (na bicondicional símbolos iguais o resultado é V).

Resposta: letra A.

GABARITO

01. A	02. A	03. C	04. C	05. E	06. B	07. C	08. B	09. A
10. A	11. C	12. A	13. D	14. B	15. E	16. D	17. D	18. B
19. D	20. C	21. A	22. B	23. E	24. D	25. A	26. E	27. D
28. A	29. D	30. E	31. C	32. C	33. E	34. E	35. C	36. A
37. B	38. E	39. E	40. C	41. B	42. A	43. B	44. A	45. B
46. B	47. B	48. A	49. D	50. D	51. A	52. D	53. C	54. E

55. D	56. B	57. B	58. E	59. E	60. A	61. A	62. D	63. D
64. D	65. A	66. A	67. D	68. E	69. C	70. B	71. D	72. B
73. A	74. D	75. E	76. A					

17

TEXTOS COMPLEMENTARES

17.1. TEXTO COMPLEMENTAR I – CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

É possível estabelecer algumas regras que permitem verificar se um número natural qualquer é divisível por outro. Essas regras são chamadas de critérios de divisibilidade.

17.1.1. Divisibilidade por 2

Um número é divisível por 2 quando o algarismo das unidades (o último algarismo) for 0, 2, 4, 6 ou 8. Os números que são divisíveis por 2 são denominados *números pares*.

Exemplo:

22, 1540, 1908764...

17.1.2. Divisibilidade por 3 (ou por 9)

Um número é divisível por 3 (ou por 9) quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3 (ou por 9).

Exemplo:

123 é divisivel por 3, pois 1 + 2 + 3 = 6 é divisível por 3.

17.1.3. Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 se o número formado pelos dois algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplo:

124, termina em 24 e 24 é divisível por 4.

17.1.4. Divisibilidade por 5

Um número é divisível por 5 se o algarismo da unidade (o último algarismo) for 0 ou 5.

Exemplo:

15, 125, 1050...

17.1.5. Divisibilidade por 6

Um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

Exemplo:

180 é divisível por 2 e por 3, logo também por 6.

17.1.6. Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 se o algarismo da unidade (o último algarismo) for 0.

Exemplo:

120, 1450.

Esse critérios servem de auxílio na parte de simplicação de fração.

Simplificar é dividir os termos de uma fração por um mesmo número.

Exemplo:

$$\frac{10^{\cancel{2}}}{8^{\cancel{2}}} = \frac{5}{4}$$

Somente é permitido simplificar em dupla, isto é, um mesmo número dividir o número de cima e o número de baixo.

Exemplo:

$$\frac{14.10}{6} = \frac{14^{\cancel{2}}10}{6^{\cancel{2}}} = \frac{7.10}{3}$$

Como escolhemos o 14 e 6 para simplificar o número 10 deve ser mantido, pois ele não tem um outro número para simplificar.

17.2. TEXTO COMPLEMENTAR II – CONJUNTOS NUMÉRICOS

17.2.1. Números naturais

Os números naturais são usados para quantificar e ordenar os elementos de uma coleção e também como código para identificar pessoas, bem como números de telefones, o RG etc. O conjunto dos números naturais pode ser representado da seguinte maneira:

N = {0,1, 2, 3, 4, 5,...} N* = {1, 2, 3, 4, 5,...}

17.2.2. Números inteiros

Os números inteiros – que podem ser positivos ou negativos – são usados para representar ganhos ou perdas, para representar o oposto de um número ou o sentido contrário que se deve dar a uma dada trajetória.

O conjunto dos números inteiros pode ser representado assim:

Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

Subconjuntos de Z

Conjunto dos números inteiros não nulos

Z* = {..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, ...}

Conjunto dos números inteiros não negativos

Z= {0, 1, 2, 3, ...}

Conjunto dos números inteiros positivos

Z^*_+ = {1, 2, 3, ...}

Conjunto dos números inteiros não positivos

Z- = {..., -3, -2, -1,0}

Conjunto dos números inteiros negativos

Z-* = {..., -3, -2, -1,}

17.2.3. Números racionais

Os números racionais (Q) – que podem ser representados em forma fracionária ou decimal são usados em problemas que envolvem as partes de um todo, um quociente, a razão entre dois números inteiros etc.

Chama-se de *número racional* todo número que pode ser colocado na forma de fração p/q, com p ∈ Z, q ∈ Z*.

*Todo número inteiro é racional.

Exemplo:

-2, -5, 0, 1, 2

*Todo número decimal exato é racional.

Exemplo:

0,5 é racional, pois pode ser colocado na forma 5/10.

*Todo número decimal periódico é racional.

Exemplo:

0,444 = 4/9; 0,5555 = 5/9

17.2.4. Números irracionais (Q')

Os gregos antigos reconheciam uma espécie de números que não são inteiros nem fracionários, posteriormente identificados como irracionais.

Qual o resultado da operação:

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ Errado

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ Certo

17.2.5. Números reais

De forma mais abrangente a esse universo de conjuntos numéricos, temos o conjunto dos números reais. O conjunto dos números reais é formado pela união dos racionais com os irracionais.

R = Q ∪ Q'

17.3. TEXTO COMPLEMENTAR III – FORMAS DE ARGUMENTOS

Seguem abaixo expressões simbólicas da argumentação lógica.

1. Introdução da conjunção

P

Q

Logo, P e Q

2. Eliminação da conjunção

P e Q

Logo P

3. Introdução da disjunção

P

Logo, P ou Q

4. Dilema (eliminação da disjunção)

P ou Q

Se P, então R

Se Q, então R

Logo, R

5. Silogismo disjuntivo

P ou Q

Não P

Logo, Q

6. *Modus ponens* (eliminação da condicional)

Se P, então Q

P

Logo, Q

7. *Modus tollens*

Se P, então Q

Não Q

Logo, não P

8. Contraposição

Se P, então Q

Logo, se não Q, então não P

9. Redução ao absurdo (introdução da negação)

P

De P segue-se Q e não Q

Logo, não P

10. Negação dupla (eliminação da negação)

Não não P

Logo, P

11. Silogismo hipotético (raciocínio em cadeia)

Se P, então Q

Se Q, então R

Logo, se P, então R

12. Negação da condicional

Não é verdade que (se P, então Q)

Logo, P e não Q

13. Negação da disjunção (Leis de De Morgan)

Não é verdade que (P ou Q)

Logo, não P e não Q

14. Negação da conjunção (Leis de De Morgan)

Não é verdade que (P e Q)

Logo, não P ou não Q

17.4. TEXTO COMPLEMENTAR IV – CLASSIFICAÇÃO DAS TABELAS-VERDADES

As tabelas-verdades se dividem em três grupos: *tautologia, contradição e indeterminação.*

17.4.1. Tautologia

A principal frase tautológica tem a forma p ∨ ¬ p.

Exemplo: Vou à praia ou não vou. (p ∨ ¬ p)

p ∨ ¬ **p** – essa expressão é sempre verdadeira (tautologia)

Demonstração

p	¬ p	p ∨¬ p
V	F	VF = V
F	V	FV = V

O resultado final é sempre “verdade verdadeira”.

Exemplos de tautologias “famosas”:

p ∨¬ p
p → p
(p → ((p → q) → q)
p ∧ q → p
p ∧ q → q
¬ ¬ p → p
p → p ∨ q
q → p ∨ q
((p → q) ∧ ¬ q) → ¬ p

17.4.2. Contradição

Principal frase contraditória: Vou à praia e não vou. $(p \wedge \neg p)$

Exemplos:

$(p \wedge \neg p)$
$\neg (p \rightarrow p)$
$p \wedge (p \rightarrow q) \wedge \neg q$

17.4.3. Indeterminação ou contingência

Definição: o resultado apresenta valorações verdadeiras ou falsas.

Uma proposição (simples ou composta) representa uma indeterminação quando seus valores apresentam dois resultados V e F.

Exemplos:

Fulano é culpado. (V ou F)
Maria é alta ou Mário é baixo. (V ou F)

BIBLIOGRAFIA

ALENCAR FILHO, Edgard. *Iniciação à lógica matemática*. São Paulo: Nobel, 1995.

ARISTÓTELES. *Órganon.* Rio de Janeiro: Vozes.

KELLER, Vicente. *Aprendendo lógica*. Rio de Janeiro: Vozes, 2003.

LAGES, Elon L. *A matemática do ensino médio*. Rio de Janeiro: SBM, 1998. v. 2.

MORTARI, Cezar A. *Introdução à lógica*. São Paulo: UNESP, 2001.

Site consultado: <www.pciconcursos.com.br>.